الجزء الثاني من البرنامج: البرمجية الإحصائية Win QSB

البرنامج الإحصائي Win QSB

يعتبر برنامج Win QSB من البرامج التي تستخدم في تطبيقات بحوث العمليات وحل المشاكل التي تواجه الإدارة. وفي هذه الصفحات سوف نحاول التعرف على استخدام هذا البرنامج في حل المشاكل والمواضيع التي سوف تدرس في المقرر الوزاري تحت عنوان: "برمجيات إحصائية -1-"

تثبيت البرنامج Win QSB

يمكن تثبيت برنامج QSB بإدخال القرص المدمج (CDRom) في سواقة القرص المدمج CDRom) Drive) ثم الانتقال إلى:

- ابدأ start ← تشغيل Run ← استعراض Browse ← اختيار القرص المضغوط (CDRom).
- ثم الذهاب إلى المجلد **Winqsb** ← ثم النقر على setup.exe واتباع التعليمات

المحور الثامن: البرمجة الخطية

أولا-البرمجة الخطية وبرمجة الأعداد الصحيحة Linear and Integer Programming

1.1- مقدمة

البرمجة الخطية هي تخصيص الموارد بين الفعاليات. وتتضمن مسألة البرمجة الخطية والعددية دالة هدف واحدة وعدد محدود من القيود، وجميع المتغيرات في هذه المسألة تكون مقيدة بقيد عدم السلبية.

الصيغة العامة لمسألة البرمجة الخطية تكون على النحو التالي:

$$\boldsymbol{Max\ or\ Min.z = C_1X_1 + C_2X_2 + \cdots + C_nX_n}$$

$$\textbf{Subject to} \begin{cases} A_{11}X_1 + A_{12}X_2 + \cdots + A_{1n}X_n \le b_1 \\ A_{21}X_1 + A_{22}X_2 + \cdots + A_{2n}X_n \ge b_2 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ A_{m1}X_1 + A_{m2}X_2 + \cdots + A_{mn}X_n = b_m \\ X_1, X_2, \ldots + X_n \ge 0 \end{cases}$$

هناك عدة أساليب لحل مسألة البرمجة الخطية منها:

1. الطريقة البيانية Graphic Method، إذا كانت المسألة تتضمن متغيرين فقط؛
2. 5-2. إذا تضمنت المسألة متغيرين أو أكثر حيث:

$$\begin{cases} 2. Simplex\ Method \text{ الطريقة المبسطة} \\ 3. Big\ M\ Method \text{ طريقة } M \text{ الكبيرة} \\ 4. Revised\ Simplex\ Method \text{ الطريقة المبسطة المعدلة} \\ 5. Two\ face\ Method \text{ الطريقة ذات المرحلتين} \end{cases}$$

2.1-تعاريف أساسية

سنتناول بعض التعاريف الهامة في البرمجة الخطية:

أ- **البرمجة الخطية (LP)**: هي أنموذج رياضي يبحث عن تعظيم أو تدنية دالة هدف خطية تخضع لمجموعة من القيود الخطية، وتكون قيم المتغيرات مستمرة. أما إذا كانت قيم المتغيرات أعدادا صحيحة فتسمى البرمجة الخطية العددية **(ILP)**.

ب- **الحل الأمثل (Optimal Solution (O.S**: هو الحل الذي يحقق كافة القيود ويجعل قيمة دالة الهدف تبلغ نهايتها العظمى أو الصغرى.

ت- **التكلفة المخفضة Reduced Cost**: تمثل التكلفة المترتبة عن إنتاج وحدة واحدة من منتوج –المتغير-معين إذا كانت قيمته في الحل الأمثل تساوي الصفر.

ث- **أسعار الظل Shadow Price**: التغيير الحدي لدالة الهدف عندما تزداد قيمة الطرف الأيمن من القيود بوحدة واحدة.

ج- **تحليل الحساسية :Parametric Analysis** يستخدم تحليل الحساسية لمعرفة كيفية تغير قيمة دالة الهدف في حالة تغير قيم معاملات دالة الهدف، وكذا تغير قيم الموارد المتاحة –الطرف الأيمن من القيود-فضلا عن معرفة تأثير إضافة متغير، إضافة قيد على مسألة البرمجة الخطية.

ولحل مشكلة البرمجة الخطية نقدم مثالا لشركة الأويسط التالي:

3.1-مثال على البرمجة الخطية:

تقوم شركة الأويسط للأثاث بتصنيع الطاولات والكراسي كجزء من إنتاجها، والجدول التالي يوضح اسم المورد (المواد والعمل) الذي تحتاجه لصنع وحدة واحدة من المنتج وعدد الوحدات المطلوبة والوحدات المتاحة.

اسم المورد	الوحدات المطلوبة لإنتاج وحدة واحدة		المتاح
	الطاولات	*الكراسي*	
خشب (ياردة)	15	10	300
عمل (ساعة عمل)	2.5	5	110
ربح الوحدة الواحدة (بالريال)	3	4	

ويريد صاحب الشركة أن ينتج العدد اللازم من الكراسي والطاولات لزيادة الربح إلى أكبر قدر ممكن من الريالات.

خطوات العمل:

1- صياغة المشكلة رياضيا (Formulation)

نفرض أن عدد الطاولات المطلوب إنتاجها هو (t) وعدد الكراسي المطلوب إنتاجها هو (c).

صياغة دالة الهدف (Objective function): حيث أن الهدف هو تعظيم الربح إلى أعلى حد ممكن فإن دالة الهدف يجب أن تكون (Maximization) وتكتب اختصارا (.Max). وحيث أن الربح هو عبارة عن عدد الوحدات المباعة مضروبا بربح الوحدة الواحدة فإن دالة الهدف في هذه المشكلة تكون على النحو التالي: $Max. 3t + 4c$

ويمكن أن يرمز لدالة الهدف برمز (z) فتكتب أيضا بصورة أخرى كالآتي: $\boldsymbol{Max. z = 3t + 4c}$

2- صياغة القيود (Constraints):

- **قيد الخشب**: الأخشاب المستخدمة لصنع الطاولات + الأخشاب المستخدمة لصنع الكراسي محددة ويجب ألا تزيد عن الكمية المتاحة، لذلك فإن القيد الخاص بالكمية المتاحة من الأخشاب يكون كالتالي:
$$\boldsymbol{15t + 10c \leq 300}$$
- **قيد العمل**: ساعات العمل المستخدمة لصنع الطاولات + ساعات العمل المستخدمة لصنع الكراسي يجب ألا تتعدى الساعات المتاحة للشركة، أي أن: $\boldsymbol{2.5t + 5c \leq 110}$
- **قيد عدم السلبية (non-negative constraints)**: حيث لا يوجد إنتاج طاولات أو كراسي بالسالب، لذا يجب أن يوضع قيد على الحل ألا يقل عن الصفر، أي أن: $\boldsymbol{t, c \geq 0}$

3- صياغة المشكلة وقيودها بالبرمجة الخطية:

توضع دالة الهدف والقيود الثلاثة معا، لذلك تكون صياغة المشكلة السابقة كاملة هي كالآتي:

$$\boldsymbol{Max. z = 3t + 4c}$$

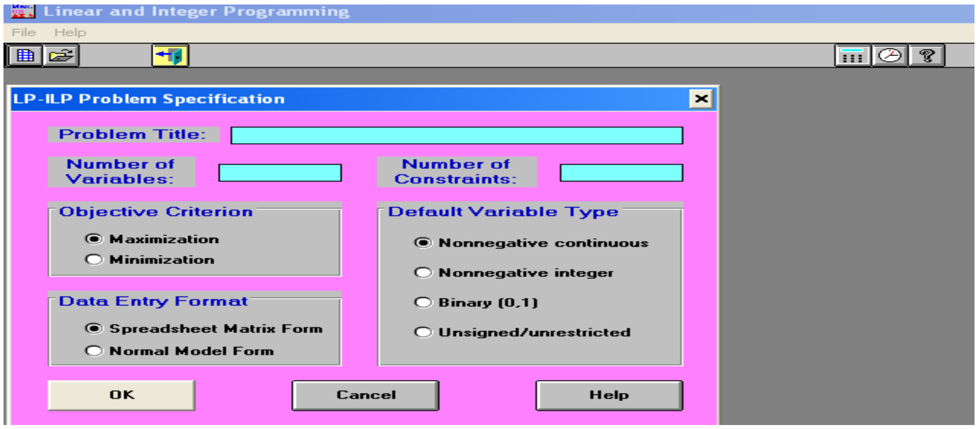
$$\textbf{Subject to} \begin{cases} \boldsymbol{15t + 10c \leq 300} \\ \boldsymbol{2.5t + 5c \leq 110} \\ \boldsymbol{t, c \geq 0} \end{cases}$$

ثانيا-معالجة مسألة البرمجة الخطية باستخدام البرنامج الإحصائي Win QSB

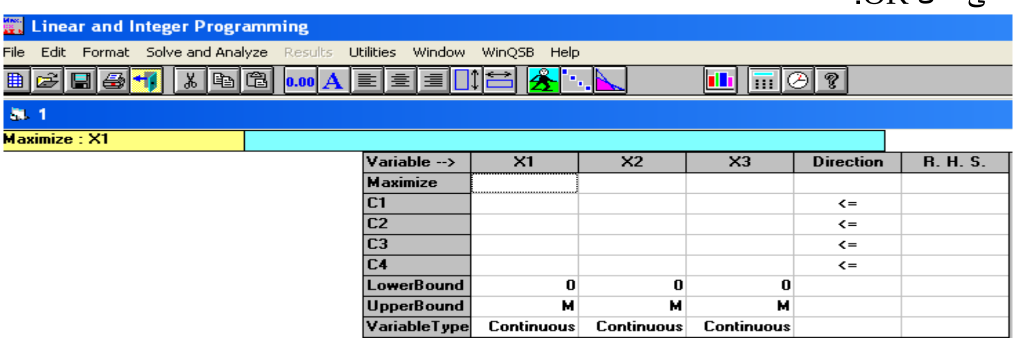
لمعالجة مسألة البرمجة الخطية نتبع الخطوات الآتية:

أ) إدخال البيانات:

1. نتبع المسار التالي: نضغط على Start ←نضغط على Programs ← Win QSB تظهر لنا قائمة نختار منها Linear and Integer Programming.
2. لإدخال بيانات المسألة نتبع المسار: File ← New Problem.



3. كتابة عنوان للمسألة في حقل Problem Title.
4. كتابة عدد المتغيرات في المسألة في حقل Number of Variables.
5. كتابة عدد القيود في المسألة في حقل Number of Constraint.
6. اختيار نوع دالة الهدف " Max or Min " في حقل Objective Criterion.
7. نختار Spreadsheet Matrix Form لإدخال المسألة على صيغة المصفوفات.
8. اختيار نوع المتغيرات إذا هي صحيحة أو مستمرة أو ثنائية أم غير مقيدة بإشارة في حقل Defaulte Variable Type.
9. نضغط على حقل OK.



10. إدخال بيانات المسألة.
11. حفظ المسألة من خلال الأمر File → Save Problem As ثم نقوم بتسمية المسألة ونختار مكان الحفظ ونضغط على OK.

ب) حل المسألة

بعد إدخال وحفظ المسألة يتم حل المسألة باتباع الخطوات الآتية:

1. لحل المسألة نختار قائمة Solve and Analysis.
2. لحل المسألة بيانيا نتبع المسار: Solve and Analysis→ $Graphic$.
3. لحل المسألة الخطية بطريقة السمبلكس نتبع المسار: Solve and Analysis → $\begin{cases} 1-\textit{Solve and Display} \\ 2-\textit{Next Iteration} \end{cases}$

لمشاهدة مراحل جدول السمبلكس حتى الوصول إلى المرحلة " $Iteration$ " الأخيرة.

4. لحل وتحليل مسألة البرمجة الخطية وإعداد تقرير موجز يتضمن النتائج النهائية نتبع المسار:

Solve and Analysis→ *Solve the Problem*

ثالثا-تطبيقات باستخدام البرنامج الإحصائي Win QSB:

تطبيق 1-

إذا كان الأنموذج الرياضي لإحدى الشركات الصناعية لإنتاج المواد الكيميائية بالشكل الآتي:

$$\boldsymbol{Max. z = 50X_1 + 60X_2}$$

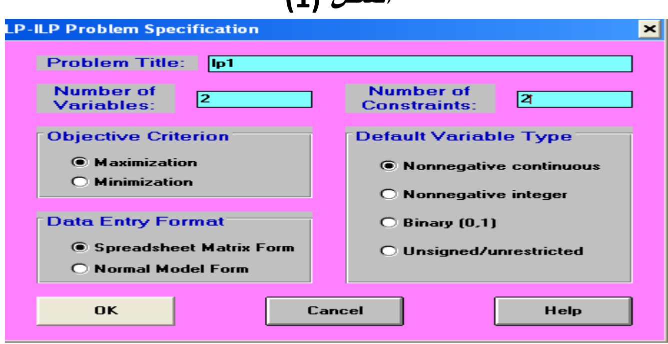
$$\textbf{Subject to} \begin{cases} 2X_1 + 3X_2 \leq 180 \\ 3X_1 + 2X_2 \leq 150 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

حيث: X_1, X_2 يمثلان منتجات الشركة.
50 ، 60 : يمثلان أرباح المنتجين.
180، 150: يمثلان الموارد المتاحة للشركة.
المطلوب: أوجد الحل الأمثل (بطريقتي الرسم البياني والسمبلكس) باستخدام البرنامج الإحصائي *QSB*.

الحل:

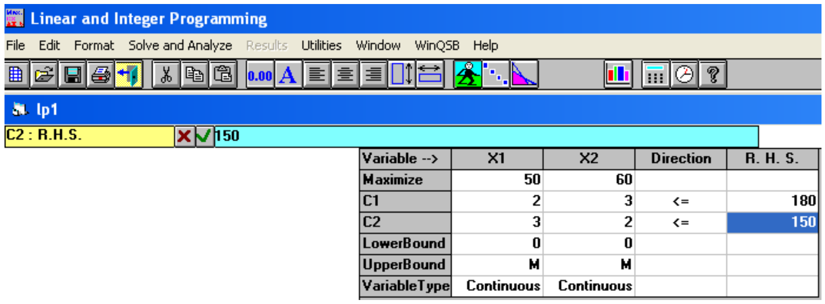
1. نتبع المسار التالي: نضغط على *Start* ← *Programs* ← نختار Linear and Integer Programming.
2. لإدخال بيانات المسألة الخطية نتبع المسار: File ← New Problem.
3. كتابة عنوان المسألة "*LP1*" وعدد المتغيرات 2 وعدد القيود 2 واختيار نوع دالة الهدف *Max* من حقل *Objective Function*، واختيار *Nonnegative Continuous* من الحقل Defaulte Variable Type، ثم الضغط على OK.

***الشكل* (1)**



4. إدخال "بيانات" قيم معاملات دالة الهدف وقيم القيود وقيم الموارد المتاحة.

الشكل (2)

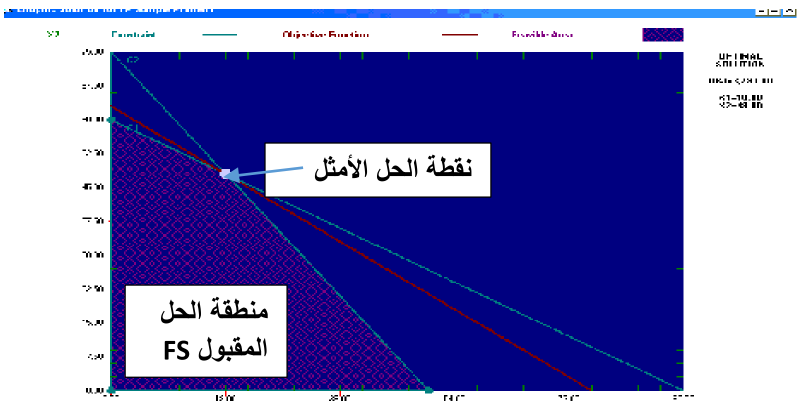


Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
Maximize	50	60		
C1	2	3	<=	180
C2	3	2	<=	150
LowerBound	0	0		
UpperBound	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous		

5. حفظ المسألة من خلال المسار: File → Save Problem As ثم نقوم بتسمية المسألة ونختار مكان الحفظ ونضغط على OK.
6. **حل المسألة:**

أ- لحل المسألة بيانيا، نتبع المسار: $Solve \rightarrow Graphic\ Method$ **لأن المسألة تتضمن متغيرين فقط.**

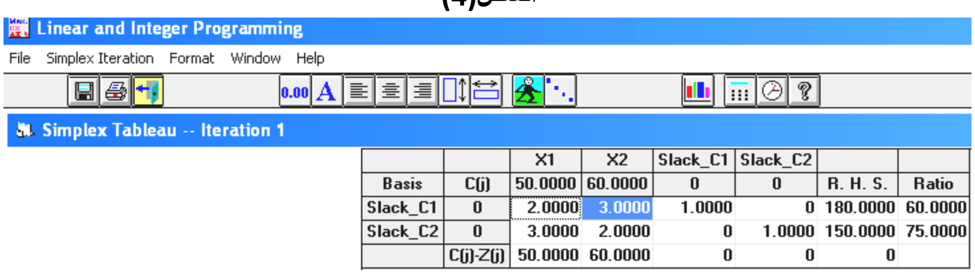
الشكل (3)



ب- لحل المسألة بطريقة السمبلكس: نتبع المسار: Solve and Display $\rightarrow \begin{cases} 1 - Solve \\ 2 - Next\ Iteration \end{cases}$

لمشاهدة المرحلة الثانية من جدول السمبلكس، وهكذا نستمر بالضغط على الأمر " Next $Iteration$" من قائمة Simplex Iteration حتى الوصول إلى المرحلة الأخيرة –النهائية- في جدول السمبلكس.

الشكل(4)



		X1	X2	Slack_C1	Slack_C2		
Basis	C(j)	50.0000	60.0000	0	0	R. H. S.	Ratio
Slack_C1	0	2.0000	3.0000	1.0000	0	180.0000	60.0000
Slack_C2	0	3.0000	2.0000	0	1.0000	150.0000	75.0000
	C(j)-Z(j)	50.0000	60.0000	0	0	0	

7- لإعداد التقرير عن الحل الأمثل لمسألة البرمجة الخطية نتبع المسار التالي:

Solve and Analysis→ $(Solve\ the\ Problem\ \boldsymbol{or}\ Rrsult) \rightarrow Report$

الشكل(5)

Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
X1	18.0000	50.0000	900.0000	0	basic	40.0000	90.0000
X2	48.0000	60.0000	2,880.0000	0	basic	33.3333	75.0000
Objective	Function	(Max.) =	3,780.0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
C1	180.0000	<=	180.0000	0	16.0000	100.0000	225.0000
C2	150.0000	<=	150.0000	0	6.0000	120.0000	270.0000

التقرير "تحليل نتائج"

خطة الإنتاج المثالية للشركة هي كالآتي:

- تنتج 18 وحدة من المنتج الأول و 48 وحدة من المنتج الثاني بحيث تحقق إجمالي أرباح 3780 وحدة نقدية وفقا للعلاقة: $Z(18,48) = 2(18) + 3(48) = 3780$، ويبقى الحل أمثلا إذا كانت قيم المنتج الأول بين 40 و90 وحدة وقيم المنتج الثاني بين *33.3333* و75 وحدة.
- أما التكلفة المخفضة فتساوي الصفر لأن قيمة X_1, X_2 في الحل الأمثل أكبر من الصفر.
- في حين أن أسعار الظل هي على التوالي$(6،16)$، أي عند زيادة الموارد المتاحة بـ: 18،15 وحدة واحدة فإن دالة الهدف "الأرباح" ستزداد بـ: $(6،16)$ على التوالي.

8- تحليل الحساسية:

للقيام بتحليل الحساسية نتبع المسار التالي$Perform\ Parametric\ Analysis$ $\text{Result:}\rightarrow$. علما أن قائمة Result تتضمن مجموعة إيعازات وهي مشاهدة حل موجز، تحليل الحساسية لدالة الهدف، تحليل الحساسية لقيود، التقرير، مشاهدة جدول السمبلكس النهائي، كما هو مبين في الشكل الآتي:

الشكل (6)

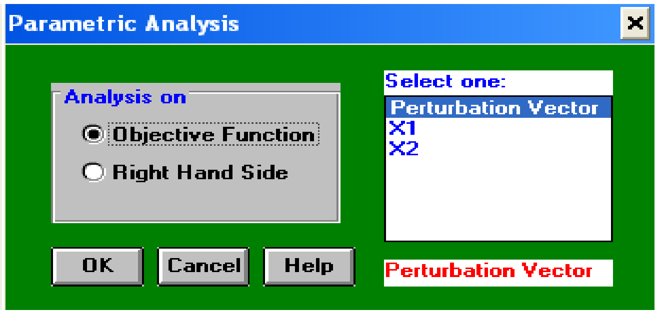
تحليل الحساسية لمسألة البرمجة الخطية في تطبيق-1-

- إذا تغيرت قيم دالة الهدف **"مثلا تغيير أرباح المنتج الثاني من 60 إلى 30 وحدة نقدية"**، لإجراء ذلك نتبع المسار التالي: $Result: \rightarrow\ Perform\ Parametric\ Analysis$

ثم نختار: $Parametric\ Analysis: \rightarrow Objective\ Function$

ثم الضغط على أيقونة OK. بعد ذلك نكتب القيم الجديدة.

الشكل (7)



- أما إذا تغير الطرف الأيمن من القيود **"الموارد المتاحة"** نتبع المسار:

$Result: \rightarrow \ Perform\ Parametric\ Analysis$

ثم نختار الطرف الأيمن: *Right Hand Side*، بعدها نضغط على أيقونة *OK*.

ويمكن تنفيذ تحليل الحساسية من خلال تغير معاملات دالة الهادف أو قيم الموارد المتاحة في مصفوفة الإدخال الرئيسة، لاحظ الشكل (2).

تطبيق-2-(مثال عن تحليل الحساسية)

بعد الحصول على الحل الأمثل للنموذج في التطبيق-1، هل سيتغير الحل في الحالات الآتية:

1. إذا تغيرت معاملات دالة الهدف للمتغير الأول إلى: أ-43، ب-20؟
2. تغير المورد المتاح الأول "b_1" من 180 إلى 181؟

<u>الحل</u>:

1. **أ) بعد تغير قيمة معامل X_1 في دالة الهدف من 50 إلى 43** في مصفوفة الإدخال نحصل على الحل الأمثل من خلال اتباع المسار: *Solve and analysis → Solve the problem*

الشكل (8)

Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
X1	18.0000	43.0000	774.0000	0	basic	40.0000	90.0000
X2	48.0000	60.0000	2,880.0000	0	basic	28.6667	64.5000
Objective	Function	(Max.) =	3,654.0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
C1	180.0000	<=	180.0000	0	18.8000	100.0000	225.0000
C2	150.0000	<=	150.0000	0	1.8000	120.0000	270.0000

يتضح من النتائج أعلاه أن الحل لم يتغير " $X_1 = 18$, $X_2 = 48$ " مادام قيم المعاملات ظلت ضمن المدى الممثل في العمود 7 و 8 حيث يبقى الحل أمثل اذا كانت قيم المنتج الأول بين 40.0000 و90.0000 والمنتج الثاني بين 33.333 و 75.000 وحدث التغير فقط في قيمة الدالة الهدف التي بلغت 3654.000 بدلا من3780.000 .

ب) بعد تغير قيم معامل X_1 في دالة الهدف من 50 الى 20 في مصفوفة الإدخال نحصل على الحل الامثل من خلال اتباع المسار: Solve and analysis→Solve the problem.

الشكل (9)

Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
X1	0	20.0000	0	-20.0000	at bound	-M	40.0000
X2	60.0000	60.0000	3,600.0000	0	basic	30.0000	M
Objective	Function	(Max.) =	3,600.0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
C1	180.0000	<=	180.0000	0	20.0000	0	225.0000
C2	120.0000	<=	150.0000	30.0000	0	120.0000	M

التقرير-تحليل النتائج-

يتضح من النتائج أعلاه أن الحل الأمثل قد تغير، لذلك يكون التقرير كالآتي:

- تنتج الشركة صفر وحدة من المنتج الأول و60 وحدة من المنتج الثاني بحيث تحقق أرباحا قدرها 3600 وحدة نقدية.
- أما قيم التكلفة المخفضة "العمود الخامس" فهي $(20-$ و$0)$ على التوالي، أي أن إنتاج وحدة واحدة من المنتج الأول سيؤدي إلى خسارة مقدارها 20 وحدة نقدية، بمعنى ستنقص الأرباح بـ: 20 وحدة نقدية. ولكي يكون من المربح انتاج المنتج الأول يجب أن تكون أرباح " قيمته في دالة الهدف " أكبر من 40 وحدة نقدية" وهي القيمة التي نحصل عليها من العمود 8 الحد الأقصى للمنتج X_1"
- أما أسعار الظل فهي على التوالي $(6،16)$، أي عند زيادة الموارد المتاحة بـ: 18 و15 وحدة واحدة فإن دالة الهدف "الأرباح" ستزداد بـ: $(6،16)$ على التوالي.

2. بعد تغير قيم المورد المتاح الأول b_1 من 180 إلى 181 في مصفوفة الإدخال نحصل على الحل الأمثل من خلال اتباع المسار التالي: Solve and analysis→Solve the problem.

الشكل (10)

Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
X1	17.6000	50.0000	880.0000	0	basic	40.0000	90.0000
X2	48.6000	60.0000	2,916.0000	0	basic	33.3333	75.0000
Objective	Function	(Max.) =	3,796.0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
C1	181.0000	<=	181.0000	0	16.0000	100.0000	225.0000
C2	150.0000	<=	150.0000	0	6.0000	120.6667	271.5000

يتضح من النتائج أعلاه أن الحل لم يتغير، لكن قيمة دالة الهدف ازدادت بمقدار 16 حيث أصبحت 3796 بدلا من 3780 لأن سعر الظل للمورد المتاح الأول b_1 "العمود 14" يبلغ 16. وإذا تغير المورد المتاح الثاني b_2 من 150 إلى 151 ستزداد بمقدار 6 لأن سعر الظل لهذا المورد يبلغ 6 "العمود 14".

ويمكن اجراء العديد من الحالات وذلك لسهولة الاستخدام حيث لا يكلف ذلك سوى خطوة واحدة.

تطبيق 3-

إذا كان الأنموذج الرياضي لإحدى شركات إنتاج المنضدات والكراسي بالصيغة الآتية:

$$Min. z = 2,5X_1 + 2X_2$$

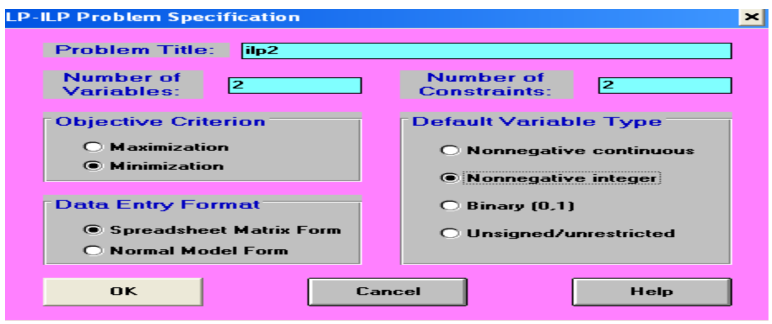
$$\text{Subject to } \begin{cases} 6X_1 + 3X_2 \geq 200 \\ 3X_1 + 5X_2 \geq 180 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

الحل:

بما أن قيمة المنتجات أعداد صحيحة، أي أن المتغير صحيح $(Integer)$، لذلك نستخدم البرمجة الخطية العددية.
ولحل هذه المسألة الخطية نتبع الخطوات الآتية:

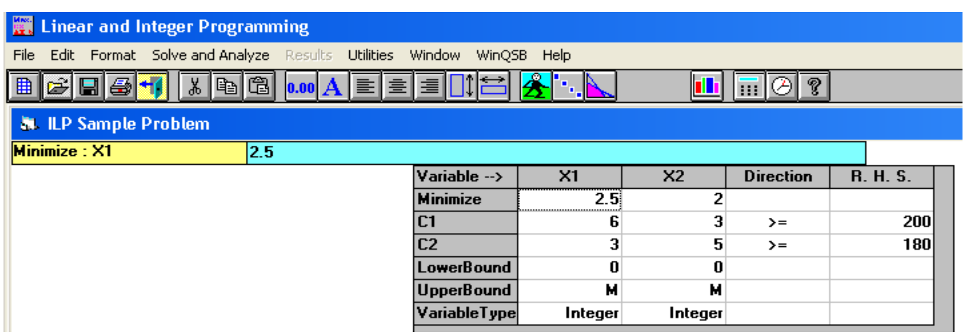
1. نتبع المسار التالي: نضغط على *Start* ← *Programs* ← نختار Linear and Integer Programming.
2. لإدخال بيانات المسألة الخطية نتبع المسار: File ← New Problem.
3. كتابة عنوان المسألة "*LP2*" وعدد المتغيرات 2 وعدد القيود 2 واختيار نوع دالة الهدف *Min* من حقل *Objective Function*، واختيار *Nonnegative Integer* من الحقل Defaulte Variable Type، ثم الضغط على OK.

الشكل (1)



4. إدخال" بيانات" قيم معاملات دالة الهدف وقيم القيود وقيم الموارد المتاحة كما هو في الشكل أدناه.

الشكل (2)



5. حفظ المسألة من خلال المسار: *File* → *Save Problem As* .
6. **حل المسألة:**

أ- لحل المسألة بيانيا، نتبع المسار: $Solve \rightarrow Graphic\ Method$ لأن المسألة تتضمن متغيرين فقط.

ب- لحل المسألة بطريقة السمبلكس: نتبع المسار: $\text{Solve and Display} \rightarrow \begin{cases} 1 - Solve \\ 2 - Next\ Iteration \end{cases}$

لمشاهدة المرحلة الثانية من جدول السمبلكس، وهكذا نستمر بالضغط على الأمر " Next $Iteration$" من قائمة Simplex Iteration حتى الوصول إلى المرحلة الأخيرة –النهائية- في جدول السمبلكس.

الشكل (3)

	18:28:13		Friday	May	30	2008
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	22.0000	2.5000	55.0000	2.5000	at bound
2	X2	23.0000	2.0000	46.0000	2.0000	at bound
	Objective	Function	(Min.) =	101.0000		
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price
1	C1	201.0000	>=	200.0000	1.0000	0
2	C2	181.0000	>=	180.0000	1.0000	0

<u>التقرير "تحليل النتائج"</u>

<u>واجب</u>: كتابة التقرير وتحليل الحساسية "هل ستغير الحل الأمثل إذا تغيرت أرباح المنتج الأول من *2.5* إلى 5".

....
....
....

سلسلة تطبيقات باستخدام البرنامج الإحصائي *WinQSB*

التطبيق 1-باستخدام برنامج *WinQSB*

النموذج الرياضي لإحدى الشركات الصناعية لإنتاج مواد التجميل هو على النحو التالي:

$$\boldsymbol{Max.z = 20X_1 + 40X_2 + 30X_3}$$

$$\textit{Subject to}\begin{cases} 3X_1 + 34 + 2X_3 \le 60 \\ 2X_1 + X_2 + 2X_3 \le 40 \\ X_1 + 3X_2 + 2X_3 \le 80 \\ \quad X_1, X_2, X_3 \ge 0 \end{cases}$$

حيث: X_1, X_2, X_3 تمثل منتجات الشركة.

$20,40,30$: تمثل أرباح المنتجات

$80,40,60$: تمثل الموارد المتاحة للشركة

المطلوب: حل هذه المسألة.

....

التطبيق 2-باستخدام برنامج *WinQSB*

إذا كان لديك 3 أنواع من المنتجات يحتاج المنتج الأول إلى 6 ساعات تصنيع ويحتاج المنتج الثاني إلى 4 ساعات تصنيع ويحتاج المنتج الثالث إلى 8 ساعات تصنيع .علماً بأن المتاح من ساعات التصنيع هو 8 0 ساعات، وربح المنتج الأول 7جنيهات والثاني 5 جنيهات والثالث 4 جنيهات، وأن السوق لا يستوعب أكثر من 8 وحدات من المنتج الثالث.

المطلوب :صياغة نموذج البرمجة الخطية الذى يحقق أعظم ربح (مع ملاحظة كتابة المعادلات في الورقة) ثم التطبيق على الجهاز ؟

....

التطبيق 3-باستخدام برنامج *WinQSB*

علماً بأن الأرقام بالمليون، أذا كان لديك منتج (أ) ويحتاج المنتج إلى *3* خطوط:

خط أنتاج 3 ساعات.
خط تغليف ساعة واحدة.
خط تخزين 2 ساعات.
وعلماً بأن الطاقة المتاحة للخطوط هي على التوالي (4 ،2 ،3)، و ربح المنتج المتوقع 11 جنيهات.

المطلوب :كتابة صياغة نموذج البرمجة الخطية الذي يحقق أعظم ربح (مع ملاحظة كتابة المعادلات في الورقة) ثم التطبيق على الجهاز؟

....

التطبيق 4-باستخدام برنامج *WinQSB*

شركة تصنيع ألعاب أطفال تصنع نوعين من الألعاب (Y ، X) .

1- الموارد المتاحة هي 1111 رطل من البلاستيك.
2- الساعة الإنتاجية 2411 ساعة.
3- قدرة الشركة تسويق المنتجات بحيث لا تزيد عن 711 حزمة إنتاجية.
4- الطلب على النوع الاول من الألعاب أكثر من النوع الثاني على آلا يزيد عن351 حزمة

5- الجدول التالي يعطى متطلبات الموارد وقيم الأرباح:

زمن الإنتاج	البلاستيك	الربح	المنتجات
3	2	8	***X***
4	1	5	***Y***

المطلوب: كتابة صياغة نموذج البرمجة الخطية الذي يحقق أعظم ربح (مع ملاحظة كتابة المعادلات في الورقة) ثم التطبيق على الجهاز؟

....

التطبيق 5-باستخدام برنامج *WinQSB*

شركة لتصنيع الحلوى تنتج نوعين من الحلوى X_1 و X_2 في علب تتكون من24 قطعة وتصنع الحلوى من السكر . المواد المتاحة هي 1500 طن من السكر. و80 ساعة زمن إنتاج، قدرة الشركة على تسويق النوعين من الحلوى لا تزيد عن 1000 علبة. الطلب على النوع الثاني أكبر من النوع الأول بمقدار 300 علبة، الجدول التالي يوضح متطلبات المواد والأرباح:

الوقت اللازم للإنتاج	احتياج الوحدة من السكر	ربح الوحدة	المنتج
4	2	7	X_1
3	1	5	X_2

المطلوب: تحديد كمية الإنتاج الازمة من كلا المنتجينX_1 و X_2 بهدف الوصول لأقصى ربح ممكن (مع ملاحظة كتابة المعادلات في الورقة) ثم التطبيق على الجهاز؟

....

التطبيق 6-باستخدام برنامج WinQSB

شركة لإنتاج البرمجيات تنتج نوعين من إسطوانات الوسائط المتعددة وبيناتهم على النحو التالي:

1- اسطوانة تعليم اللغة الانجليزية :سعر البيع *65* جنيها وتكلفة انتاج الأسطوانة *35*جنيها.
2- اسطوانة تعليم اللغة الفرنسية :سعر البيع *85* جنيها وتكلفة انتاج الاسطوانة *45* جنيها.
3- يلزم الانتاج الاسطوانة الواحدة *10* ساعات عمل علما بأن المتاح لدى الشركة *60*ساعة عمل.

الطاقة الانتاجية 800 اسطوانة علما بأن السوق يستوعب عدد 300 اسطوانة من اللغة الانجليزية وعدد 200 اسطوانة من اللغة الفرنسية.
المطلوب: كتابة صياغة نموذج البرمجة الخطية **Linear programming** الذي يحقق أعظم ربح ممكن
(مع ملاحظة كتابة المعادلات في الورقة) ثم التطبيق على الجهاز؟

....

التطبيق 7-باستخدام برنامج WinQSB

إذا كان لديك 4 أنواع من المنتجات يحتاج المنتج الأول إلى 13 ساعات تصنيع ويحتاج المنتج الثاني إلى 9 ساعات تصنيع ويحتاج المنتج الثالث إلى 11 ساعات تصنيع ويحتاج المنتج الرابع إلى 8 ساعات تصنيع.

1- علماً بأن المتاح من ساعات التصنيع هو 11 0 ساعات.
2- ربح المنتج الأول 9 جنيهات والثاني 7 جنيهات والثالث 5 جنيهات والرابع8 جنيهات.

ملحوظة :السوق لا يستوعب أكثر من 21 وحدة من المنتج الثالث.

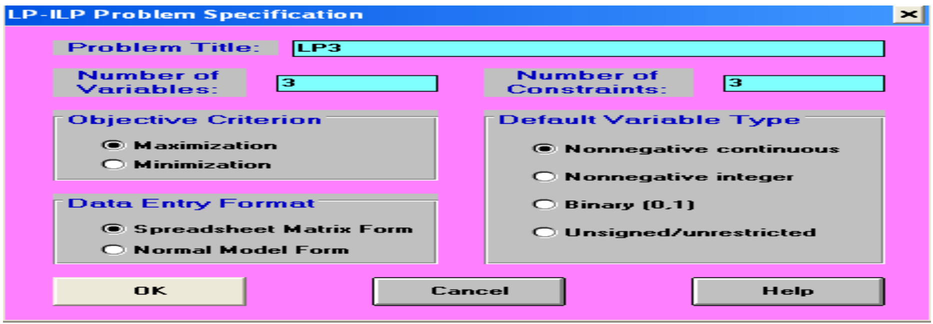
والمطلوب: صياغة نموذج البرمجة الخطية **Linear programming** الذي يحقق أعظم ربح.
(مع ملاحظة كتابة المعادلات في الورقة) ثم التطبيق على الجهاز؟

....

حل التطبيق 1-باستخدام برنامج *WinQSB*

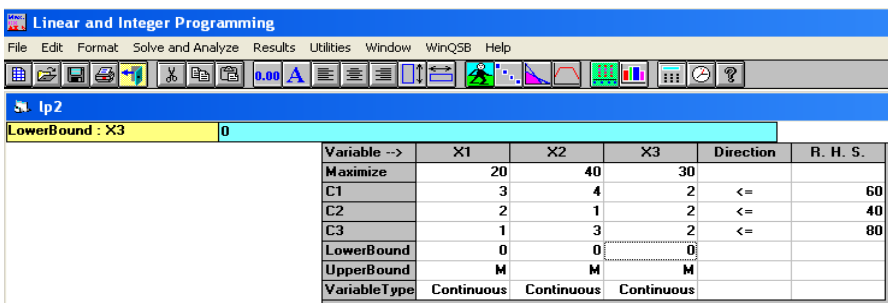
1. نتبع المسار التالي: نضغط على *Start* ← *Programs* ← نختار Linear and Integer Programming.
2. لإدخال بيانات المسألة الخطية نتبع المسار: File ← New Problem.
3. كتابة عنوان المسألة *"LP3"* وعدد المتغيرات 3 وعدد القيود 3 واختيار نوع دالة الهدف *Max* من حقل *Objective Function*، واختيار *Nonnegative Continuous* من الحقل Defaulte Variable Type، ثم الضغط OK.

***الشكل* (1)**



4. إدخال "بيانات" قيم معاملات دالة الهدف وقيم القيود وقيم الموارد المتاحة.

***الشكل* (2)**



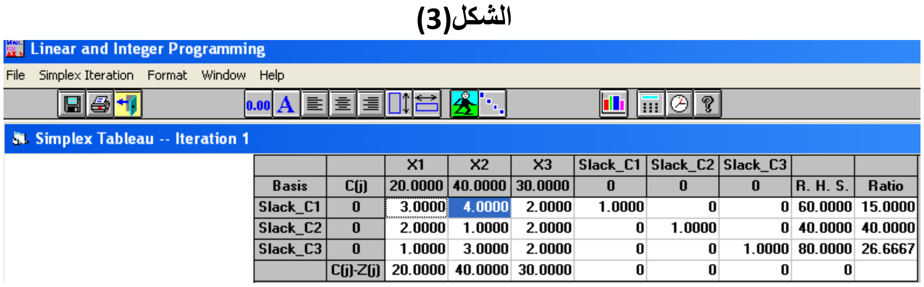
Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
Maximize	20	40	30		
C1	3	4	2	<=	60
C2	2	1	2	<=	40
C3	1	3	2	<=	80
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous		

5. حفظ المسألة من خلال المسار: File → Save Problem As ثم نقوم بتسمية المسألة ونختار مكان الحفظ ونضغط على OK.
6. ***حل المسألة*** **:** (لا يمكن حل المسألة بيانيا لأنها تحتوي على أكثر من متغيرين).

لحل المسألة بطريقة السمبلكس: نتبع المسار: Solve and Display → $\begin{cases} 1 - Solve \\ 2 - Next\ Iteration \end{cases}$

لمشاهدة المرحلة الثانية من جدول السمبلكس، وهكذا نستمر بالضغط على الأمر " Next $Iteration$" من قائمة Simplex Iteration حتى الوصول إلى المرحلة الأخيرة –النهائية- في جدول السمبلكس.

الشكل(3)



		X1	X2	X3	Slack_C1	Slack_C2	Slack_C3		
Basis	C(j)	20.0000	40.0000	30.0000	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Slack_C1	0	3.0000	4.0000	2.0000	1.0000	0	0	60.0000	15.0000
Slack_C2	0	2.0000	1.0000	2.0000	0	1.0000	0	40.0000	40.0000
Slack_C3	0	1.0000	3.0000	2.0000	0	0	1.0000	80.0000	26.6667
	C(j)-Z(j)	20.0000	40.0000	30.0000	0	0	0	0	

7- لإعداد التقرير عن الحل الأمثل لمسألة البرمجة الخطية نتبع المسار التالي:

$$\text{Solve and Analysis} \rightarrow (Solve\ the\ Problem\ \textbf{or}\ Rrsult) \rightarrow Report$$

الشكل(4)

22:20:31		Saturday	October	15	2005		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
X1	0	20.0000	0	-18.3333	at bound	-M	38.3333
X2	6.6667	40.0000	266.6667	0	basic	15.0000	60.0000
X3	16.6667	30.0000	500.0000	0	basic	20.0000	80.0000
Objective	Function	(Max.) =	766.6666				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
C1	60.0000	<=	60.0000	0	8.3333	40.0000	100.0000
C2	40.0000	<=	40.0000	0	6.6667	15.0000	60.0000
C3	53.3333	<=	80.0000	26.6667	0	53.3333	M

التقرير "تحليل النتائج"

خطة الإنتاج المثلى للشركة هي كالآتي:

- تحقيق الشركة إجمالي أرباح مساو لـ: 766.67 وحدة نقدية في حالة إنتاج صفر وحدة من المنتج الأول و6.67 وحدة من المنتج الثاني و16.67 وحدة من المنتج الثالث.
- أما في حالة إنتاج وحدة واحدة من المنتج الأول فإن إجمالي الأرباح المفقودة تكون 18.33 وحدة نقدية (قيمة التكلفة المخفضة Reduced Cost) في العمود الخامس من جدول التقدير. ولكي يكون من المربح إنتاج المنتج الأول يجب أن تكون أرباحه أكبر من 38.33 "قيمة X_1 في عمود $\text{Allowable Max } C_j$".
- في حين أن أسعار الظل shadow price هي على التوالي(8.33، 6.67، 0)، وتمثل هذه الأرقام قيم عمود أسعار الظل في الجدول أعلاه، أي في حالة زيادة الموارد المتاحة بـ:60، 40، 80 وحدة واحدة على التوالي فإن "الأرباح" ستزداد بـ:(8.33، 6.67، 0) على التوالي.

ملاحظة: تمثل قيم أسعار الظل قيم المتغيرات الوهمية في دالة الهدف لجدول السمبلكس النهائي.

انتهى بعون الله