الفصل الرابع:
مقــاييس التشتت

I- مقاييس التشتت المطلق:

1- المدى العام ET .

2- الانحراف المتوسط $e_{\overline{x}}$.

3- الانحراف الوسيط e_{Me}.

4- الانحراف الربيعي e_{Q}.

5- الانحراف المعياري للعينة S_x (والتباين V_x).

6- الانحراف المعياري للمجتمع σ_x.

II- مقاييس التشتت النسبي.

✓ تمـــارين محلـــولـة.

إذا كانت مقاييس النزعة المركزية تعطي نظرة عن كيفية ومدى تمركز القيم، فإن مقاييس التشتت على العكس من ذلك؛ حيث أن الغرض منها هو تلخيص وإعطاء نظرة عن كيفية وطبيعة انتشار وتشتت القيم.

I- مقاييس التشتت المطلق:

1- المدى العام ET: يتمثل في طول السلسلة، ويساوي أكبر قيمة في السلسلة ناقص أقل قيمة.

$$(ET = X_{max} - X_{min})$$

2- الانحراف المتوسط $e_{\bar{X}}$: هو عبارة عن المتوسط الحسابي للقيم المطلقة للانحرافات بين قيم x_i والمتوسط الحسابي $\bar{X}$.

أ/- حالة البيانات غير المبوبة:

$$e_{\bar{X}} = \frac{\sum|x_i - \bar{X}|}{n}$$

ب/- حالة البيانات المبوبة:

– المتغير الاحصائي المنفصل:

$$e_{\bar{x}} = \frac{\sum(F_i|x_i - \bar{X}|)}{\sum F_i} = \sum(Fr_i.|x_i - \bar{X}|)$$

– المتغير الاحصائي المتصل:

$$e_{\bar{x}} = \frac{\sum(F_i|c_i - \bar{X}|)}{\sum F_i} = \sum(Fr_i.|c_i - \bar{X}|)$$

3- الانحراف الوسيط e_{Me}: هو المتوسط الحسابي للقيم المطلقة للانحرافات بين قيم x_i والوسيط Me.

أ/- حالة البيانات غير المبوبة:

$$e_{Me} = \frac{\sum|x_i - Me|}{n}$$

ب- حالة البيانات المبوبة:

– المتغير الاحصائي المنفصل:

$$e_{Me} = \frac{\sum(F_i|x_i - Me|)}{\sum F_i} = \sum(Fr_i.|x_i - Me|)$$

– المتغير الاحصائي المتصل:

$$e_{Me} = \frac{\sum(F_i|c_i - Me|)}{\sum F_i} = \sum(Fr_i.|c_i - Me|)$$

4- الانحراف الربيعي e_Q: هو نصف المدى ما بين الرُبيع الأول والرُبيع الثالث، وأهميته تتمثل في كونه مقياس للتشتت يمكن حسابه في الجداول التكرارية المفتوحة، ويحسب كالآتي:

$$e_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

5- الانحراف المعياري للعينة S_x (والتباين V_x): الانحراف المعياري للعينة هو الجذر التربيعي لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي، لكن فقط نضع في المقام للقانون n−1 بدل n (أو $\sum F_i$ بدلا $\sum F_i - 1$)

5-1- حالة البيانات غير المبوبة:

$$V_x = \frac{\sum(x_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

$$S_x = \sqrt{S_x^2} = \sqrt{V_x} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{X})}{n-1}}$$

$$V_x = \frac{\sum(x_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{\sum x_i^2 - n(\bar{X})^2}{n-1} = \frac{1}{n-1}\left[\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}\right]$$

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left[\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}\right]}$$

5-2- حالة البيانات المبوبة:

أ- المتغير الإحصائي المنفصل:

$$V_x = \frac{\sum[F_i.(x_i - \bar{X})^2]}{(\sum F_i)-1}$$

$$S_x = \sqrt{S_x^2} = \sqrt{V_x} = \sqrt{\frac{\sum[F_i.(x_i - \bar{X})^2]}{(\sum F_i)-1}}$$

$$V_x = \frac{\sum[F_i.(x_i - \bar{X})^2]}{(\sum F_i)-1} = \frac{\sum\left(F_i.x_i^2\right) - (\sum F_i)(\bar{X})^2}{(\sum F_i)-1}$$

$$= \frac{1}{(\sum F_i)-1}\left[\sum\left(F_i.x_i^2\right) - \frac{\left(\sum(F_i.x_i)\right)^2}{(\sum F_i)}\right]$$

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{(\sum F_i)-1}\left[\sum\left(F_i.x_i^2\right) - \frac{\left(\sum(F_i.x_i)\right)^2}{(\sum F_i)}\right]}$$

ب- المتغير الإحصائي المتصل:

$$V_x = \frac{\sum[F_i.(c_i - \bar{X})^2]}{(\sum F_i)-1}$$

$$S_x = \sqrt{S_x^2} = \sqrt{V_x} = \sqrt{\frac{\sum[F_i.(c_i - \bar{X})^2]}{(\sum F_i)-1}}$$

$$V_x = \frac{\sum[F_i.(c_i - \bar{X})^2]}{(\sum F_i)-1} = \frac{\sum\left(F_i.c_i^2\right) - (\sum F_i)(\bar{X})^2}{(\sum F_i)-1}$$

$$= \frac{1}{(\sum F_i) - 1}\left[\sum(F_i.c_i^2) - \frac{(\sum(F_i.c_i))^2}{(\sum F_i)}\right]$$

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{(\sum F_i) - 1}\left[\sum(F_i.c_i^2) - \frac{(\sum(F_i.c_i))^2}{(\sum F_i)}\right]}$$

6- الانحراف المعياري للمجتمع σ_x: يشبه قانون الانحراف المعياري للعينة، والاختلاف فقط يتمثل أننا في حالة الانحراف المعياري للمجتمع، نضع في المقام للقانون n بدلا n-1 (أو $\sum F_i$ بدلا $\sum F_i - 1$)، فمثلا ففي حالة البيانات غير المبوبة، فالانحراف المعياري للمجتمع هو:

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = \sqrt{V_x} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{X})}{n}}$$

ملاحظة: هناك علاقات تجريبية تربط بين الانحراف الربيعي، الانحراف المعياري والانحراف المتوسط، وهذا في حالة التوزيع المتماثل، وهي: $e_{\bar{x}} = \frac{4}{5}.S_x$ $\qquad$ $e_Q = \frac{2}{3}.S_x$

II- مقاييس التشتت النسبي: وتستخدم خاصة للمقارنة بين مجموعتين (سلسلتين، جدولين) لمعرفة أيهما أكثر تشتت، حيث كل مجموعة تتضمن صفة لها وحدة مختلفة عن الأخرى (مثل الطول والوزن)، فهنا المقارنة لا تكون إلا من خلال مقاييس التشتت النسبي، أما إذا كانت المجموعتين تتضمن صفتين لهما نفس الوحدة، فهنا يمكن استخدام سواء مقاييس التشتت النسبي أو المطلق.

ومن أهم مقاييس التشتت النسبي، هو معامل الاختلاف النسبي CV (coefficient de variation)، ويمكن كتابة هذا المعامل من خلال صورتين (شكلين $CV1$، $CV2$)، كالآتي:

$$CV1 = \frac{S_x}{\bar{X}}.100 \qquad CV2 = \frac{Q_3 - Q_1}{Me}.100$$

مثال (1-4): ليكن لدينا جدول التوزيع التكراري الآتي:

الفئات	[50-60[	[60-70[	[70-80[	[80-90[	[90-100[
F_i	8	15	16	24	12

المطلوب: حساب مقاييس التشتت الآتية: $e_{\bar{x}}$، e_{Me}، e_Q، S_x، σ_x، $CV1$، $CV2$؟

الحل:

الفئات	[50-60[	[60-70[	[70-80[	[80-90[	[90-100[	Σ
مركز الفئة c_i	55	65	75	85	95	
F_i	8	15	16	24	12	75
$\lvert c_i-\bar{X}\rvert$	22,27	12,27	02,27	07,73	17,73	//
$F_i\lvert c_i-\bar{X}\rvert$	178,16	184,05	36,32	185,52	212,76	796,81
$\lvert c_i-Me\rvert$	24,06	14,06	04,06	05,94	15,94	//
$F_i\lvert c_i-Me\rvert$	192,48	210,9	64,96	142,56	191,28	802,18
$(c_i-\bar{X})^2$	495,95	150,55	05,15	59,75	314,35	//
$F_i.(c_i-\bar{X})^2$	3967,6	2258,25	82,4	1434	3772,2	11514,45

– **حساب الانحراف المتوسط $e_{\bar{x}}$**: وجدنا سابقا لهذا المثال أن $\bar{X}=77,27$، إذن:

$$e_{\bar{x}}=\frac{\sum(F_i|c_i-\bar{X}|)}{\sum F_i}=\frac{796,81}{75}\approx 10,62$$

– **حساب الانحراف الوسيط e_{Me}**: وجدنا سابقا لهذا المثال أن $Me\approx 79,06$، إذن:

$$e_{Me}=\frac{\sum(F_i|c_i-Me|)}{\sum F_i}=\frac{802,18}{75}\approx 10,69$$

– **حساب الانحراف الربيعي e_Q**: لدينا: $e_Q=\frac{Q_3-Q_1}{2}$، إذن نقوم بحساب كل من الرُبيع الأول (Q_1) والرُبيع الثالث (Q_3)، وطريقة حسابهما مثل طريقة الوسيط (يسمى كذلك الربيع الثاني)، وذلك كالآتي:

– قيم التكرار المتجمع الصاعد تتمثل في الآتي:

الفئات		[50-60[		[60-70[		[70-80[		[80-90[		[90-100[		Σ
F_i		8		15		16		24		12		75
Fcc	0		8		23		39		63		75	

– حساب الربيع الأول: لدينا: $\frac{\sum F_i}{4}=\frac{75}{4}=18,75$، ونلاحظ أن القيمة 18,75 تقع بين القيمتين Fcc=8 وFcc=23، إذن الفئة التي ينتمي إليها الربيع الأول هي [60-70[، ثم نقوم بتطبيق القانون على هذه الفئة لتحديد قيمة الربيع الأول بالضبط، وذلك لمعرفة أي قيمة من هذه الفئة هي الربيع الأول، وذلك كالآتي:

$$Q_1 = L_0 + \frac{\frac{\sum F_i}{4} - Fcc_1}{Fcc_2 - Fcc_1} \times K = 60 + \frac{18{,}75 - 8}{23 - 8} . 10 \approx 67{,}17$$

- حساب الربيع الثالث: لدينا: $\frac{3\sum F_i}{4} = \frac{3\times 75}{4} = 56{,}25$، ونلاحظ أن القيمة 56,25 تقع بين القيمتين Fcc=39 وFcc=63، إذن الفئة التي ينتمي إليها الربيع الثالث هي]90-80]، ثم نقوم بتطبيق القانون على هذه الفئة لتحديد قيمة الربيع الثالث بالضبط، وذلك لمعرفة أي قيمة من هذه الفئة هي الربيع الثالث، وذلك كالآتي:

$$Q_3 = L_0 + \frac{\frac{3\sum F_i}{4} - Fcc_1}{Fcc_2 - Fcc_1} \times K = 80 + \frac{56{,}25 - 39}{63 - 39} . 10 \approx 87{,}19$$

إذن: $e_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{87{,}19 - 67{,}17}{2} = 10{,}01$

- **حساب الانحراف المعياري للعينة (S_x):** $S_x = \sqrt{\frac{\sum[F_i.(c_i - \bar{X})^2]}{(\sum F_i) - 1}} = \sqrt{\frac{\mathbf{11514{,}45}}{75-1}} \approx 12{,}47$

- **حساب الانحراف المعياري للمجتمع (σ_x):** $\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum[F_i.(c_i - \bar{X})^2]}{(\sum F_i)}} = \sqrt{\frac{\mathbf{11514{,}45}}{75}} \approx 12{,}3906$

- **حساب معامل الاختلاف الأول ($CV1$):** مما سبق وجدنا أن: $\bar{X} = 77{,}27$، $S_x = 11{,}32$، إذن:

$$CV1 = \frac{S_x}{\bar{X}} . 100 = \frac{12{,}47}{77{,}27} . 100 \approx 16{,}14$$

- **حساب معامل الاختلاف الثاني ($CV2$):** مما سبق وجدنا أن: $Q_1 = 67{,}17$، $Q_3 = 87{,}19$، $Me = 79{,}06$، إذن:

$$CV2 = \frac{Q_3 - Q_1}{Me} . 100 = \frac{87{,}19 - 67{,}17}{79{,}06} . 100 \approx 25{,}32$$

تمـــارين محلولة

تمرين (4-1): ليكن جدول التوزيع التكراري الآتي:

الفئات	[10-20[	[20-30[	[30-40[	[40-50[	[50-60[
التكرار المطلق	14	20	28	22	16

- أحسب مقاييس التشتت الآتية: الانحراف المتوسط، الانحراف الوسيط، الانحراف الربيعي، الانحراف المعياري للعينة، الانحراف المعياري للمجتمع، معامل الاختلاف الأول ومعامل الاختلاف الثاني؟

الحل:

الفئات	[10-20[	[20-30[	[30-40[	[40-50[	[50-60[	المجموع
c_i	15	25	35	45	55	//
F_i	14	20	28	22	16	100
$F_i.c_i$	210	500	980	990	880	3560
$\lvert c_i-\bar{X}\rvert$	20,60	10,60	00,60	09,40	19,40	//
$F_i\lvert c_i-\bar{X}\rvert$	288,40	212	16,80	206,80	310,40	1034,40
Fcc	00	14	34	62	84	100
$\lvert c_i-Me\rvert$	20,71	10,71	00,71	09,29	19,29	//
$F_i\lvert c_i-Me\rvert$	289,94	214,20	19,88	204,38	308,64	1037,04
$(c_i-\bar{X})^2$	424,36	112,36	00,36	88,36	376,36	//
$F_i.(c_i-\bar{X})^2$	5941,04	2247,2	10,08	1943,92	6021,76	16164

1/ حساب الانحراف المتوسط $e_{\bar{x}}$: نحسب أولا الوسط الحسابي كالآتي:

$$\bar{X}=\frac{\sum(F_i.c_i)}{\sum F_i}=\frac{3560}{100}=35,60$$

ثم نقوم بحساب الانحراف المتوسط كالآتي:

$$e_{\bar{x}}=\frac{\sum(F_i|c_i-\bar{X}|)}{\sum F_i}=\frac{1034,40}{100}\approx 10,34$$

2/ حساب الانحراف الوسيط e_{Me}: نقوم أولا بحساب الوسيط كالآتي:

لدينا: $50 = \frac{100}{2} = \frac{\sum F_i}{2}$، ونلاحظ أن القيمة 50 تقع بين القيمتين Fcc=34 وFcc=62، إذن الفئة التي ينتمي إليها الوسيط هي]40-30]، ومنه الوسيط هو:

$$Me = L_0 + \frac{\frac{\sum F_i}{2} - Fcc_1}{Fcc_2 - Fcc_1} \times K = 30 + \frac{50-34}{62-34} \times 10 \approx 35{,}71$$

ومنه الانحراف الوسيط هو: $e_{Me} = \frac{\sum(F_i|c_i - Me|)}{\sum F_i} = \frac{1037{,}04}{100} \approx 10{,}37$

3/ حساب الانحراف الربيعي: $e_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

حساب الربيع الأول: لدينا: $25 = \frac{100}{4} = \frac{\sum F_i}{4}$، ونلاحظ أن القيمة 25 تقع بين القيمتين Fcc=14 وFcc=34، إذن الفئة التي ينتمي إليها الربيع الأول هي]30-20]، ومنه الرُّبيع الأول هو:

$$Q_1 = L_0 + \frac{\frac{\sum F_i}{4} - Fcc_1}{Fcc_2 - Fcc_1} \times K = 20 + \frac{25-14}{34-14} \times 10 = 25{,}50$$

حساب الربيع الثالث: لدينا: $75 = \frac{3\times100}{4} = \frac{3\sum F_i}{4}$، ونلاحظ أن القيمة 75 تقع بين القيمتين Fcc=62 وFcc=84، إذن الفئة التي ينتمي إليها الربيع الثالث هي]50-40]، ومنه الرُّبيع الثالث هو:

$$Q_3 = L_0 + \frac{\frac{3\sum F_i}{4} - Fcc_1}{Fcc_2 - Fcc_1} \times K = 40 + \frac{75-62}{84-62} \times 10 \approx 45{,}91$$

ومنه الانحراف الربيعي هو: $e_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{45{,}91 - 25{,}50}{2} = 10{,}205$

4/ حساب الانحراف المعياري للعينة: $S_x = \sqrt{\frac{\sum[F_i.(c_i - \bar{X})^2]}{(\sum F_i) - 1}} = \sqrt{\frac{16164}{99}} \approx 12{,}78$

5/ حساب الانحراف المعياري للمجتمع: $\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum[F_i.(c_i - \bar{X})^2]}{(\sum F_i)}} = \sqrt{\frac{16164}{100}} \approx 12{,}71$

6/ حساب معامل الاختلاف الأول: $CV1 = \frac{S_x}{\bar{X}}.100 = \frac{12{,}78}{35{,}60}.100 \approx 35{,}90$

7/ حساب معامل الاختلاف الثاني: $CV2=\frac{Q_3-Q_1}{Me}.100=\frac{45,91-25,50}{35,71}\times 100\approx 57,15$

تمرين (2-4): ليكن جدول التوزيع التكراري الآتي:

x_i	01	03	05	06	07
F_i	06	07	20	18	09

-أحسب مقاييس التشتت الآتية: الانحراف المتوسط، الانحراف الوسيط، الانحراف الربيعي، الانحراف المعياري للعينة، الانحراف المعياري للمجتمع، معامل الاختلاف الأول ومعامل الاختلاف الثاني؟

الحل:

x_i	01	03	05	06	07	المجموع
F_i	06	07	20	18	09	60
$F_i.x_i$	06	21	100	108	63	298
$\lvert x_i-\bar{X}\rvert$	03,97	01,97	00,03	01,03	02,03	//
$F_i\lvert x_i-\bar{X}\rvert$	23,82	13,79	00,60	18,54	18,27	75,02
Fcc	00	06	13	33	51	60
$\lvert x_i-Me\rvert$	04	02	00	01	02	//
$F_i\lvert x_i-Me\rvert$	24	14	00	18	18	74
$(x_i-\bar{X})^2$	15,76	03,88	0,0009	01,06	04,12	//
$F_i.(x_i-\bar{X})^2$	94,56	27,16	00,02	19,08	37,08	177,9

1/ حساب الانحراف المتوسط $e_{\bar{x}}$: نحسب أولا الوسط الحسابي كالآتي:

$$\bar{X}=\frac{\sum(F_i.x_i)}{\sum F_i}=\frac{298}{60}\approx 04,97$$

ثم نقوم بحساب الانحراف المتوسط كالآتي: $e_{\bar{x}}=\frac{\sum(F_i\lvert x_i-\bar{X}\rvert)}{\sum F_i}=\frac{75,02}{60}\approx 01,25$

2/ حساب الانحراف الوسيط e_{Me}: نقوم أولا بحساب الوسيط كالآتي:

لدينا: $\frac{\sum F_i}{2}=\frac{60}{2}=30$، ونلاحظ أن القيمة 30 تقع بين القيمتين Fcc=13 وFcc=33، إذن الوسيط هو: $Me=05$

ومنه الانحراف الوسيط هو: $e_{Me}=\frac{\sum(F_i|x_i-Me|)}{\sum F_i}=\frac{74}{60}\approx 01{,}23$

3/ حساب الانحراف الربيعي: $e_Q=\frac{Q_3-Q_1}{2}$

حساب الربيع الأول: لدينا: $\frac{\sum F_i}{4}=\frac{60}{4}=15$، ونلاحظ أن القيمة 15 تقع بين القيمتين Fcc=13 وFcc=33، إذن الرُّبيع الأول هو: $Q_1=05$ (نفسه الوسيط وهي حالة استثنائية فقط)

حساب الربيع الثالث: لدينا: $\frac{3\sum F_i}{4}=\frac{3\times 60}{4}=45$، ونلاحظ أن القيمة 45 تقع بين القيمتين Fcc=33 و Fcc=51، إذن الرُّبيع الثالث هو: $Q_3=06$

ومنه الانحراف الربيعي هو: $e_Q=\frac{Q_3-Q_1}{2}=\frac{06-05}{2}=00{,}50$

4/ حساب الانحراف المعياري للعينة: $S_x=\sqrt{\frac{\sum[F_i.(x_i-\bar{X})^2]}{(\sum F_i)-1}}=\sqrt{\frac{177{,}9}{59}}\approx 01{,}74$

5/ حساب الانحراف المعياري للمجتمع: $\sigma_x=\sqrt{\frac{\sum[F_i.(x_i-\bar{X})^2]}{(\sum F_i)}}=\sqrt{\frac{177{,}9}{60}}\approx 01{,}72$

6/ حساب معامل الاختلاف الأول: $CV1=\frac{S_x}{\bar{X}}.100=\frac{01{,}74}{04{,}97}.100\approx 35{,}01$

7/ حساب معامل الاختلاف الثاني: $CV2=\frac{Q_3-Q_1}{M}.100=\frac{06-05}{05}\times 100\approx 20$

تمرين (3-4): ليكن لدينا مجموعتين من البيانات، المجموعة الأولى تخص أوزان عدد من الأشخاص، والمجموعة الثانية تخص أطوال عدد من الأشخاص، وكلا المجموعتين من ممثلتين في جدولين تكراريين كالآتي:

المجموعة الأولى:

الفئات	[60-70[	[70-80[	[80-90[	[90-100[	[100-110[	[110-120[
F_i	06	12	19	13	06	04

المجموعة الثانية:

الفئات	[140-150[	[150-160[	[160-170[	[170-180[	[180-190[	[190-200[
F_i	06	10	15	19	17	13

المطلوب: أي المجموعتين أكثر تشتت؟

الحل:

نلاحظ أن المجموعة الأولى من البيانات تخص صفة الوزن، أما المجموعة الثانية فتخص صفة الطول، ومعروف أن وحدة القياس ليس هي نفسها في المجموعتين، فوزن الاشخاص عادة يقاس بالكيلوغرام، أما طولهم فيعبر عنه عادة بالمتر أو بالسنتيمتر، إذن فينبغي استخدام مقاييس التشتت النسبي للمقارنة بين المجموعتين، ومعرفة أيهما أكثر تشتت.

أولا– حساب مقاييس التشتت النسبي للمجموعة الأولى:

الفئات	[60-70[	[70-80[	[80-90[	[90-100[	[100-110[	[110-120[	المجموع
c_i	65	75	85	95	105	115	//
F_i	06	12	19	13	06	04	60
$F_i.c_i$	390	900	1615	1235	630	460	5230
$(c_i-\bar{X})^2$	491,51	148,11	04,71	61,31	317,91	774,51	//
$F_i.(c_i-\bar{X})^2$	2949,06	1777,32	89,49	797,03	1907,46	3098,04	10618,4
Fcc	00	06	18	37	50	56	60

– حساب معامل الاختلاف الأول: $$CV1=\frac{S_x}{\bar{X}}.100$$

$$\bar{X}=\frac{\sum(F_i.c_i)}{\sum F_i}=\frac{5230}{60}\approx 87{,}17$$

$$S_x=\sqrt{\frac{\sum[F_i.(c_i-\bar{X})^2]}{(\sum F_i)-1}}=\sqrt{\frac{10618{,}4}{59}}\approx 13{,}41$$

إذن: $$CV1=\frac{13{,}41}{87{,}17}.100\approx 15{,}38$$

– حساب معامل الاختلاف الثاني: $$CV2=\frac{Q_3-Q_1}{Me}.100$$

حساب الوسيط: لدينا: $\frac{\sum F_i}{2}=\frac{60}{2}=30$، ونلاحظ أن القيمة 30 تقع بين القيمتين Fcc=18 وFcc=37، إذن الفئة التي ينتمي إليها الوسيط هي [80-90[، ومنه الوسيط هو:

$$Me = L_0 + \frac{\frac{\sum F_i}{2} - Fcc_1}{Fcc_2 - Fcc_1} \times K = 80 + \frac{30-18}{37-18} \times 10 \approx 86{,}31$$

حساب الربيع الأول: لدينا: $\frac{\sum F_i}{4} = \frac{60}{4} = 15$، ونلاحظ أن القيمة 15 تقع بين القيمتين Fcc=06 وFcc=18، إذن الفئة التي ينتمي إليها الربيع الأول هي [70-80[، ومنه الربيع الأول هو:

$$Q_1 = L_0 + \frac{\frac{\sum F_i}{4} - Fcc_1}{Fcc_2 - Fcc_1} \times K = 70 + \frac{15-06}{18-06} \times 10 = 77{,}50$$

حساب الربيع الثالث: لدينا: $\frac{3\sum F_i}{4} = \frac{3\times60}{4} = 45$، ونلاحظ أن القيمة 45 تقع بين القيمتين Fcc=37 وFcc=50، إذن الفئة التي ينتمي إليها الربيع الثالث هي [90-100[، ومنه الربيع الثالث هو:

$$Q_3 = L_0 + \frac{\frac{3\sum F_i}{4} - Fcc_1}{Fcc_2 - Fcc_1} \times K = 90 + \frac{45-37}{50-37} \times 10 \approx 96{,}15$$

ومنه معامل الاختلاف الثاني هو: $CV2 = \frac{96{,}15-77{,}50}{86{,}31}.100 \approx 21{,}61$

ثانيا- حساب مقاييس التشتت النسبي للمجموعة الثانية:

الفئات	[140-150[	[150-160[	[160-170[	[170-180[	[180-190[	[190-200[	المجموع
c_i	145	155	165	175	185	195	//
F_i	06	10	15	19	17	13	80
$F_i.c_i$	870	1550	2475	3325	3145	2535	13900
$(c_i-\bar{X})^2$	826,56	351,56	76,56	01,56	126,56	451,56	//
$F_i.(c_i-\bar{X})^2$	4959,36	3515,6	1148,4	29,64	2151,52	5870,28	17674,8
Fcc	00	06	16	31	50	67	80

- حساب معامل الاختلاف الأول: $CV1 = \frac{S_x}{\bar{X}}.100$

$$\bar{X} = \frac{\sum(F_i.c_i)}{\sum F_i} = \frac{13900}{80} = 173{,}75$$

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum[F_i.(c_i - \bar{X})^2]}{(\sum F_i) - 1}} = \sqrt{\frac{17674,8}{79}} \approx 14,96$$

إذن: $CV1 = \frac{14,96}{173,75}.100 \approx 08,61$

- حساب معامل الاختلاف الثاني: $CV2 = \frac{Q_3 - Q_1}{Me}.100$

حساب الوسيط: لدينا: $\frac{\sum F_i}{2} = \frac{80}{2} = 40$، ونلاحظ أن القيمة 40 تقع بين القيمتين Fcc=31 وFcc=50، إذن الفئة التي ينتمي إليها الوسيط هي [170-180[، ومنه الوسيط هو:

$$Me = L_0 + \frac{\frac{\sum F_i}{2} - Fcc_1}{Fcc_2 - Fcc_1} \times K = 170 + \frac{40 - 31}{50 - 31} \times 10 \approx 174,74$$

حساب الربيع الأول: لدينا: $\frac{\sum F_i}{4} = \frac{80}{4} = 20$، ونلاحظ أن القيمة 20 تقع بين القيمتين Fcc=16 وFcc=31، إذن الفئة التي ينتمي إليها الربيع الأول هي [160-170[، ومنه الربيع الأول هو:

$$Q_1 = L_0 + \frac{\frac{\sum F_i}{4} - Fcc_1}{Fcc_2 - Fcc_1} \times K = 160 + \frac{20 - 16}{31 - 16} \times 10 \approx 162,67$$

حساب الربيع الثالث: لدينا: $\frac{3\sum F_i}{4} = \frac{3\times80}{4} = 60$، ونلاحظ أن القيمة 60 تقع بين القيمتين Fcc=50 وFcc=67، إذن الفئة التي ينتمي إليها الربيع الثالث هي [180-190[، ومنه الربيع الثالث هو:

$$\mathrm{Q}_3 = \mathrm{L}_0 + \frac{\frac{3\sum F_i}{4} - Fcc_1}{Fcc_2 - Fcc_1} \times K = 180 + \frac{60 - 50}{67 - 50} \times 10 \approx 185,88$$

ومنه معامل الاختلاف الثاني هو: $CV2 = \frac{185,88 - 162,67}{174,74}.100 \approx 13,28$

إذن بالنسبة للمجموعة الأولى، فإن: $CV1 = 15,38$ $\quad$ $CV2 = 21,61$

وبالنسبة للمجموعة الثانية، فإن: $CV1 = 08,61$ $\quad$ $CV2 = 13,28$

ومنه نقول أن المجموعة الأولى أكثر تشتت من المجموعة الثانية، وهذا سواء بالنسبة لمعامل الاختلاف الأول أو الثاني، وهذا لأن معامل الاختلاف الأول للمجموعة الأولى أكبر من معامل الاختلاف الأول للمجموعة الثانية، وكذلك معامل الاختلاف الثاني للمجموعة الأولى أكبر من معامل الاختلاف الثاني للمجموعة الثانية.

تمرين (4-4): برهن على صحة العلاقة الآتية:
$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{1}{n}\left(\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}\right)}$$

الحل:
$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum(x_i^2 - 2x_i.\bar{x} + \bar{x}^2)}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - 2.\bar{x}.\frac{\sum x_i}{n} + \frac{\sum \bar{x}^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - 2.\bar{x}.\bar{x} + \frac{n.\bar{x}^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \frac{(\sum x_i)^2}{n^2}} = \sqrt{\frac{1}{n}\left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)}$$

تمرين (4-5): ليكن لدينا جدول التوزيع التكراري الآتي:

الفئات	< 10	[10-20[	[20-30[	[30-40[	[40-50[	>50
F_i	05	07	10	19	13	06

- أحسب مختلف مقاييس النزعة المركزية، ومقاييس التشتت الممكن حسابها؟

الحل:

الفئات	< 10	[10-20[	[20-30[	[30-40[	[40-50[	>50	المجموع
F_i	05	07	10	19	13	06	60
Fcc	00	05	12	22	41	54	60

1/ حساب الوسيط: لدينا: $\frac{\sum F_i}{2} = \frac{60}{2} = 30$، ونلاحظ أن القيمة 30 تقع بين القيمتين Fcc=22 وFcc=41، إذن الفئة التي ينتمي إليها الوسيط هي [30-40[، ومنه الوسيط هو:

$$Me = L_0 + \frac{\frac{\sum F_i}{2} - Fcc_1}{Fcc_2 - Fcc_1} \times K = 30 + \frac{30-22}{41-22} \times 10 \approx 34{,}21$$

2/ حساب الربيع الأول: لدينا: $\frac{\sum F_i}{4} = \frac{60}{4} = 15$، ونلاحظ أن القيمة 15 تقع بين القيمتين Fcc=12 وFcc=22، إذن الفئة التي ينتمي إليها الربيع الأول هي [20–30[، ومنه الربيع الأول هو:

$$Q_1 = L_0 + \frac{\frac{\sum F_i}{4} - Fcc_1}{Fcc_2 - Fcc_1} \times K = 20 + \frac{15-12}{22-12} \times 10 = 23$$

3/ حساب الربيع الثالث: لدينا: $\frac{3\sum F_i}{4} = \frac{3\times 60}{4} = 45$، ونلاحظ أن القيمة 45 تقع بين القيمتين Fcc=41 وFcc=54، إذن الفئة التي ينتمي إليها الربيع الثالث هي [40–50[، ومنه الربيع الثالث هو:

$$Q_3 = L_0 + \frac{\frac{3\sum F_i}{4} - Fcc_1}{Fcc_2 - Fcc_1} \times K = 40 + \frac{45-41}{54-41} \times 10 \approx 43{,}08$$

4/ حساب الانحراف الربيعي: $e_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{43{,}08-23}{2} = 10{,}04$

5/ حساب معامل الاختلاف الثاني: $CV2 = \frac{Q_3 - Q_1}{M}.100 = \frac{43{,}08-23}{34{,}21} \times 100 \approx 58{,}70$

تمرين (4–6): لدينا 8 مناطق سكانية، وقمنا بإحصاء عدد العيادات الطبية المتخصصة في طب الأطفال في كل منها فكانت النتائج كالآتي: 03، 02، 04، 05، 09، 07، 05.

المطلوب: حساب مقاييس التشتت؟

الحل:

1/ حساب الانحراف المتوسط: نقوم أولا بحساب الوسط الحسابي كالآتي:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{(2+3+4+5+5+7+9)}{07} = \frac{35}{07} = 05$$

ومنه الانحراف المتوسط هو:

$$e_{\overline{x}} = \frac{\sum|x_i-\bar{X}|}{n} = \frac{|2-5|+|3-5|+|4-5|+|5-5|+|5-5|+|7-5|+|9-5|}{07}$$

$$= \frac{3+2+1+0+0+2+4}{07} = \frac{12}{07} \approx 01{,}71$$

2/ حساب الانحراف الوسيط: نقوم أولا بحساب الوسيط كالآتي: نلاحظ أن عدد البيانات فردي (07)، إذن رتبة الوسيط هي $Rme = \frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = \frac{08}{02} = 04$، ولمعرفة قيمة الوسيط نقوم أولا بترتيب البيانات تصاعديا (لأنها معطاة غير مرتبة)، وذلك كالآتي:

$$x_1 = 2 \text{ ، } x_2 = 3 \text{ ، } x_3 = 4 \text{ ، } x_4 = 5 \text{ ، } x_5 = 5 \text{ ،} x_6 = 7 \text{ ،} x_7 = 09$$

نلاحظ أن القيمة ذات الرتبة الرابعة هي $x_4 = 5$، إذن الوسيط هو $Me = 05$

ونلاحظ أن قيمة الوسط الحسابي هي نفسها قيمة الوسيط، إذن دون الحاجة إلى إعادة حساب الانحراف الوسيط، فهو نفسه الانحراف المتوسط؛ أي أن:

$$Me = \bar{X} = 05 \Rightarrow e_{Me} = e_{\overline{x}} = 01{,}71$$

3/ حساب الانحراف الربيعي: $e_Q = \frac{Q_3-Q_1}{2}$

حساب الربيع الأول: بما أن عدد البيانات فردي، إذن رتبة الربيع الأول هي $RQ_1 = \frac{n+1}{4} = \frac{7+1}{4} = \frac{08}{04} = 02$، وحسب البيانات المرتبة سابقا تصاعديا، فإن الربيع الأول هو: $Q_1 = 3$

حساب الربيع الثالث: رتبة الربيع الثالث هي $RQ_3 = \frac{3(n+1)}{4} = \frac{3(7+1)}{4} = \frac{24}{04} = 06$، وحسب البيانات المرتبة سابقا تصاعديا، فإن الربيع الثالث هو: $Q_3 = 7$

ومنه الانحراف الربيعي هو : $e_Q = \frac{7-3}{2} = 02$

4/ حساب الانحراف المعياري للعينة: $S_x = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{X})^2}{n-1}}$

$$= \sqrt{\frac{(2-5)^2+(3-5)^2+(4-5)^2+(5-5)^2+(5-5)^2+(7-5)^2+(9-5)^2}{7-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{9+4+1+0+0+4+16}{6}} = \sqrt{\frac{24}{6}} = \sqrt{4} = 02$$

5/ حساب الانحراف المعياري للمجتمع: $\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{24}{7}} \approx 01{,}85$

6/ حساب معامل الاختلاف الأول: $CV1 = \frac{S_x}{\bar{X}}.100 = \frac{02}{05} \times 100 = 40$

7/ حساب معامل الاختلاف الثاني: $CV2 = \frac{Q_3-Q_1}{Me}.100 = \frac{7-3}{05} \times 100 = 80$

تمرين (4−7): قمنا بدراسة عينتين احصائيتين، والجدول الآتي يلخص بعض المعطيات لكلتا العينتين:

البيان	n	$\sum x_i$	$\sum x_i^2$
العينة الأولى	20	620	21300
العينة الثانية	30	840	25400

1/ أي العينتين أكثر تشتت؟

2/ بافتراض أن توزيع العينة الأولى متماثل، أوجد قيمة المنوال والوسيط؟

3/ بافتراض أن توزيع العينة الثانية قريب من التماثل، وإذا علمت أن الوسيط يساوي 30,50، فأوجد قيمة المنوال؟

الحل:

1/ للمقارنة بين العينتين، ومعرفة أيهما أكثر تشتت، نقوم بحساب معامل الاختلاف لكل منهما، كالآتي:

العينة الأولى: نلاحظ أنه لا يمكن حساب معامل الاختلاف الثاني، لأن المعطيات غير كافية.

حساب معامل الاختلاف الأول: $CV1 = \frac{S_x}{\bar{X}}.100$

حساب الوسط الحسابي: $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{620}{20} = 31$

حساب الانحراف المعياري: $S_x = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{X})^2}{n-1}}$، نلاحظ أنه حسب هذه الصيغة لقانون الانحراف المعياري، فإن المعطيات لا تسمح بحسابه، إذن نختار الصيغة المناسبة، وهي كالآتي:

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)} = \sqrt{\frac{1}{20-1}\left(21300 - \frac{(620)^2}{20}\right)} = \sqrt{\frac{1}{19}(2080)} \approx 10,46$$

ومنه معامل الاختلاف الأول للعينة الأولى هو: $CV1 = \frac{10,46}{31}.100 \approx 33,74$

العينة الثانية: مثل العينة الأولى، فإنه لا يمكن حساب إلا معامل الاختلاف الأول، وذلك كالآتي:

$$CV1 = \frac{S_x}{\bar{X}}.100$$

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{840}{30} = 28$$

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)} = \sqrt{\frac{1}{30-1}\left(25400 - \frac{(840)^2}{30}\right)} = \sqrt{\frac{1}{29}(1880)} \approx 08,05$$

ومنه معامل الاختلاف الأول للعينة الثانية هو: $CV1 = \frac{08,05}{28}.100 = 28,75$

نلاحظ أن $CV1 = 33,74$ للعينة الأولى أكبر من $CV1 = 28,75$ للعينة الثانية، إذن نقول أن العينة الأولى أكثر تشتت من العينة الثانية، وهذا حسب معيار المقارنة المتمثل في معامل الاختلاف الأول.

2/ حساب المنوال والوسيط للعينة الأولى: توزيع العينة الأولى متماثل معناه أن الوسط الحسابي يساوي الوسيط ويساوي المنوال، أي: $\bar{X} = Me = Mo = 31$

3/ حساب المنوال للعينة الثانية: توزيع العينة الثانية قريب من التماثل، معناه أن العلاقة التي تربط بين الوسط الحسابي، الوسيط والمنوال، ليست علاقة مساواة، بل هناك علاقة أخرى تربط بينهم، وهي كالآتي:

$$(\bar{X} - Mo) = 3.(\bar{X} - Me) \Rightarrow (28 - Mo) = 3.(28 - 30,50)$$

$$\Rightarrow Mo = 28 + 07,50 = 35,50$$

تمرين (4-8):

1/ ليكن لدينا المعطيات الآتية: $\bar{X} = 10;\ \sum x_i = 250;\quad S_x^2 = 08{,}25$

أحسب الوسط التربيعي والانحراف المتوسط، علما أن هذا التوزيع متماثل؟

2/ ليكن لدينا المعطيات الآتية: $\sum \frac{1}{x} = 1{,}50;\quad \sum x^2 = 6430;\quad n = 20;$

$Me = 16{,}50;\quad Mo = 14{,}70$

أحسب الوسط الهندسي والانحراف المعياري للعينة، علما أن هذا التوزيع قريب من التماثل؟

3/ ليكن لدينا المعطيات الآتية: $Q_1 = 06; e_x = 02;\ m_2 = 70;\ Me = 08$

– أحسب الانحراف المعياري للمجتمع، علما أن التوزيع متماثل؟

4/ ليكن لدينا المعطيات الآتية: $\sum x_i = 375; H = 10;\ G = 12{,}50;\ S_x^2 = 13{,}375$

– أحسب المتوسط التربيعي والانحراف المتوسط، علما أن التوزيع متماثل؟

5/ ليكن لدينا المعطيات الآتية: $m_1 = 15; m_2 = 260;\ \sum x_i^2 = 5200$

– أحسب الانحراف المتوسط، علما أن التوزيع متماثل؟

6/ ليكن لدينا المعطيات الآتية: $\bar{X} = 19; MQ = 21;\ \ Q_1 = 07;\ \ n = 10$

– أحسب الانحراف المعياري للعينة والربيع الثالث، علما أن التوزيع متماثل؟

الحل:

1/ حساب الوسط التربيعي والانحراف المتوسط:

حساب الوسط التربيعي: $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow n = \frac{\sum x_i}{\bar{X}} = \frac{250}{10} = 25$

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)} \Rightarrow S_x^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$$

$$\Rightarrow \sum x^2 = S_x^2.(n-1) + \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}$$

$$\Rightarrow \sum x^2 = 08{,}25.(25-1) + \frac{(250)^2}{25} \Rightarrow \sum x^2 = 2698$$

ومنه يكون الوسط التربيعي هو: $MQ = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{2698}{25}} \approx 10{,}39$

حساب الانحراف المتوسط: بما أن التوزيع متماثل، فإنه في هذه الحالة هناك علاقة رياضية تربط بين الانحراف المعياري للعينة والانحراف المتوسط، وهي كالآتي: $e_{\bar{x}} = \frac{4}{5}.S_x \Rightarrow e_{\bar{x}} = \frac{4}{5}.\sqrt{08{,}25} \approx 02{,}30$

2/ حساب الوسط الهندسي والانحراف المعياري للعينة:

بما أن التوزيع قريب من التماثل، إذن نستخدم العلاقة الرياضية التي تربط بين الوسط الحسابي، الوسيط والمنوال، وذلك كالآتي: $(\bar{X} - Mo) = 3.(\bar{X} - Me) \Rightarrow \bar{X} = \frac{3Me-Mo}{2}$

$$\Rightarrow \bar{X} = \frac{3(16{,}50) - 14{,}70}{2} \Rightarrow \bar{X} = 17{,}40$$

$$H = \frac{n}{\sum\left(\frac{1}{x}\right)} = \frac{20}{01{,}50} \approx 13{,}33$$

ومنه يكون الوسط الهندسي هو: $G = \sqrt{\bar{X}.H} \Rightarrow G = \sqrt{17{,}40 \times 13{,}33} \approx 15{,}23$

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \sum x_i = n.\bar{X} \Rightarrow \sum x_i = 20(17{,}40) = 348$$

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}\right)} \Rightarrow S_x = \sqrt{\frac{1}{20-1}\left(6920 - \frac{(348)^2}{20}\right)}$$

$$\Rightarrow S_x \approx 06{,}75$$

3/ حساب الانحراف المعياري للمجتمع:

بما أن التوزيع متماثل، إذن يكون: $Me = \bar{X} = Mo = 08$

نعلم كذلك أن: $m_1 = \bar{X} = 08$

إذن نجد : $U_2 = \sigma_x^2 = m_2 - m_1^2 \Rightarrow \sigma_x^2 = 70 - (08)^2 \Rightarrow \sigma_x^2 = 06 \Rightarrow \sigma_x \approx 02,45$

4/ حساب المتوسط التربيعي والانحراف المتوسط:

لدينا: $G = \sqrt{\bar{X}.H} \Rightarrow \bar{X} = \frac{G^2}{H} \Rightarrow \bar{X} = \frac{(12,50)^2}{10} = 15,625$

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \text{n} = \frac{\sum x_i}{\bar{X}} = \frac{375}{15,625} = 24$$

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)} \Rightarrow S_x^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$$

$$\Rightarrow \sum x^2 = S_x^2.(n-1) + \frac{(\sum x_i)^2}{n}$$

$$\Rightarrow \sum x^2 = 13,375.(24-1) + \frac{(375)^2}{24} \Rightarrow \sum x^2 = 6167$$

ومنه يكون الوسط التربيعي هو: $MQ = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{6167}{24}} \approx 16,03$

حساب الانحراف المتوسط: بما أن التوزيع متماثل، فإنه يكون:

$$e_{\bar{x}} = \frac{4}{5}.S_x \Rightarrow e_{\bar{x}} = \frac{4}{5}.\sqrt{13,375} \approx 02,92$$

5/ حساب الانحراف المتوسط: $m_2 = \frac{\sum x_i^2}{n} \Rightarrow n = \frac{\sum x_i^2}{m_2} \Rightarrow n = \frac{5200}{260} = 20$

$$m_1 = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \sum x_i = n \times m_1 = 20 \times 15 = 300$$

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)} \Rightarrow S_x = \sqrt{\frac{1}{20-1}\left(5200 - \frac{(300)^2}{20}\right)}$$

$$\Rightarrow S_x = \sqrt{\frac{700}{19}} \Rightarrow S_x \approx 06{,}07$$

بما أن التوزيع متماثل، فإنه يكون: $e_{\bar{x}} = \frac{4}{5}.S_x \Rightarrow e_{\bar{x}} = \frac{4}{5}.06{,}07 = 04{,}856$

6/ حساب الانحراف المعياري للعينة والربيع الثالث:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \sum x_i = n \times (\bar{X}) = 10 \times 19 = 190$$

$$MQ = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}} \Rightarrow \sum x_i^2 = n \times (MQ)^2$$

$$\Rightarrow \sum x_i^2 = 10 \times (21)^2 = 4410$$

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}\right)} \Rightarrow S_x = \sqrt{\frac{1}{10-1}\left(4410 - \frac{(190)^2}{10}\right)}$$

$$\Rightarrow S_x = \sqrt{\frac{800}{09}} \Rightarrow S_x \approx 09{,}43$$

بما أن التوزيع متماثل إذن يكون: $e_Q = \frac{2}{3}.S_x \Rightarrow e_Q = \frac{2}{3} \times (09{,}43) = 06{,}29$

ومنه يكون: $e_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} \Rightarrow Q_3 = 2e_Q + Q_1 \Rightarrow Q_3 = 2(06{,}29) + 07$

$$\Rightarrow Q_3 = 19{,}58$$