Statique des fluides

1

Définition d'un fluide

1

Le mot fluide englobe le liquide et le gaz.

- Un liquide correspond à un état de la matière dans lequel les molécules sont relativement libres de changer leurs positions l'une par rapport à l'autre, mais les forces cohésives les obligent à garder relativement un volume fixe.

- Un gaz correspond à un état de la matière dans lequel les forces cohésives n'exercent aucune contrainte sur la liberté du mouvement des molécules.

1

Définition d'un fluide

Dans la Mécanique Des Fluides (MDF) les phénomènes d'écoulements des liquides et des gaz sont en général traités du point de vue macroscopique en utilisant les lois de la mécanique de Newton. Dans ce contexte, le milieu d'écoulement est considéré comme continu.

Plusieurs problèmes de fluides n'invoquent pas le mouvement. Ils concernent surtout la distribution de pression dans un fluide au repos ainsi que son effet sur les parois solides des objets flottants ou immergés. Quand la vitesse du fluide est nulle, la variation de pression est due uniquement au poids du fluide et elle peut être facilement calculée par intégration.

Propriétés : Viscosité

La viscosité est une propriété physique du fluide.

On peut la définir comme étant le frottement interne entre les couches durant l'écoulement. La conséquence importante de cette propriété est l'adhérence du fluide à la surface du solide en contact avec lui. Aussi, à cause de cette propriété visqueuse des fluides, il existe des contraintes de cisaillement (force de glissement tangentielle exprimée par unité de surface).

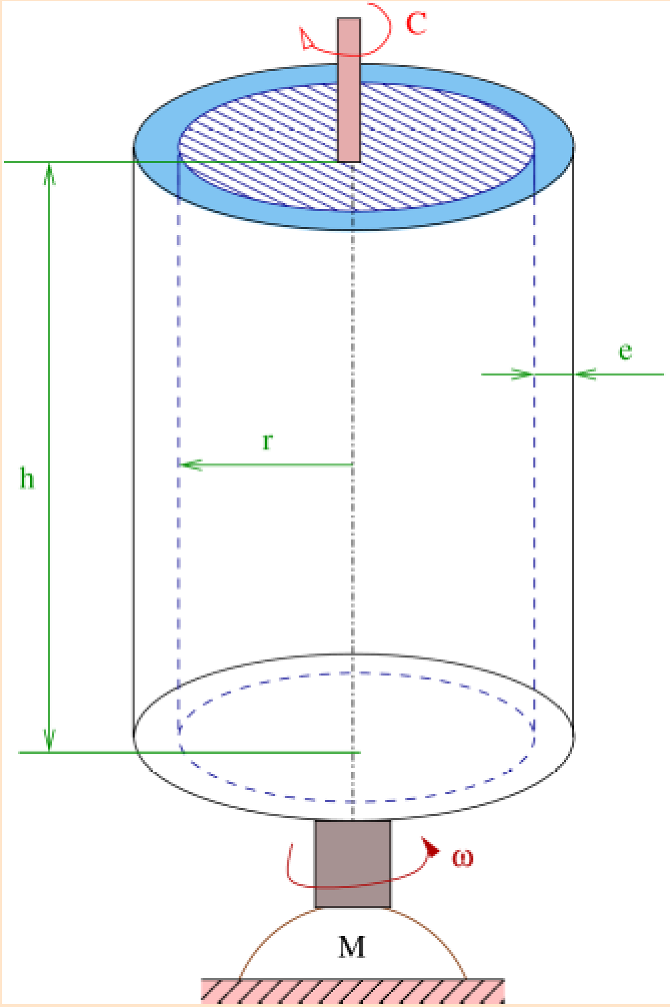
- L'expérience suivante montre ce type de force.

1

Propriétés : Viscosité

Expérience de Couette:

Soient deux cylindres verticaux, coaxiaux, de rayons peu différents, dont l'espace intermédiaire est rempli de fluide. Si on entraîne le cylindre extérieur avec un moteur *M* de vitesse angulaire constante ω , on constate que le cylindre intérieur a tendance à tourner dans le même sens. Pour le maintenir immobile il faut donc lui appliquer un couple *C* dans le sens contraire.

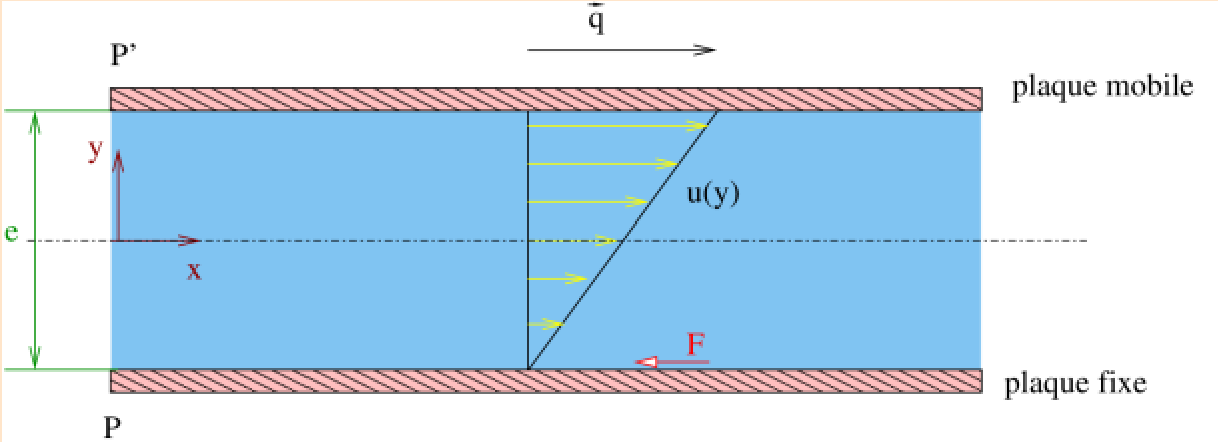


Propriétés : Viscosité

1

La distance e entre les deux cylindres étant petite devant leur rayon moyen r, on peut alors schématiser l'expérience en considérant un plan mobile P' se déplaçant parallèlement à un plan fixe P de surface $S = 2\pi r h$, à la distance e et avec la vitesse $q = r\,\omega$.

Sur la plaque fixe P s'applique une force $\vec{F}$ parallèle à P, c'est la force de frottement due à la présence du fluide entraîné par la plaque mobile P'.



1

Propriétés : Viscosité

Tant que ω reste inférieure à une valeur critique, l'expérience montre que F varie comme $S\,q\,/\,e$ donc :

$$F = \mu \cdot \frac{S \cdot q}{e}$$

- Le facteur de proportionnalité μ est la *viscosité absolue* ou *viscosité dynamique* du fluide.

1

Propriétés : Viscosité

Pour un même fluide et à une même température μ reste constante: $\mu = f$ (T, fluide). Sous l'action de ce frottement, il s'établit dans le fluide un état de mouvement tel que les couches qui se trouvent en contact direct avec les plaques ont la même vitesse qu'elles (adhérence aux plaques), tandis que les couches intermédiaires glissent les unes sur les autres avec la vitesse $\vec{u}$ proportionnelle à leur distance y à la plaque fixe.

- Si on la rapporte à l'unité de surface, cette force de frottement dite contrainte de cisaillement a pour valeur:

$$\tau_0 = \frac{F}{S} = \mu \cdot \frac{q}{e} \Rightarrow \tau = \mu \cdot \frac{du}{dy}$$

Fluide Newtonien

Propriétés : Viscosité

1

L'expérience de Couette fournie le principe d'un appareil de mesure absolue de μ appelé *viscosimètre de Couette*. En effet, le moment du couple de frottement est:

$$C = r \cdot S \cdot \tau_0 = r \cdot 2\pi r h \cdot \mu \cdot \frac{q}{e}$$

d'où l'on tire la *viscosité dynamique*:

$$\mu = \frac{C \cdot e}{2\pi r^3 h \omega}$$

- μ se mesure en [N.s/m^2] ou en [Kg/m.s] ou en Poiseuille (S.I).

On défini aussi la *viscosité cinématique* qui se mesure en [m^2/s] par :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

1

Propriétés : Compressibilité

- La compressibilité d'un fluide peut être assimilée à sa résistance au changement de volume pour une masse constante.

- Les liquides ont une très faible compressibilité.

- A l'opposé, la compressibilité des gaz est très élevée.

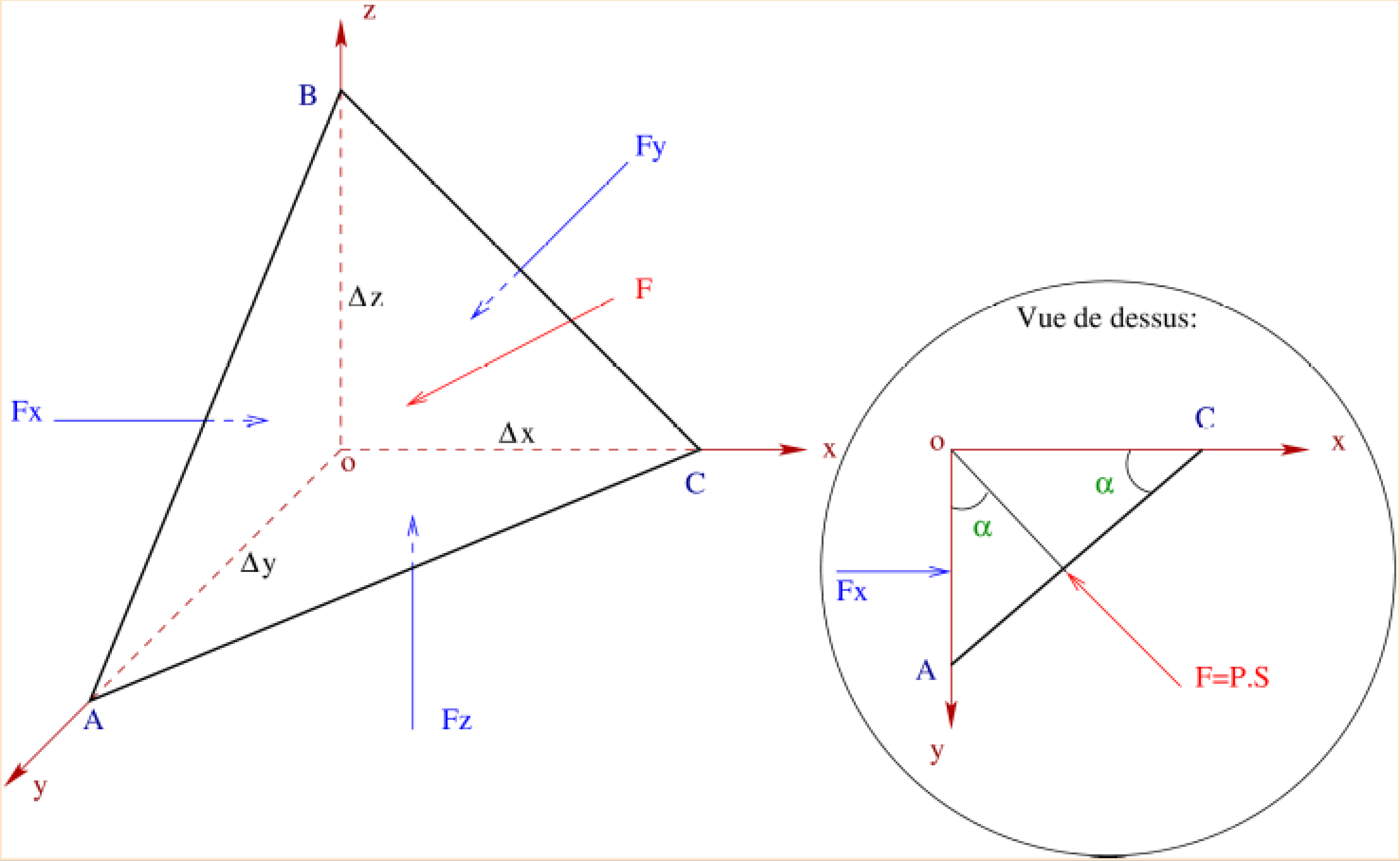
Propriétés : Tension superficielle

1

- A l'interface qui sépare un liquide et un gaz ou deux liquides immissibles (qui ne se mélangent pas), une couche spéciale mince se forme sur le liquide ou à l'interface des deux liquides.
- La formation de cette couche peut être due à la force d'attraction exercée par les molécules du liquide en dessous de la surface.
- Cette couche se comporte comme une membrane et l'expérience montre qu'elle peut supporter le poids d'une petite aiguille.

Pression en un point du fluide

- Soit un fluide au repos et en équilibre et en un point de ce milieu continu nous isolons un tétraèdre infiniment petit.



1

Pression en un point du fluide

- Suivant l'axe ox on a: $P_x \cdot S_x = P \cdot S \cdot \sin\alpha$

  or : $S_x = S \cdot \sin\alpha \longrightarrow \boxed{P_x = P}$

- De même : $\longrightarrow \boxed{P_y = P}$

  $\longrightarrow \boxed{P_z = P}$

- Nous n'avons fait qu'une hypothèse sur les dimensions très petites $\Delta\, x$, $\Delta\, y$ et $\Delta\, z$, donc sur l'orientation de la facette *ABC* par rapport au point *O* très proche. Nous pouvons donc conclure que quelle que soit l'orientation de la facette *ABC* autour du point *O*, la pression du fluide sur cette facette reste la même.

1 Loi fondamentale de la statique des fluides

Dans un liquide au repos, imaginons un cylindre de liquide de section droite très petite et de hauteur *h*. Isolons-le afin d'en étudier l'équilibre.

- 1er Cas: Cylindre vertical:

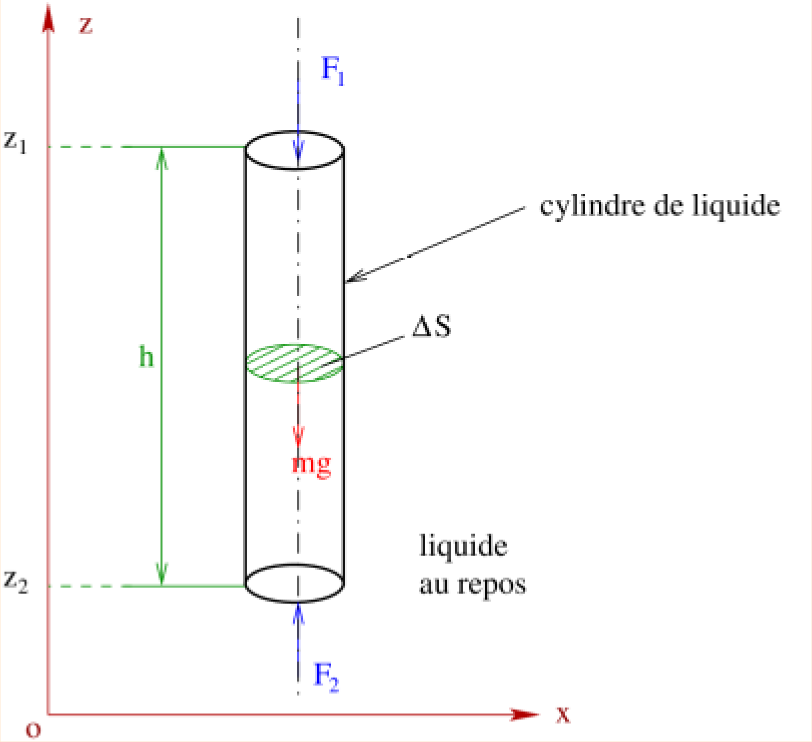
selon z : $P_2 \cdot \Delta S - mg - P_1 \cdot \Delta S = 0$

or: $V = \Delta S \cdot h$ et $\rho = \dfrac{m}{V}$

d'où : $m = \rho \cdot \Delta S \cdot h$

en remplaçant et simplifiant :

$$P_2 = P_1 + \rho g h = P_1 + \rho g (z_1 - z_2)$$



Loi fondamentale de la statique des fluides

1

- 2ème Cas: Cylindre incliné:

selon Z : $-P_1 \cdot \Delta S_1 \cdot \cos\alpha_1 - mg\cos\beta + P_2 \cdot \Delta S_2 \cdot \cos\alpha_2 = 0$

volume du cylindre :

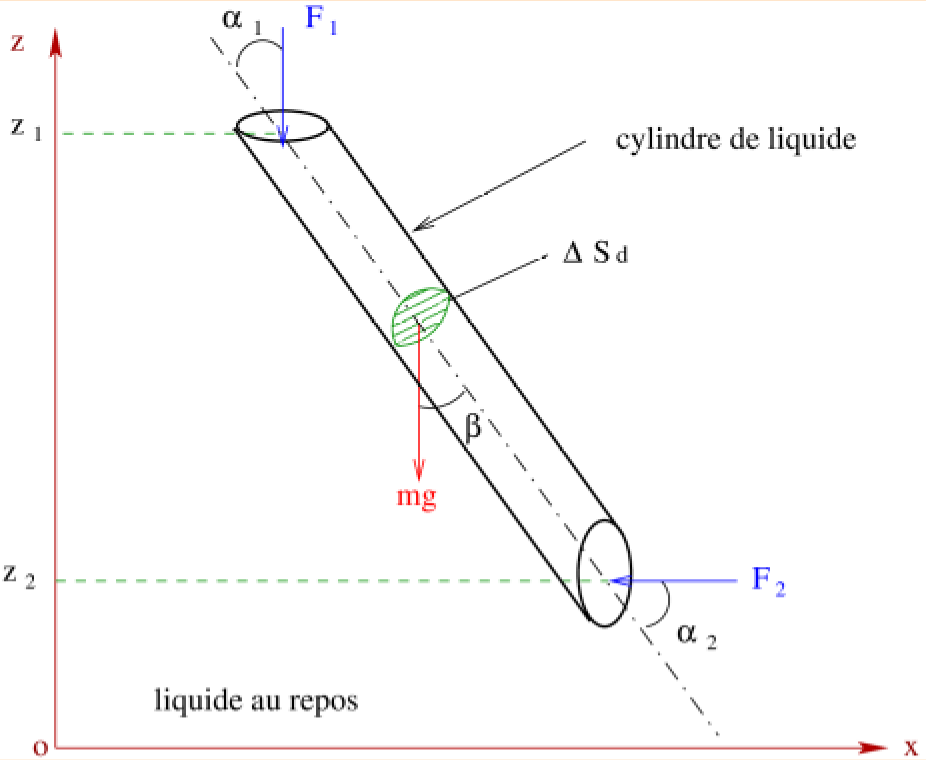
$$V = \Delta S_d \cdot \frac{z_1 - z_2}{\cos\beta}$$

or : $m = \rho \cdot V$ et

$$\Delta S_1 \cdot \cos\alpha_1 = \Delta S_2 \cdot \cos\alpha_2 = \Delta S_d$$

en remplaçant et simplifiant :

$$P_2 = P_1 + \rho g (z_1 - z_2) = P_1 + \rho g h$$



1

Loi fondamentale de la statique des fluides

- La différence de pression entre deux points d'un fluide pesant en équilibre est égale au poids d'un cylindre de ce fluide, de base égale à l'unité de surface et de hauteur égale à la différence de niveau des deux points.

- $\rho\ gh$ représente le poids d'une colonne verticale de liquide de section unité et de hauteur h.

- On utilise souvent le *poids volumique* en [N/m^3] :

$$\varpi = \rho g$$

1 Loi fondamentale de la statique des fluides

- L'expression peut aussi se mettre sous la forme:

$$\frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + z_2 = h_z$$

hauteur piézométrique.

- Généralisation à tous les points d'un fluide *homogène* *et* *au repos*:

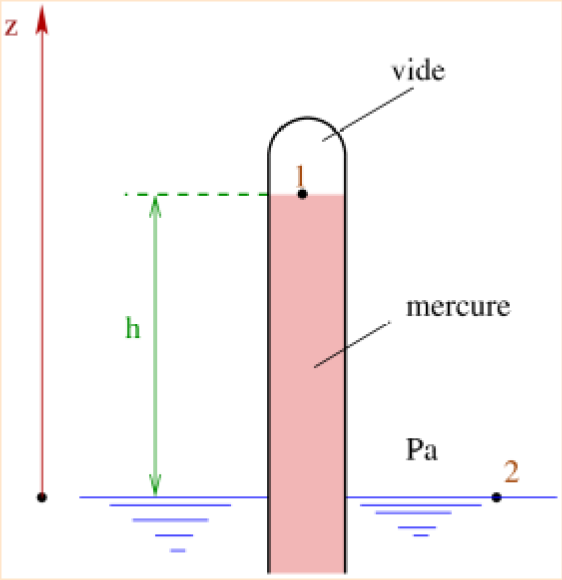
$$\frac{P}{\rho g} + z = C^{te} \quad \Longleftrightarrow \quad P + \rho g z = C^{te}$$

hauteur de liquide mesurant *P*

1 Tube barométrique

Appliquons la loi fondamentale de la statique :

$$P_2 = P_1 + \rho g (z_1 - z_2)$$



or : $z_2 = 0$ et $P_1 = 0$

d'où : $P_2 = \rho g h = P_a$

ρ = *13600 Kg/m³, g = 9,8 m/s².*

si : h = 760 mm, alors nous obtenons:

$P_2 = 10,13.10^4\ N/m^2 = P_a = 1\ atm.$

Pression atmosphérique normale =10,13 N/cm²=1,013.10⁵ N/m² =1013 mbar = 760 mm de mercure (Hg).

Tube manométrique

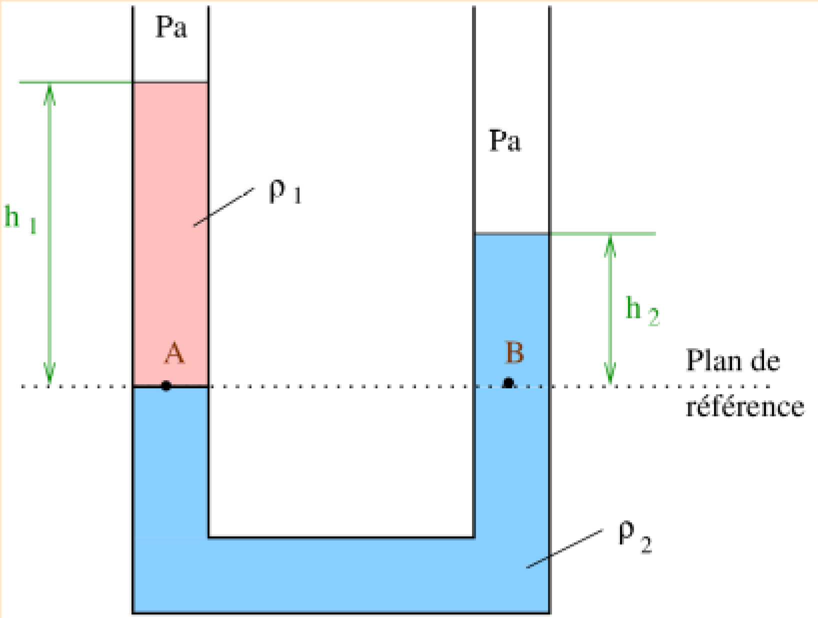
1

Appliquons la loi fondamentale de la statique en prenant un plan de référence passant par la surface de séparation:

$$P_A = P_a + \rho_1 g h_1$$

$$P_B = P_a + \rho_2 g h_2$$

$$P_A - P_B = g(\rho_1 h_1 - \rho_2 h_2)$$



- or : $P_A = P_B$ (même fluide et même plan horizontal) :

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

Pratique pour calculer ρ_i

Surfaces de niveau

1

On appelle surface de niveau le lieu des points du fluide soumis à la même pression.

On a :

$$\frac{P}{\rho g} + z = C^{te}$$

- Si P = C^{te} alors l'équation de la surface de niveau est : $z = C^{te}$
- Les surfaces de niveau sont donc des *plans horizontaux.*
- La surface libre d'un liquide est toujours *horizontale* *($P = P_a$).*

1

Pression effective

Soit P_a la pression atmosphérique. En prenant comme référence des cotes la surface du liquide, on a alors:

$$\frac{P}{\rho g} + z = \frac{P_a}{\rho g}$$

ce qui permet de calculer en chaque point la pression du liquide connaissant la pression atmosphérique. D'où la *pression effective* :

$$P_{eff} = P - P_a = -\rho g z$$

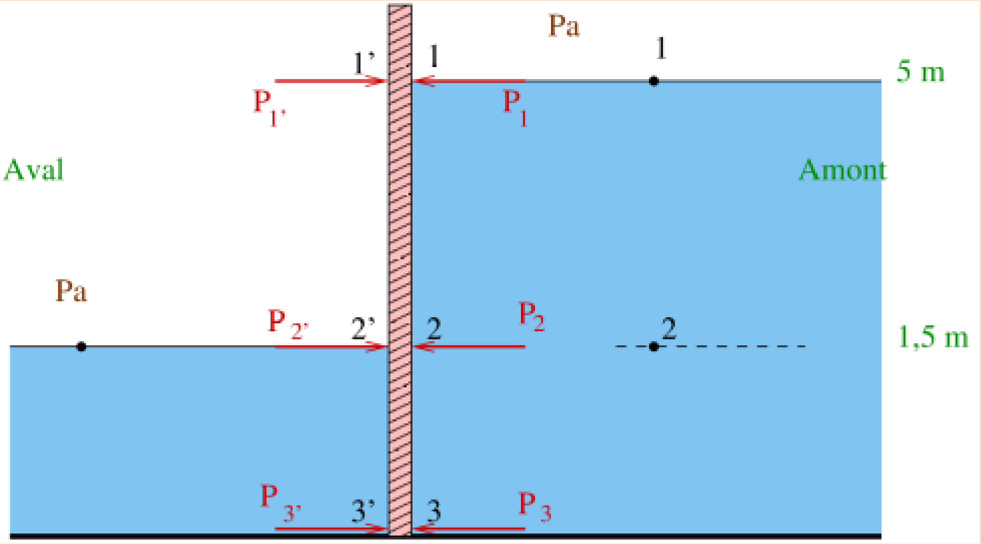
Utile pour calculer les forces exercées sur les parois solides

1

Pression effective

Exemple : *Soit à déterminer les pressions effectives exercées sur la vanne de retenue d'eau.*

On donne: $g=10\ m/s^2$, $P_a=10^5\ N/m^2$.



Coté amont :

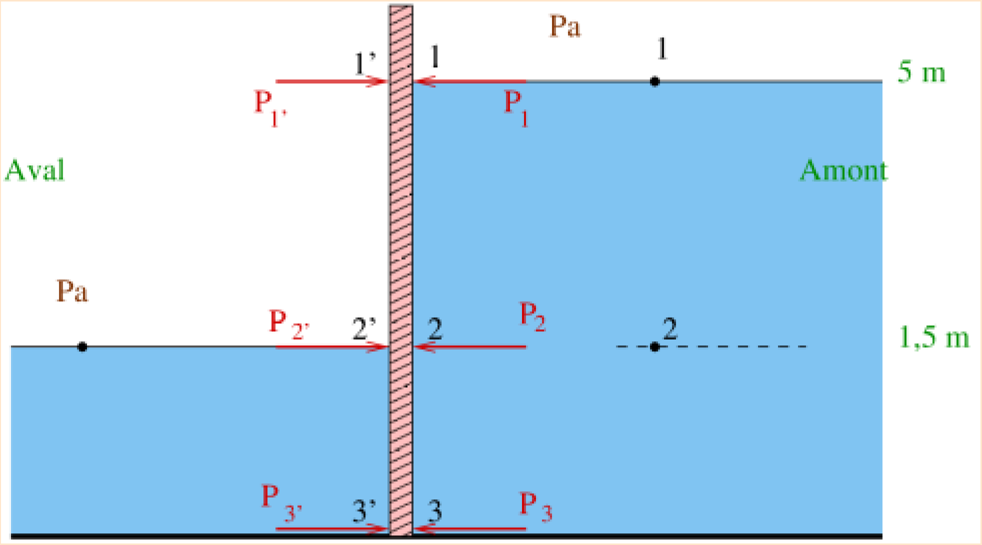
point 1 : $P_1 = P_a = 10^5\ N/m^2$

point 2 : $P_2 = P_1 + \rho g (z_1 - z_2) = 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 3{,}5 = 1{,}35 \cdot 10^5\ N/m^2$

point 3 : $P_3 = P_1 + \rho g (z_1 - z_3) = 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 5 = 1{,}5 \cdot 10^5\ N/m^2$

Pression effective

1



<u>*Coté aval :*</u>

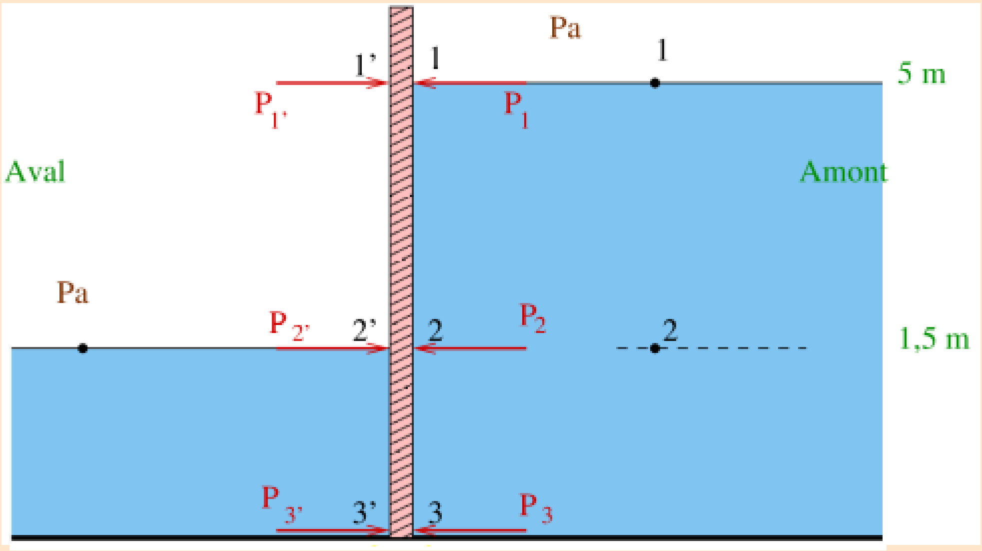
point 1 : $P_{1'} = P_a = 10^5\, N/m^2$

point 2 : $P_{2'} = P_a = 10^5\, N/m^2$

point 3 : $P_{3'} = P_{2'} + \rho g \left(z_{2'} - z_{3'}\right) = 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 1{,}5 = 1{,}15 \cdot 10^5\, N/m^2$

1

Pression effective



Pressions effectives sur la vanne :

en 11' : $P_{eff} = P_1 - P_{1'} = \boxed{0}$

en 22' : $P_{eff} = P_2 - P_{2'} = \boxed{0{,}35 \cdot 10^5\ N/m^2}$

en 33' : $P_{eff} = P_3 - P_{3'} = \boxed{0{,}35 \cdot 10^5\ N/m^2}$

1

Théorème de Pascal

Soit deux points M et M_0 d'un fluide incompressible. Nous avons vu la relation:

$$P_0 - P = \rho g (z - z_0)$$

- Si on produit une augmentation de pression ΔP_0 au point M_0, il en résulte en M une variation ΔP, telle que la loi précédente reste vérifiée:

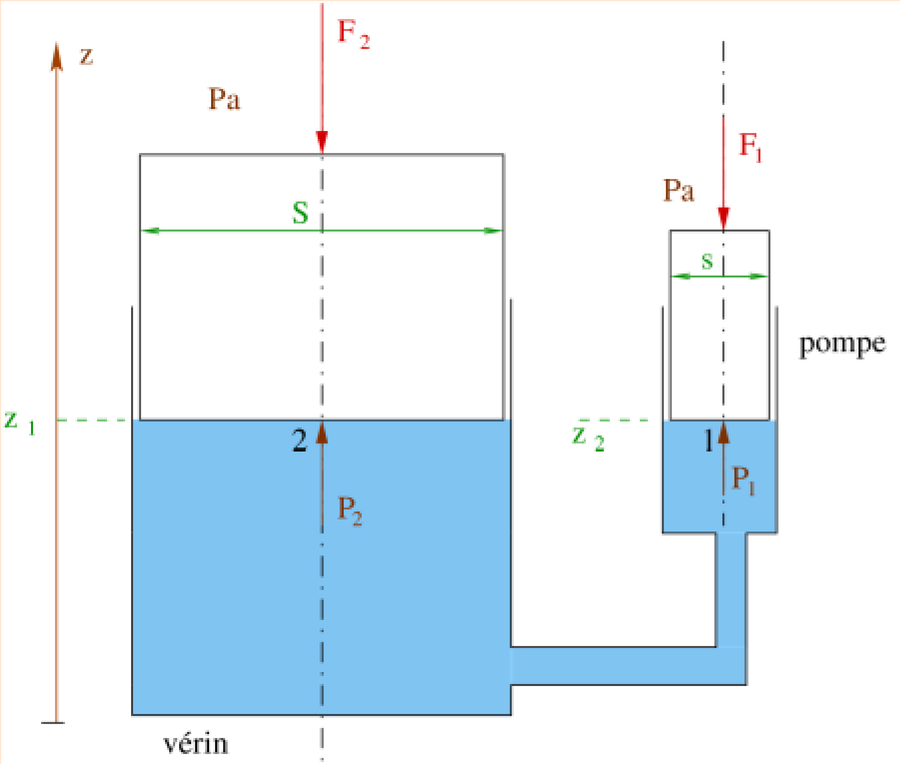
$$(P_0 + \Delta P_0) - (P + \Delta P) = \rho g (z - z_0)$$

On en déduit : $\boxed{\Delta P = \Delta P_0}$

- *Dans un fluide incompressible en équilibre, toute augmentation de pression produite en un point se transmet intégralement à tous les points du fluide.*

1 Théorème de Pascal

Exemple : *Soit le vérin hydraulique ci-contre. Le système étant en équilibre et les pistons sont sur la même horizontale. Si on applique un effort F_1 de 100 N sur le piston de la pompe, calculer la charge qu'il est possible de soulever avec le vérin. On donne : D/d=10.*



- Equilibre du verin :

$$F_2 + P_a S - P_2 S = 0$$

- Equilibre de la pompe : $F_1 + P_a s - P_1 s = 0$

comme : $z_1 = z_2$ → $P_1 = P_2$

Principe fondamental de la statique

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{S}{s} \Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \left(\frac{D}{d}\right)^2 = 100 \cdot 10^2 = \boxed{10\,KN}$$

1

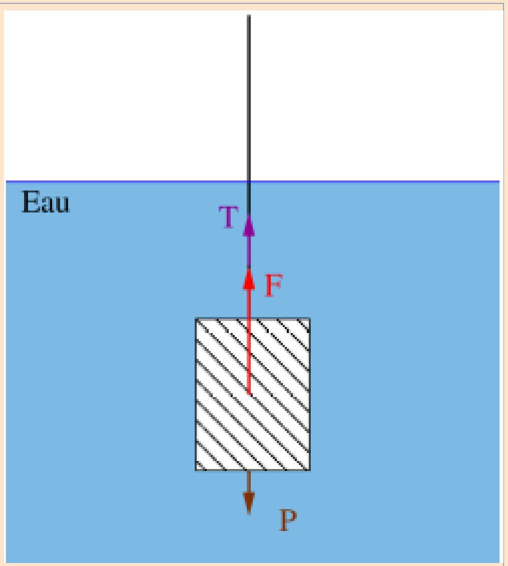
Théorème d'Archimède

- *Tout corps immergé dans un liquide au repos reçoit de ce liquide une poussée égale et opposée au poids de liquide déplacé.*

- Si le solide est *homogène* alors son centre de gravité est confondu avec son centre de poussée ou centre de gravité du volume de liquide.

1 Théorème d'Archimède

Exemple : *Soit à déterminer la tension T du fil très fin qui supporte une masse d'acier de 20 Kg plongée dans l'eau.*
On donne: ρ =7800 Kg/m³, g=10 m/s² ρ_{eau}=1000 Kg/m³.



- Condition d'équilibre : $T + F - P = 0$

$$P = mg$$

$$F = \rho_{eau} g V = \rho_{eau} g \frac{m}{\rho}$$

Volume d'eau déplacé = volume d'acier

$$\Rightarrow T = P - F = mg\left(1 - \frac{\rho_{eau}}{\rho}\right)$$

$$T = 20 \cdot 10 \cdot \left(1 - \frac{1000}{7800}\right) = \boxed{174{,}36\, N}$$

1

Calcul des forces de pression

- Résultante des forces de pression sur une paroi.

$$dF = P_{zeff}\, ds \Rightarrow F = \int_s P_{zeff}\, ds$$

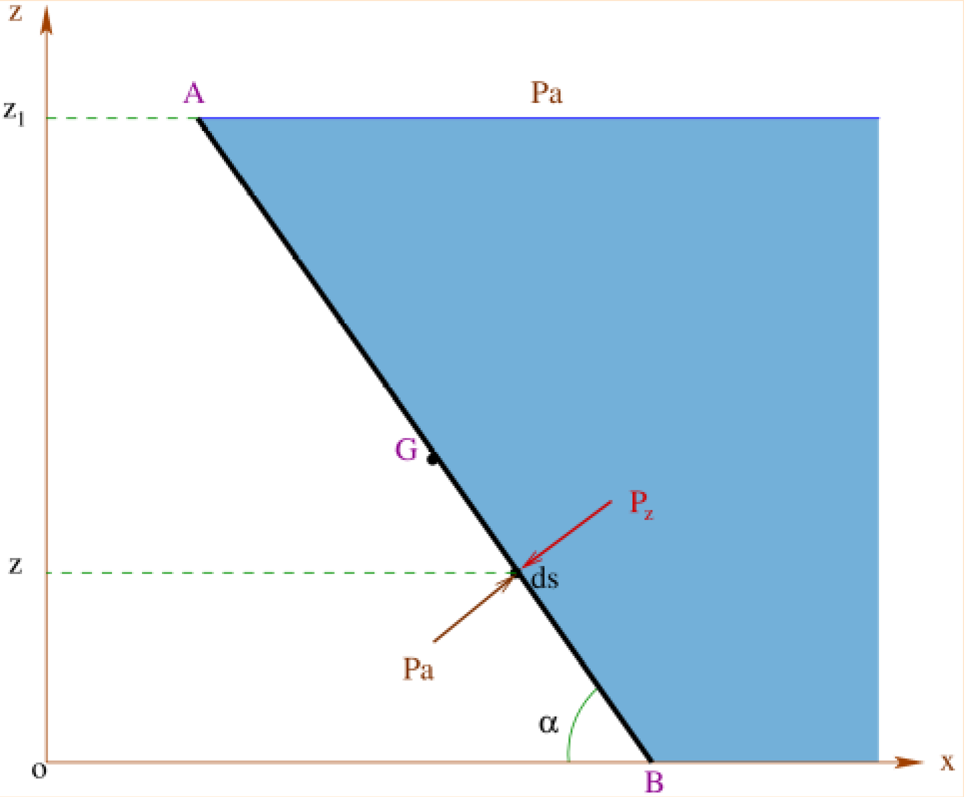
- Centre de poussé : point d'application de *F*.

$$dM = dF \cdot x \Rightarrow M = \int_s x\, dF$$

$$\Rightarrow \quad d = \frac{M}{F}$$

Calcul des forces de pression

1



Appliquons la loi fondamentale de la statique des fluides à un point situé à une distance *z* quelconque :

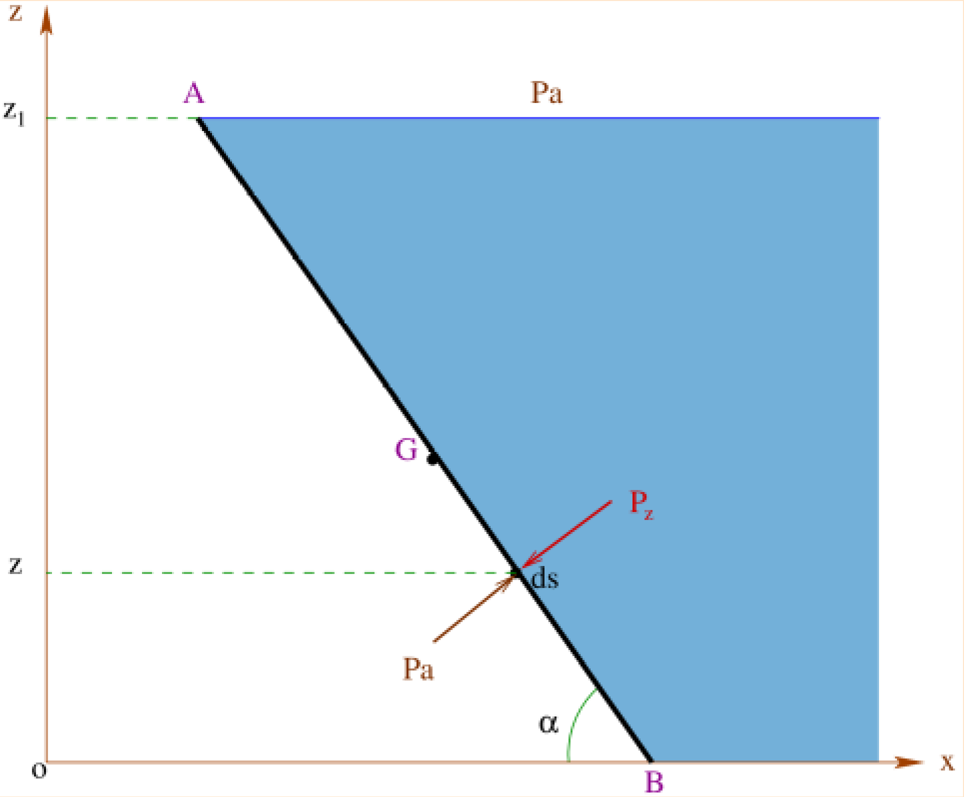
$$P_z = P_a + \rho g (z_1 - z)$$

$$\Rightarrow P_{zeff} = \rho g (z_1 - z)$$

La force élémentaire *dF* exercée sur l'élément de surface *ds* est:

$$dF = P_{zeff}\, ds = \rho g (z_1 - z)\, ds \quad \Rightarrow \quad F = \rho g \int_S (z_1 - z)\, ds$$

1 Calcul des forces de pression



Longueur AB = *L* et largeur = *b*

on a : $$ds = \frac{b\,dz}{\sin\alpha}$$

$$F = \frac{\rho g b}{\sin\alpha}\int_0^{z_1}(z_1 - z)\,dz = \frac{\rho g b}{2\sin\alpha} z_1^2$$

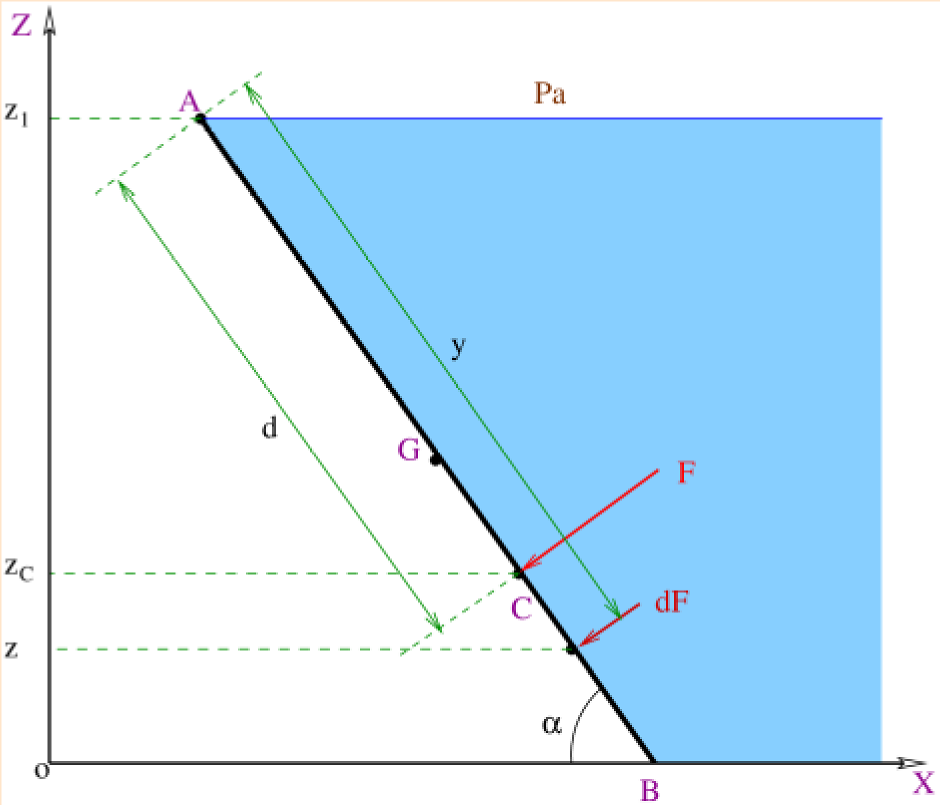
$$z_1 = L\sin\alpha$$

$$F = \frac{1}{2}\rho g b L^2 \sin\alpha$$

Résultante des forces Appliquées sur la paroi

1

Calcul des forces de pression



Le moment élémentaire *dM* d'une force *dF* quelconque par rapport au point *A* est:

$$dM = dF \cdot y \Rightarrow M = \int_s y\, dF$$

On a : $y = \dfrac{z_1 - z}{\sin \alpha}$

$$M = \frac{\rho g b}{\sin^2 \alpha} \int_0^{z_1} (z_1 - z)^2 dz = \frac{\rho g b}{3 \sin^2 \alpha} z_1^3$$

$$M = \frac{1}{3} \rho g b L^3 \sin \alpha = F \cdot d$$

$$d = \frac{2}{3} \cdot L$$

Centre de poussée

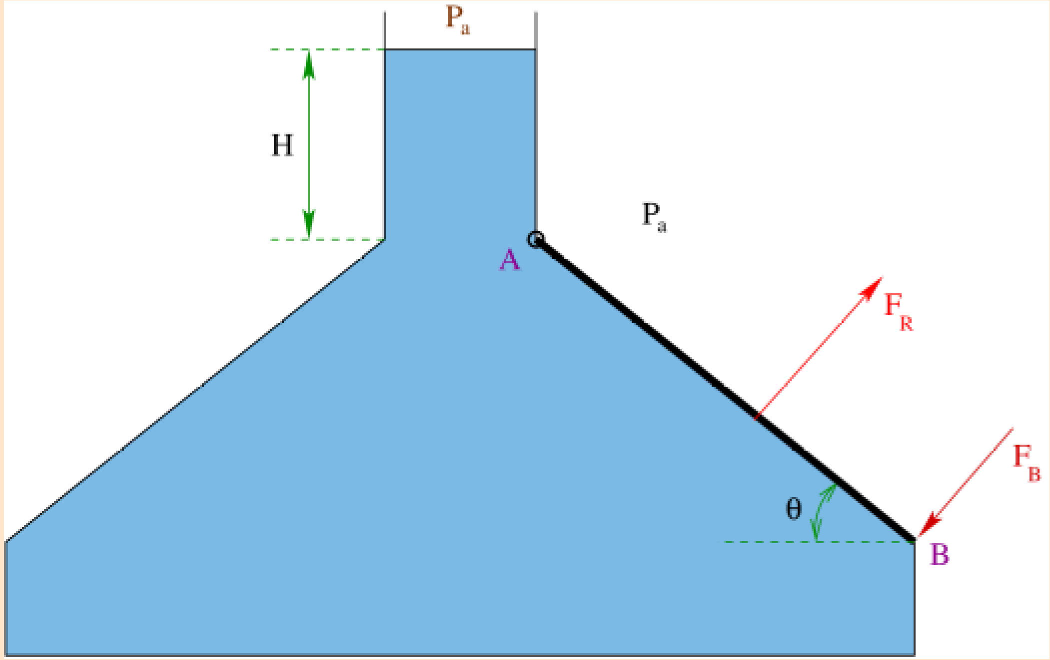
Calcul des forces de pression

Exemple : *La porte rectangulaire AB est articulée en A. Sa longueur est AB=L=1,5 m et sa largeur est W=2 m.*

1. Calculer la résultante des forces F_R exercées par l'eau sur la porte AB.

2. Calculer la force F_B à appliquer au point B pour maintenir la porte fermée.

On donne: ρ =999 kg/m³, g=9,81 m/s², H=3 m et θ =25° .



$$dF_R = P_{zeff}\,ds = \rho g z\,ds$$

$$dF_R = \rho g z W dy$$

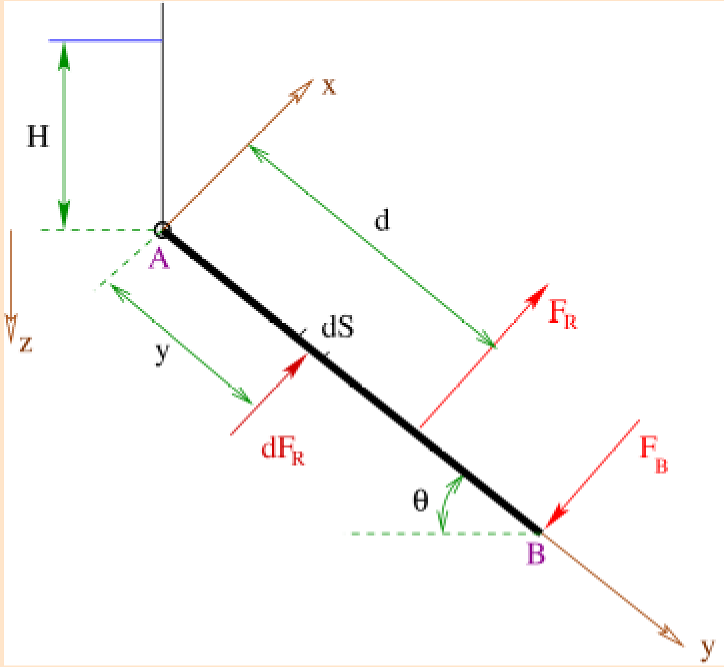
$$z = H + y\sin\theta$$

$$dF_R = \rho g W (H + y\sin\theta) dy$$

$$F_R = \rho g W \int_0^L (H + y\sin\theta) dy$$

1 Calcul des forces de pression

$$F_R = \rho g W L\left(H + \frac{L}{2}\sin\theta\right) \rightarrow F_R = 97{,}52\,kN$$



$$\sum M_{F/A} = 0 \Rightarrow F_B = \frac{d}{L} F_R$$

$$\sum dM_{dF_R/A} = M_{F_R/A}$$

$$\sum dF_R \cdot y = F_R \cdot d$$

$$d = \frac{\rho g W}{F_R}\int_0^L (H + y\sin\theta)\cdot y\,dy$$

$$\rightarrow d = \frac{\rho g W L^2}{F_R}\left(\frac{H}{2} + \frac{L}{3}\sin\theta\right) = 0{,}774\,m \rightarrow F_B = 50{,}32\,kN$$

Equilibre relatif

1

On peut soumettre un liquide à une translation ou à une rotation à accélération constante sans occasionner de mouvement relatif entre ses particules.

Dans ces conditions, il y a *équilibre relatif* et absence de tensions internes.

Il n'existe, en général, pas de mouvement relatif entre le liquide et le récipient qui le contient.

Les lois de la statique des fluides continuent à s'appliquer, avec des modifications tenant compte des effets de l'accélération.

1

Equilibre relatif

Considérons l'équilibre d'un liquide de la forme d'un parallélépipède élémentaire de cotés dx , *dy* et *dz*. Les forces agissant sur lui sont :

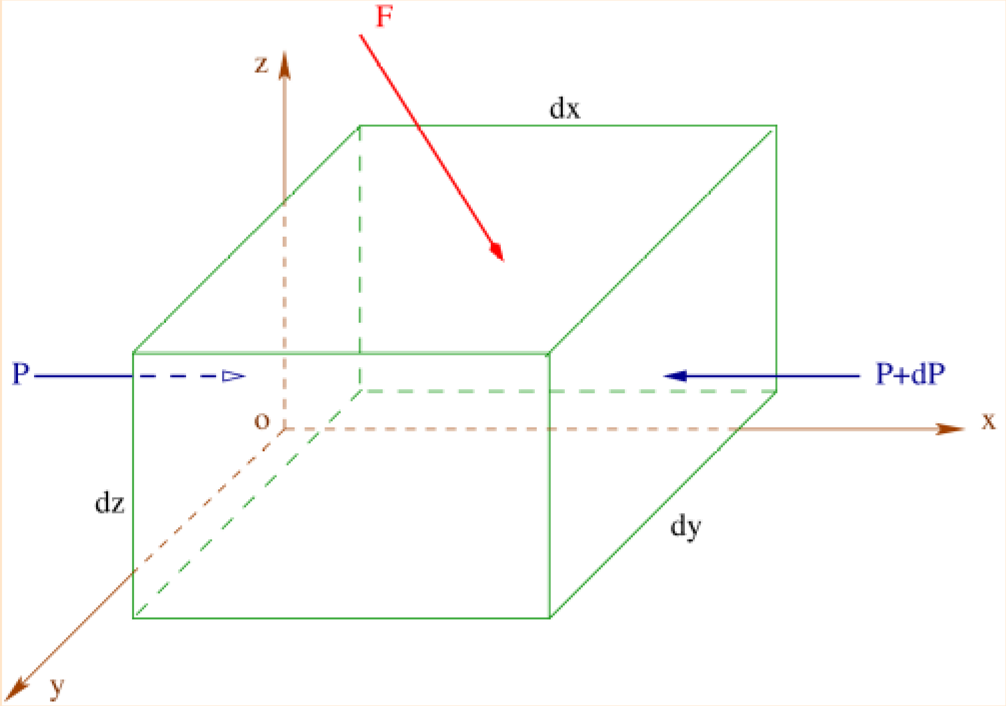
• Forces surfaciques: force de pression.

• Forces volumiques par unité de masse ***F***: inertie, pesanteur (ou gravité), magnétique, électrique … etc.

Soient F_x, F_y et F_z les composantes de la force résultante, et *dm* la masse du parallélépipède.

$$dm = \rho\, dx\, dy\, dz$$

Ecrivons la condition d'équilibre suivant l'axe x :



Equilibre relatif

1

$$P\,dy\,dz - \left(P + \frac{\partial P}{\partial x}dx\right)dy\,dz + \rho F_x\,dx\,dy\,dz = 0$$

$\Rightarrow$ $$F_x = \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}$$ $\Rightarrow$ $$F_y = \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y}$$ $\Rightarrow$ $$F_z = \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z}$$

$\Rightarrow$ $$F = \frac{1}{\rho}\overrightarrow{grad}\,P$$

Equations d'Euler de la statique des fluides

Dans le champs de pesanteur, on a: *F_x=0, F_y =0 et F_z = -g* et l'équation générale se simplifie à:

$$-\rho g = \frac{dP}{dz} \Rightarrow dP + \rho g\,dz = 0$$

$\Rightarrow$ $$P + \rho g z = C^{te} = P_g$$

Pression motrice

1

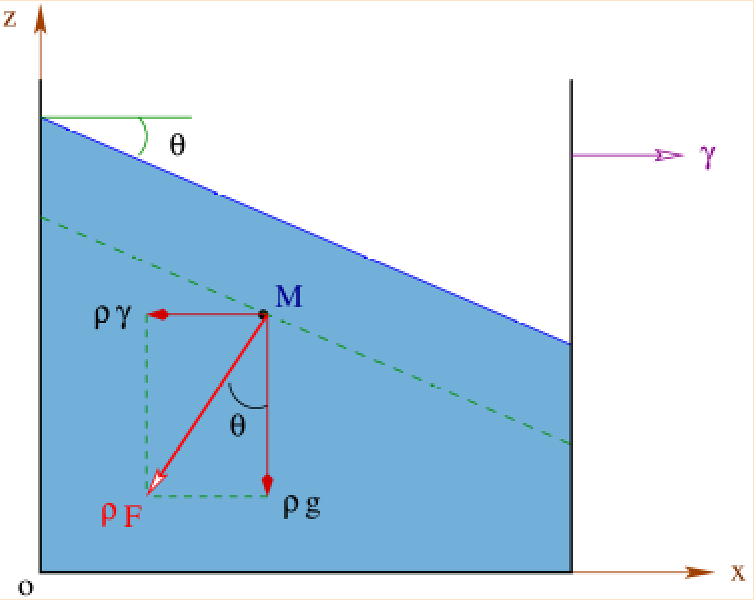
Equilibre d'un liquide soumis à une accélération constante

$$\rho F - \overrightarrow{grad}\, P = 0$$

Suivant ox: $$-\rho\gamma - \frac{\partial P}{\partial x} = 0$$

Suivant oy: $$\frac{\partial P}{\partial y} = 0$$

Suivant oz: $$-\rho g - \frac{\partial P}{\partial z} = 0$$



Différentielle totale de *P* :

$$dP = \frac{\partial P}{\partial x}dx + \frac{\partial P}{\partial y}dy + \frac{\partial P}{\partial z}dz = -\rho\gamma\, dx - \rho g\, dz$$

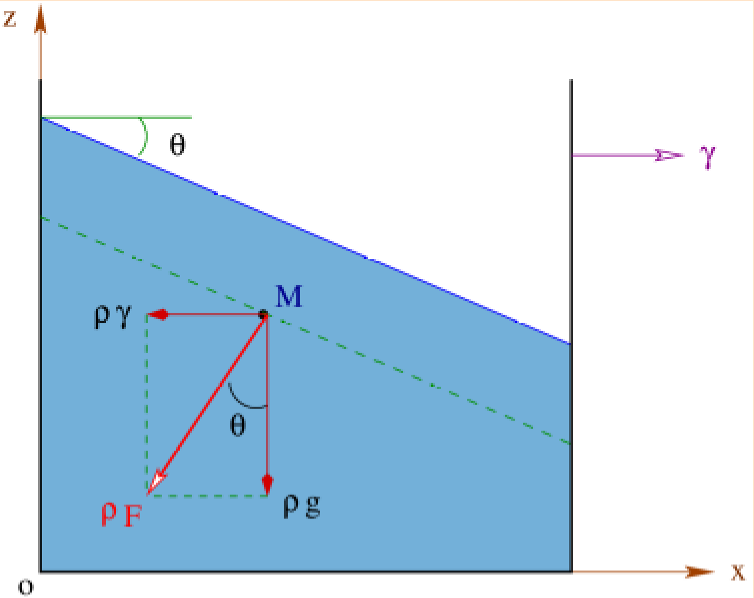
Surfaces *isobares* (de même pression) ➡ *dP = 0* et en intégrant :

$$-\rho\gamma x - \rho g z = C^{te}$$

1 Equilibre d'un liquide soumis à une accélération constante

$$z = -\frac{\gamma}{g}x + C^{te}$$

Droites de pente $(-\gamma/g)$ parallèles à la surface libre



Pression en un point quelconque du fluide :

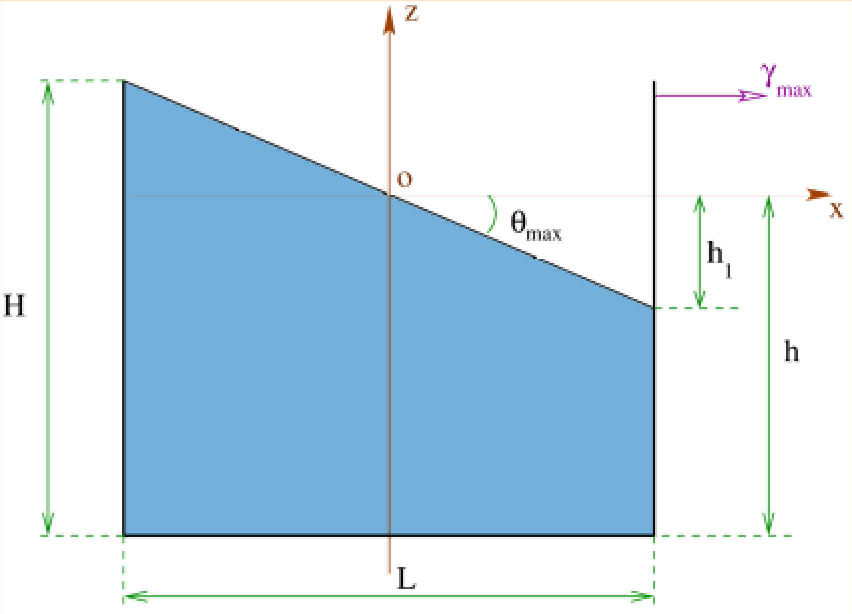
$$P(z,x) = -\rho(\gamma x + g z) + C^{te}$$

Si $\gamma = 0$ ⟹ $P = P(z)$ ⟹ $$P + \rho g z = C^{te}$$

Equation de la statique des fluides

1 Equilibre d'un liquide soumis à une accélération constante

Exemple : *Soit un réservoir rectangulaire ouvert de largeur 3 m contenant 1,2 m d'eau. Ce réservoir est accéléré horizontalement de 3,5 m/s² . Quelle est la quantité d'eau renversée pendant son mouvement et quelles sont les pressions effectives maximale et minimale qui reigneront au fond du réservoir ?*
On donne : H = 1, 8 m ; h = 1, 2 m ; L = 3 m et g = 10 m/s ² .

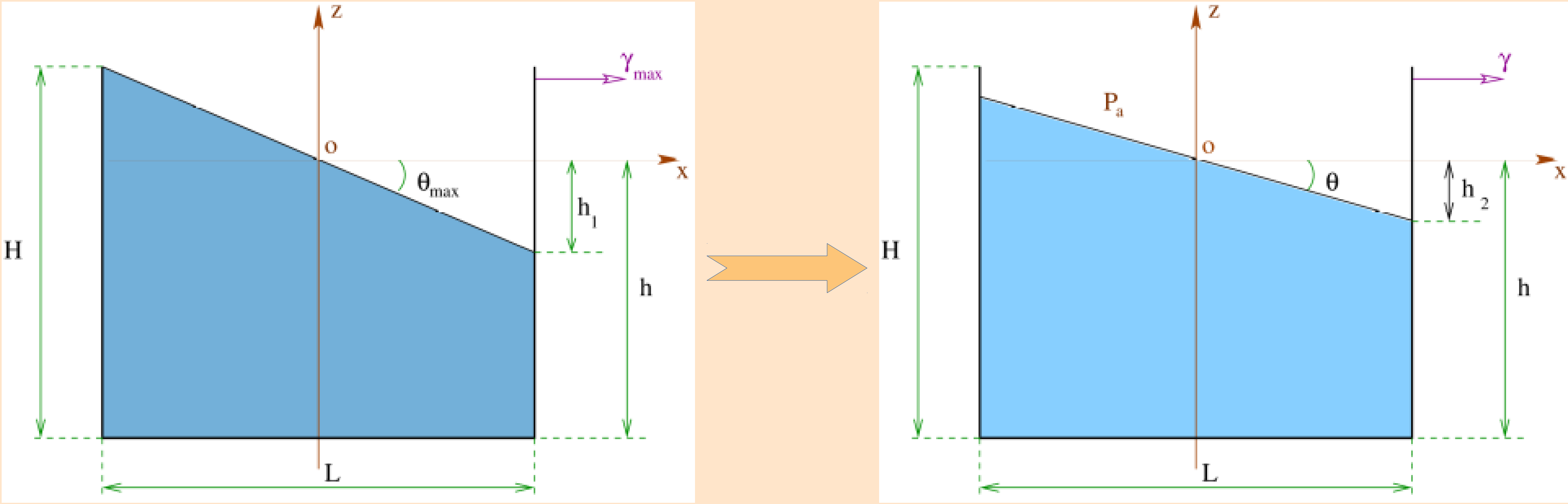


Calculons d'abord l'accélération maximale pour laquelle il n'y aura pas de déversement de l'eau :

$$\gamma_{max} = g \cdot tg\,\theta_{max} = g\frac{h_1}{L/2} = \frac{2g}{L}(H-h) = 2\cdot 10\frac{(1{,}8-1{,}2)}{3} = 4\,m/s^2$$

$4\ m/s^2 > 3{,}5\ m/s^2$ ⟹ il n'y aura pas d'eau qui se déverse !.

Equilibre d'un liquide soumis à une accélération constante



$$P_{eff\ min} = \rho g(h - h_2) = \rho g\left(h - \frac{L}{2} \cdot tg\,\theta\right) = \rho g\left(h - \frac{L}{2} \cdot \frac{\gamma}{g}\right) = \boxed{6{,}75 . 10^3\ N/m^2}$$

$$P_{eff\ max} = \rho g(h + h_2) = \rho g\left(h + \frac{L}{2} \cdot tg\,\theta\right) = \rho g\left(h + \frac{L}{2} \cdot \frac{\gamma}{g}\right) = \boxed{17{,}25 . 10^3\ N/m^2}$$

Equilibre d'un liquide soumis à une rotation uniforme

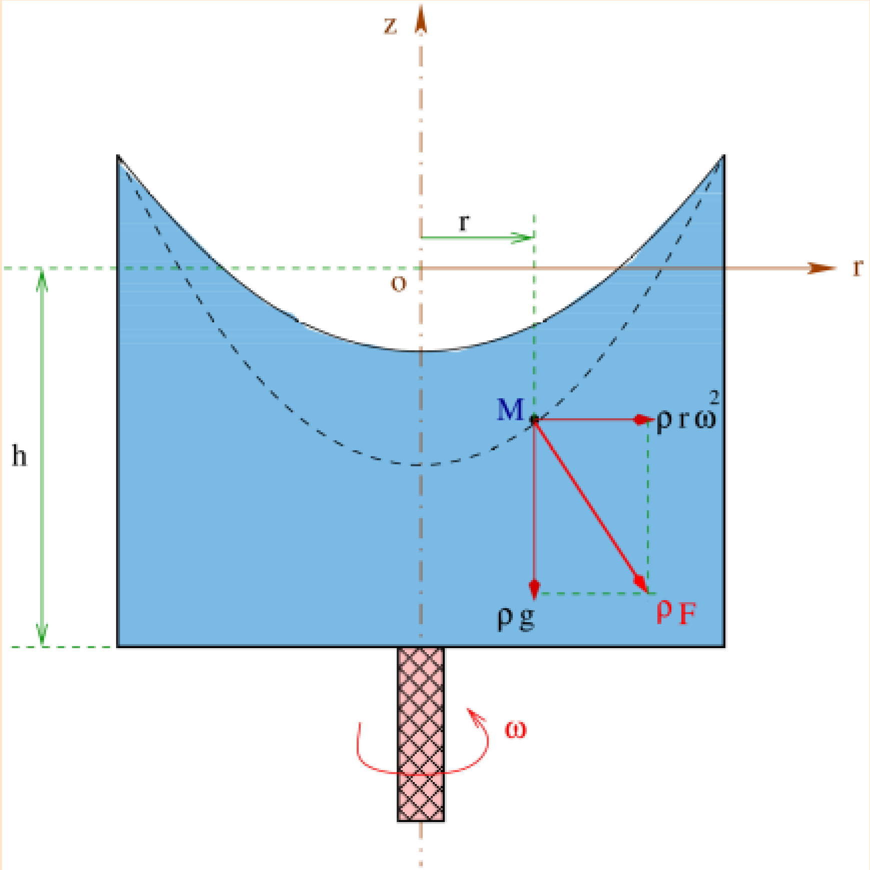
$$\rho F - \overrightarrow{grad}\, P = 0$$

Suivant or: $$\rho r \omega^2 - \frac{\partial P}{\partial r} = 0$$

Suivant oz: $$-\rho g - \frac{\partial P}{\partial z} = 0$$

Différentielle totale de *P* :

$$dP = \frac{\partial P}{\partial r} dr + \frac{\partial P}{\partial z} dz = \rho r \omega^2 dr - \rho g\, dz$$

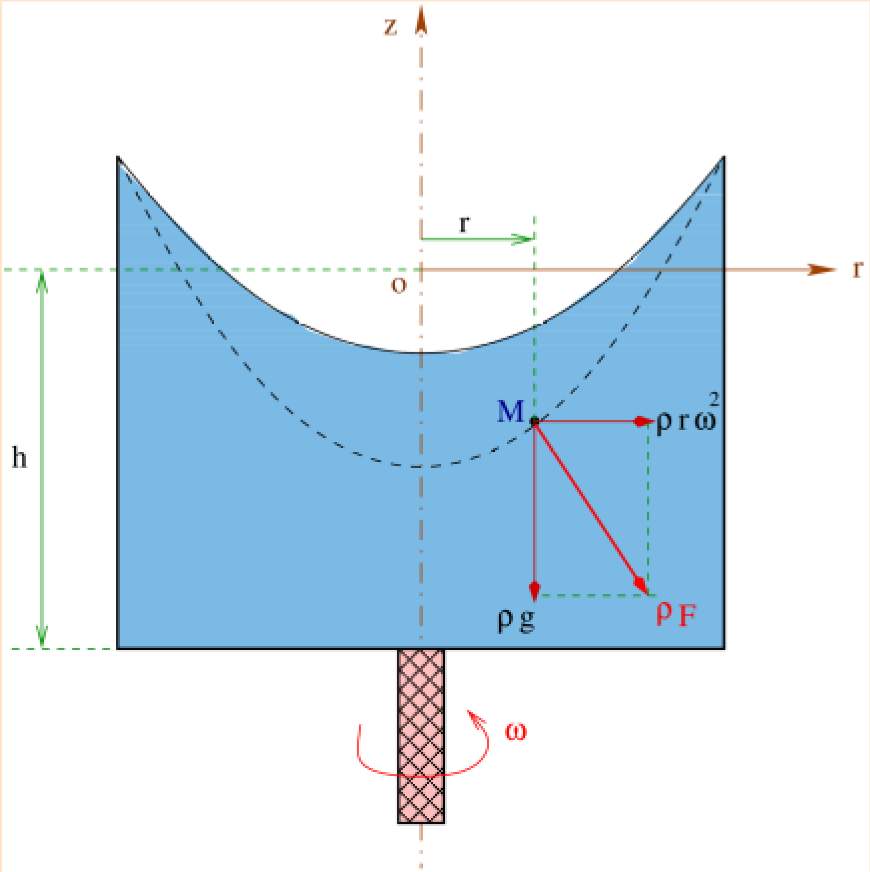


Surfaces *isobares* → *dP = 0* → $$\frac{1}{2}\rho r^2 \omega^2 - \rho g z = C^{te}$$

1 Equilibre d'un liquide soumis à une rotation uniforme

$$z = \frac{\omega^2}{2g} \cdot r^2 + C^{te}$$

Paraboloïdes de révolution



Pression en un point quelconque du fluide :

$$P(r,z) = \frac{1}{2}\rho\omega^2 r^2 - \rho g z + C^{te}$$

Si $\omega = 0$ → $P = P(z)$ → $P + \rho g z = C^{te}$

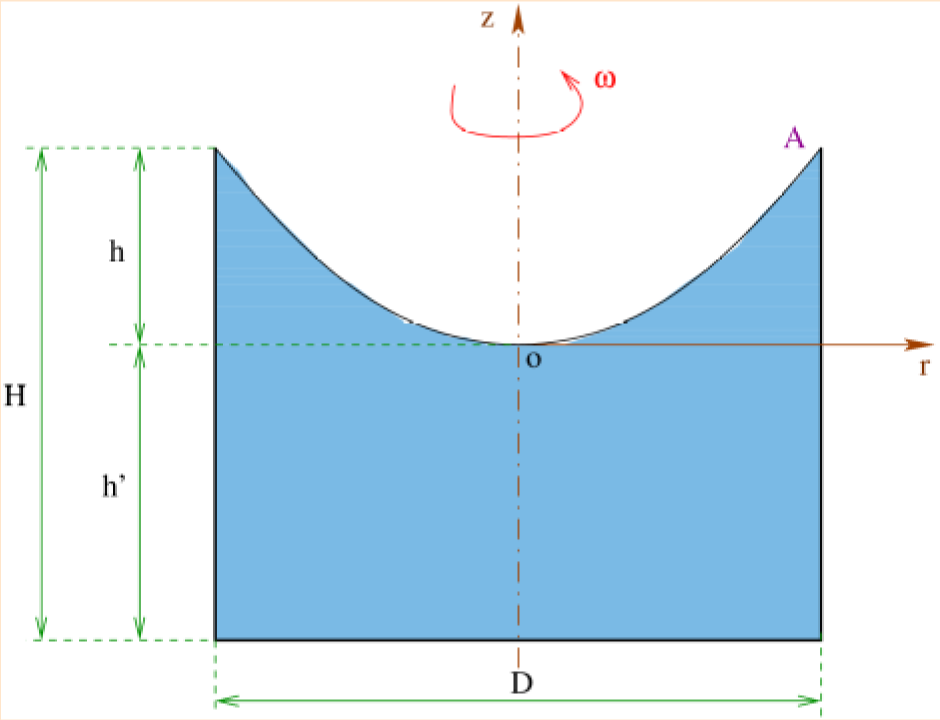
Equation de la statique des fluides

1 Equilibre d’un liquide soumis à une rotation uniforme

Exemple : *Un réservoir ouvert de 120 cm de diamètre et 180 cm de profondeur est rempli d'eau et tourne autour de son axe à 60 tr/mn.*

1. Quelle est la quantité d'eau déversée ?

2. Calculer la profondeur de l'eau au niveau de l'axe.



Le réservoir étant rempli d'eau, une quantité d'eau est déversée dès qu'il commence à tourner. Cette quantité V_{eau} est égale au volume de la parabole :

$$V_{eau} = V_{parabole} = \frac{1}{2} V_{cylindre} = \frac{1}{2}\pi r^2 h = \frac{\pi}{8} D^2 h$$

h ?

1 Equilibre d'un liquide soumis à une rotation uniforme

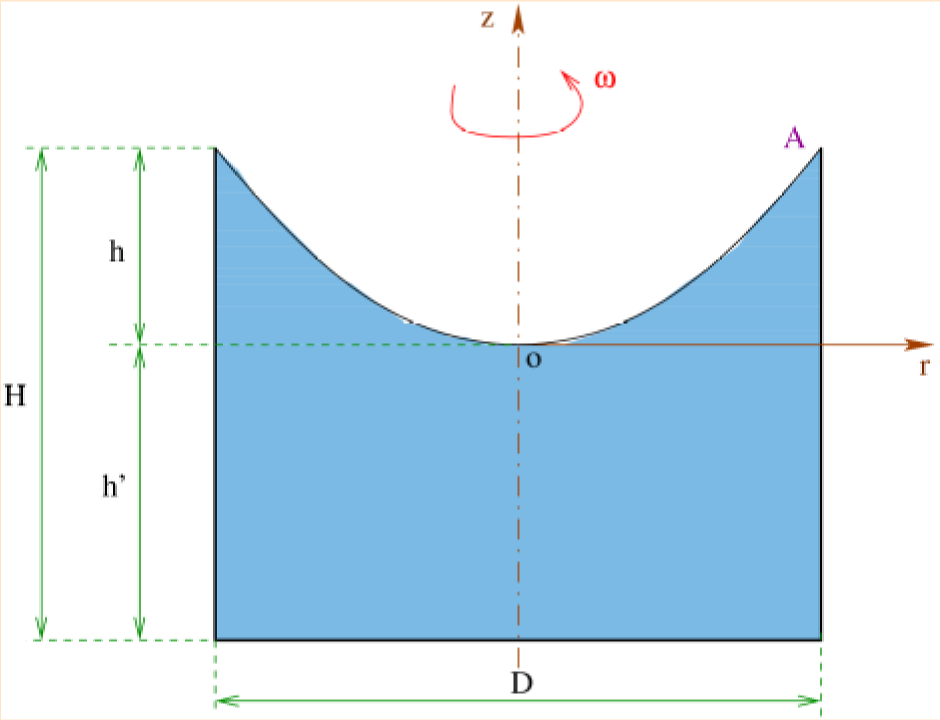
Equation de la surface libre de l'eau:

$$z = \frac{\omega^2}{2g} \cdot r^2 + C$$

(C.L) sur o : $\Rightarrow$ $C = 0$

(C.L) sur A : $\Rightarrow$ $h = \frac{\omega^2}{2g} \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2$

$$\Rightarrow \quad V_{eau} = \frac{\pi}{64} \cdot \frac{\omega^2 D^2}{g} = 0{,}41\, m^3$$



Profondeur de l'eau au niveau de l'axe:

$$h' = H - h = H - \frac{\omega^2 D^2}{8g} = 1{,}075\, m$$