

Introduction

La **mécanique** est la plus ancienne des sciences physiques qui étudie l'influence des forces sur les corps statiques et aussi les corps en mouvement. La branche de la mécanique qui analyse les corps au repos est appelée **statique**, tandis que la branche qui considère les corps en mouvement est appelée **dynamique**.

La mécanique des fluides est une sous-catégorie de la mécanique qui étudie le comportement des fluides au repos (statique des fluides) ou en mouvement (dynamique des fluides). La mécanique des fluides est également divisée en plusieurs catégories :

- **l'hydrodynamique** étudie le mouvement des fluides qui sont pratiquement incompressibles (comme les liquides, en particulier l'eau et les gaz à basse vitesse).
- **L'hydraulique** est une sous-catégorie de l'hydrodynamique et qui considère les écoulements des liquides dans les canalisations et les canaux ouverts.
- **La gazodynamique** traite les écoulements des fluides qui subissent des modifications importantes de densité (masse volumique), tels que les écoulements de gaz à travers des buses à haute vitesse.
- **L'aérodynamique** est la catégorie de la mécanique des fluides qui étudie les écoulements de gaz (notamment l'air) autour des objets tels que les avions, les fusées et les voitures à des vitesses basses ou élevée.
- D'autres catégories spécialisées comme la météorologie, l'océanographie, l'hydrologie analysent les écoulements qui se trouvent dans la nature.

États de la matière

Toute substance existe sous trois formes principales : solide, liquide, et gaz (Fig.1).

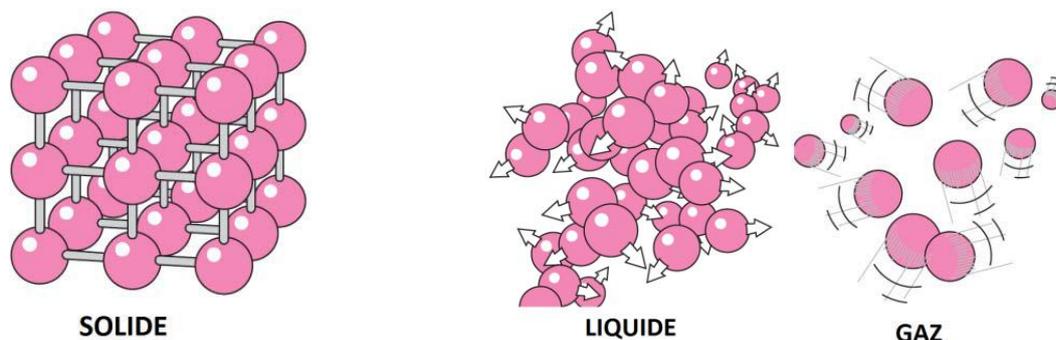


Figure 1

Une substance en phase liquide ou en phase gazeuse est appelée **fluide**.

Dans un liquide, les molécules peuvent se déplacer les unes par rapport aux autres, mais le volume reste relativement constant en raison des forces de cohésion fortes entre les molécules. En conséquence, un liquide prend la forme du récipient où il se trouve, et il forme une **surface libre** (Fig. 2). Un gaz, cependant, se dilate jusqu'à ce qu'il rencontre les parois du récipient et remplit tout l'espace disponible. C'est parce que les molécules du gaz sont

largement espacées, et les forces de cohésion entre eux sont très faibles. Donc contrairement à un liquide, les gaz ne peuvent pas former une surface libre (Fig.2)

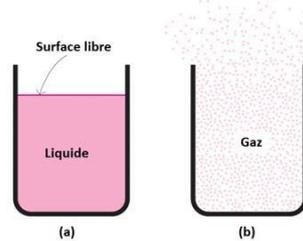


Figure 2

Caractéristiques physiques

1 Masse volumique. La masse volumique est une grandeur physique qui caractérise la masse d'un fluide par unité de volume. Elle est déterminée par le quotient de sa masse "m" sur son volume "v".

$$\rho = \frac{m}{V}$$

2. Poids spécifique. On utilise souvent en mécanique des fluides le poids spécifique noté γ , c'est tout simplement la masse volumique ρ multipliée par l'accélération gravitationnelle g .

$$\gamma = \rho \cdot g$$

g : Accélération de la pesanteur (SI: $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

L'unité du poids spécifique est le (N/m³).

- La masse volumique des liquides est peu dépendante de la pression et de la température.
- La masse volumique des gaz varie en fonction de la pression et de la température. On utilise souvent la **loi des gaz parfaits** pour décrire son évolution :

$$PV = nrT \leftrightarrow P = \rho rT$$

ρ : masse volumique en (kg/m³),

T : température en Kelvin : $T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273.15$

r : constante du gaz (Air: $r = 287 \text{ J/Kg}\cdot\text{K}$) ; $r = R / M$

R : constante universelle des gaz ($R = 8.314 \text{ KJ/kmol}\cdot\text{K}$).

M : masse molaire du gaz (Air : $M = 28.97 \text{ kg/kmol}$).

3. Densité

La densité (ou densité relative) d'un fluide est le rapport de sa masse volumique à la masse volumique d'un fluide pris comme référence.

$$SG = \frac{\rho}{\rho_{ref}}$$

Dans le cas des liquides on prend l'eau comme fluide de référence. Dans le cas des gaz on prend l'air comme fluide de référence.

4. Viscosité

La viscosité d'un fluide est une mesure de sa résistance à la déformation par contrainte de cisaillement (contrainte appliquée de manière parallèle ou tangentielle). Elle caractérise la résistance d'un fluide à son écoulement lorsqu'il est soumis à l'application d'une force. Cette résistance s'explique par les forces d'attraction entre les molécules du fluide. En conséquence, les fluides de grande viscosité résistent à l'écoulement plus que les fluides à faible viscosité qui s'écoulent plus facilement (par exemple, le miel a une viscosité beaucoup plus élevée que l'eau).

4.1 Viscosité dynamique

La viscosité dynamique d'un fluide exprime sa résistance aux écoulements cisailés, où les couches de particules fluides adjacentes se déplacent parallèlement les unes par rapport aux autres avec des vitesses différentes. Elle peut être définie par la situation idéalisée connue sous le nom de **l'écoulement de Couette**, où une couche de fluide est piégée entre deux plaques horizontales, l'une fixe et l'autre mobile avec une vitesse constante u (Fig. 3).

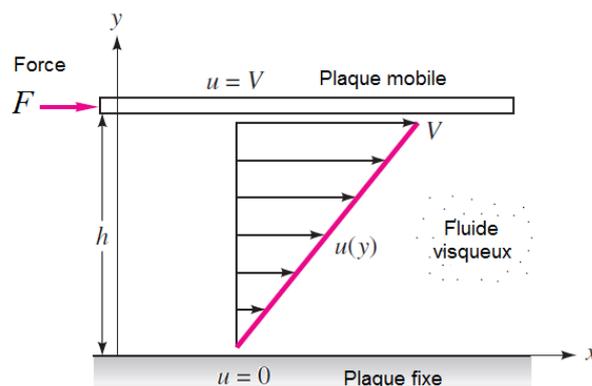


Figure 3. Écoulement de Couette

Si la vitesse de la plaque supérieure est suffisamment petite, les particules de fluide se déplacent parallèlement à elle, et leur vitesse varie de manière linéaire de "zéro" en bas à " u " en haut. Chaque couche de fluide se déplace plus vite que celle juste en dessous, et le frottement entre les couches de particules fluides va donner lieu à une force de résistance. En conséquence, le fluide va appliquer sur la plaque supérieure une force dans la direction opposée à son mouvement, et aussi une force sur la plaque inférieure égale à celle du haut mais dans le sens inverse. Ainsi une force externe " F " est donc nécessaire afin de maintenir la plaque supérieure se déplaçant à une vitesse constante " u ". L'amplitude de la force " F " est proportionnelle à la vitesse " u ", à la surface " A " de chaque plaque, et inversement proportionnelle à la distance séparant les deux plaques " y ". Le facteur de proportionnalité est la viscosité dynamique du fluide " μ ", on a donc:

$$F = \mu \cdot S \cdot \frac{u}{y}$$

F : Force en (N),

μ : viscosité dynamique en (kg/m.s ou N.s/m²),

S : surface de contact en (m²),

u : vitesse en (m/s),

y : distance entre les deux plaques en (m).

Isaac Newton a exprimé les forces visqueuses par l'équation différentielle suivante :

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

Où $\tau = \frac{F}{S}$ est la **contrainte de cisaillement** et $\frac{\partial u}{\partial y}$ est le **taux de déformation** qui représente la dérivée de la vitesse du fluide par rapport à la direction perpendiculaire aux plaques.

Dans le cas où μ est une constante, le fluide qui obéit à la relation ci-dessus est appelé **fluide Newtonien**.

4.2 Viscosité cinématique

La viscosité cinématique est le rapport entre la viscosité dynamique μ et la masse volumique ρ du fluide. Elle est généralement désignée par la lettre grecque ν (nu)

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

L'unité de la viscosité cinématique est le (m²/s).

5. Définitions

5.1 Fluide réel

Un fluide qui possède une certaine viscosité est connu sous le nom de fluide réel. Dans la pratique tous les fluides sont des fluides réels.

5.2 Fluide parfait

Un fluide est dit parfait s'il est possible de décrire son mouvement sans prendre en compte les effets de viscosité. Tous les fluides ayant une viscosité (sauf un **superfluide**, ce qui en pratique ne concerne guère que l'hélium à très basse température), le fluide parfait ne peut être qu'une approximation pour une viscosité tendant vers zéro.

5.3 Fluide incompressible

Un fluide est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donnée de fluide ne varie pas en fonction de la pression extérieure. Les liquides peuvent être considérés comme des fluides incompressibles (eau, huile, etc.)

5.4 Fluide compressible

Un fluide est dit compressible lorsque le volume occupé par une masse donnée de ce fluide varie en fonction de la pression extérieure. Les gaz sont des fluides compressibles. Par exemple, l'air, l'hydrogène, le méthane à l'état gazeux, sont considérés comme des fluides compressibles.

Exercice 1

Un système piston-cylindre contenant un volume d'air de 90 litres à une pression de 130 kPa et une température de 26 °C. La pression de l'air double lorsque le volume est réduit dans le système à 56 litres. Déterminer la masse volumique et la température de l'air après la compression. ($r_{\text{Air}} = 287 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$).

Réponse : $\rho = 2.44 \text{ kg/m}^3$, $T = 371 \text{ K}$.

Exercice 2 (Figure 1)

Un ballon dirigeable peut être approximé par un cylindre de 60 m de long et 30 m de diamètre. Estimer le poids du gaz à l'intérieur du ballon lorsque celui-ci est à une température de 20°C:

- a) Si le gaz est de l'hélium à une pression de 1.1 atm
- b) Si le gaz est de l'air à 1 atm.

Que représente la différence entre ces deux valeurs ? ($r_{He} = 2077 \text{ J/Kg}\cdot\text{K}$ et $1 \text{ atm} = 101350 \text{ Pa}$)

Réponse : a) $p = 76000 \text{ N}$, b) $p = 501000 \text{ N}$.

Exercice 3 (Figure 2)

Un fluide avec une viscosité dynamique $\mu = 0.001 \text{ (kg/m}\cdot\text{s)}$ s'écoule sur une plaque. Déterminer le gradient de vitesse (dv/dy) et l'intensité de la contrainte de cisaillement aux points $y = 0, 1, 2$ et 3 m , en supposant qu'entre le point A et B :

- a) la vitesse varie de façon linéaire.
- b) la distribution de vitesse est parabolique avec un gradient de vitesse nulle au point A.

Réponse: a) $dv/dy = 15 \text{ s}^{-1}$, $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = 0.0015 \text{ N/m}^2$ pour tout y

b) $dv/dy = 30, 20, 10, 0 \text{ s}^{-1}$ et $\tau = 0.030, 0.020, 0.010, 0 \text{ N/m}^2$ pour $y = 0, 1, 2$ et 3 m respectivement.

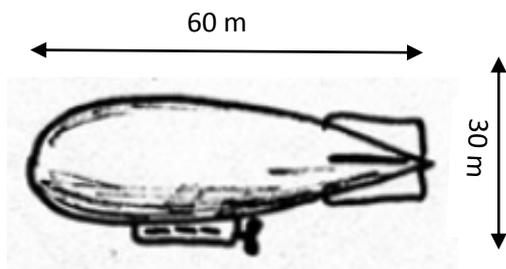


Figure 1

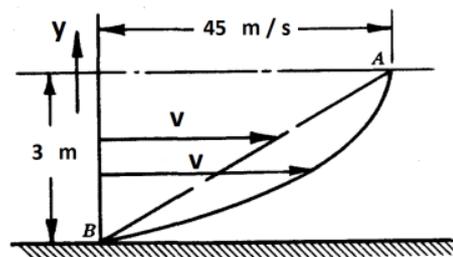


Figure 2

Statique des fluides

La pression est définie comme une force normale exercée par un fluide par unité de surface. Nous parlons de pression lorsque nous traitons avec un gaz ou un liquide. Dans le cas des solides on parle de contrainte normale. Étant donné que la pression est définie comme une force par unité de surface, son unité est Newtons par mètre carré (N/m^2), appelée aussi pascal (Pa). Autrement dit : $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$

$$P = F/S$$

Le pascal est trop petit pour les pressions rencontrées dans la pratique. Par conséquent, ses multiples kilo Pascal ($1 \text{ kPa} = 10^3 \text{ Pa}$) et méga Pascal ($1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$) sont couramment utilisés. Trois autres unités de pression sont aussi utilisées : le bar, l'atmosphère standard et le kilogramme-force par centimètre carré.

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 0.1 \text{ MPa} = 100 \text{ kPa}$$

$$1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ Pa} = 101.325 \text{ kPa} = 1.01325 \text{ bars}$$

$$1 \text{ kgf/cm}^2 = 9.807 \text{ N/cm}^2 = 9.807 \times 10^4 \text{ N/m}^2 = 9.807 \times 10^4 \text{ Pa} = 0.9807 \text{ bar} = 0.9679 \text{ atm}$$

Dans le système anglais l'unité de pression est le psi « **P**ound-**f**orce per **S**quare **I**nch »

$$1 \text{ bar} = 14.504 \text{ psi}$$

1.1 Pression absolue et relative

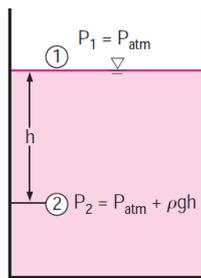
La pression réelle à une position donnée est appelée **pression absolue**, elle est mesurée par rapport au vide absolu (vide = pas de matière). Cependant la plupart des appareils de mesure de pression sont calibrés pour indiquer zéro lorsqu'ils ne sont pas branchés et sont à l'air libre (Fig. 2-1), donc ces appareils indiquent la différence entre la pression absolue et la pression atmosphérique locale. Cette différence est appelée **pression relative** (appelée aussi **pression effective**) et on a la relation suivante :

$$P_{relative} = P_{absolue} - P_{atmosphérique\ locale}$$

2. Loi fondamentale de la statique des fluides

Il est évident que la pression dans un fluide au repos ne change pas dans la direction horizontale. Cela peut être démontré facilement en considérant une couche mince horizontale de fluide et faire l'équilibre des forces dans les directions horizontales. Cependant, ce n'est pas le cas dans la direction verticale dans un champ gravitationnel, la pression dans un fluide au repos augmente avec la profondeur. Lorsqu'on plonge par exemple dans une piscine et on descend vers le bas il y a de plus en plus d'eau au-dessus de nous, ceci se traduit par une augmentation de pression, la relation de la variation de la pression avec la profondeur est donnée par :

$$P_2 = P_{atm} + \rho gh \quad \text{Où} \quad P_{relative} = \rho gh$$



La forme différentielle pour la variation de la pression avec l'élévation est donnée par :

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$

Le signe négatif dans l'équation vient de la direction de l'axe z qui pointe vers le haut de telle sorte que dP est négative lorsque dz est positif, puisque la pression diminue en montant vers le haut.

3. Calcul de la pression pour des fluides non miscibles superposés

Beaucoup de problèmes d'ingénierie impliquent l'utilisation de multiples fluides non miscibles empilés les uns sur les autres avec des masses volumiques différentes. Ces systèmes peuvent être facilement analysés

Prenons l'exemple montré sur la figure 4 d'un réservoir rempli de trois liquides non miscibles avec des masses volumiques différentes ρ_1 , ρ_2 et ρ_3 . Les surfaces de séparation entre ces liquides sont horizontales et les liquides se superposent par ordre de masse volumique décroissante $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$. La pression au fond du réservoir peut être déterminée en démarrant de la surface libre en haut où la pression est P_{atm} , se déplaçant ensuite vers le bas on obtient :

$$P_A = P_{atm} + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3$$

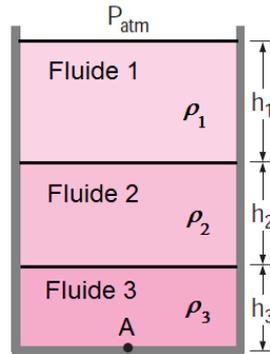


Figure.4

Surface de niveau

On appelle **surface de niveau** le lieu des points du fluide soumis à la même pression.

L'intégration de l'équation $\frac{dP}{dz} = -\rho g$ par rapport à z en considérant ρ et g comme des constantes donne ce qui suit:

$$P = -\rho g z + cst$$

Si $P = C^{st}$ alors z est C^{st} . Les surfaces de niveau sont donc des plans horizontaux.

5. Théorème de Pascal

La pression dans un fluide reste donc constante dans la direction horizontale, ce qui fait que lorsqu'on augmente la pression dans un point d'un fluide cela engendre une augmentation de pression de la même quantité tout au long du plan horizontal qui contient ce point, et en conséquence fait augmenter la pression à tous les points du fluide, c'est le théorème de Pascal :

« Dans un fluide incompressible en équilibre, toute augmentation de pression produite en un point se transmet intégralement à tous les points du fluide »

Ce principe est très important puisqu'il est à la base du fonctionnement des vérins hydrauliques (Fig5), des ascenseurs, des presses, ainsi que les contrôles hydrauliques des aéronefs et autres types de machinerie lourde. L'idée fondamentale derrière ces dispositifs et systèmes est montrée sur la figure 5. Un piston situé à une extrémité d'un système fermé rempli avec un liquide, tel que l'huile, peut être utilisé pour modifier la pression dans tout le système, une force F_1 appliquée sur le premier piston et ainsi transmise à un second piston où la force résultante est F_2 . Puisque la pression P agissant sur les surfaces des deux pistons est la même, on peut écrire que :

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Leftrightarrow F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}$$

Si la surface S_2 est beaucoup plus grande que la surface S_1 , une petite force F_1 appliquée sur le petit piston peut être utilisée pour développer une force F_2 plus importante à l'autre côté sur le plus grand piston.

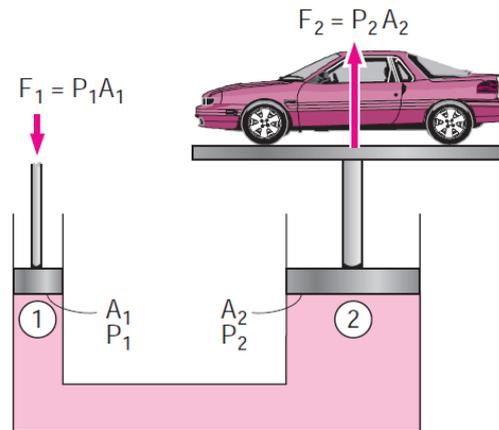


Figure.5

6. Instruments de mesure de la pression

Étant donné que la pression est une caractéristique très importante dans un fluide, il y a de nombreux dispositifs et techniques qui sont utilisées pour sa mesure. Comme déjà indiqué précédemment, la pression en un point dans un fluide peut être définie comme étant une pression absolue ou une pression relative. La pression absolue est mesurée par rapport au zéro absolu (vide totale), alors que la pression relative est mesurée par rapport à la pression atmosphérique locale. Ainsi, une pression relative égale à zéro correspond à une pression absolue égale à la pression atmosphérique locale.

6.1 Baromètre à mercure

La mesure de la pression atmosphérique est habituellement réalisée avec un baromètre à mercure qui a été inventé par Torricelli en 1643 (Figure 6)

$$P_B = P_{atm} = P_A + \rho_{Mercure}gh$$

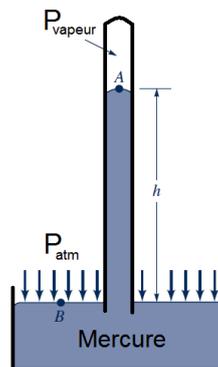


Fig.6. Baromètre à mercure de Torricelli

6.2 Manomètres

Une technique classique de mesure de pression comprend l'utilisation de colonne de liquide dans un tube vertical ou incliné. Les dispositifs de mesure basés sur cette technique sont appelés manomètres. Trois types communs de manomètres incluent le piézomètre, le manomètre en U et le manomètre à tube incliné.

Piézomètre

C'est un tube mince transparent qui est d'un côté ouvert à l'atmosphère et de l'autre côté branché sur un récipient qui contient un liquide pour lequel on veut mesurer la pression (Figure 7)

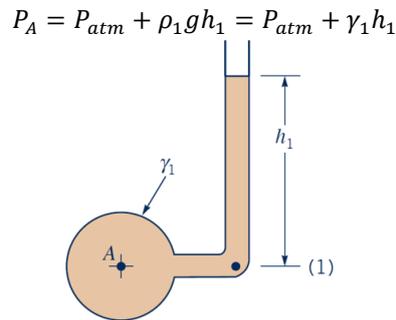


Fig.7. Piézomètre

Bien que le piézomètre est un dispositif de mesure de pression très simple et précis, il présente plusieurs inconvénients. Il peut être utilisé uniquement si la pression dans le récipient est supérieure à la pression atmosphérique, dans le cas contraire l'air serait aspiré à l'intérieur du système. L'autre inconvénient est que la pression à mesurer doit être relativement faible de sorte que la hauteur h_1 de la colonne sera raisonnable. De plus le fluide dans le récipient doit être un liquide et non un gaz.

Manomètre

Pour surmonter les inconvénients mentionnés précédemment un autre type de manomètre est largement utilisé c'est le manomètre en U. C'est un tube transparent en forme de U qui contient généralement deux fluides différents (Figure 8)

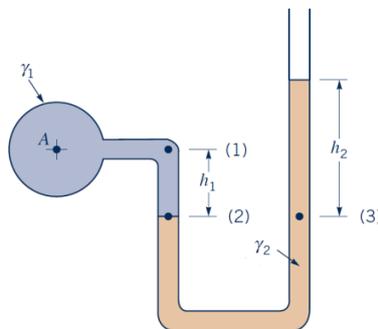


Fig.8. Manomètre en U

D'après la figure on a :

$$P_3 = P_{atm} + \rho_2 g h_2 = P_{atm} + \gamma_2 h_2 \text{ avec } P_3 = P_2$$

Et

$$P_2 = P_1 + \rho_1 g h_1 = P_1 + \gamma_1 h_1 = P_A + \gamma_1 h_1 \text{ puisque } P_A = P_1$$

Alors

$$P_3 = P_2 = P_{atm} + \gamma_2 h_2 = P_2 = P_A + \gamma_1 h_1$$

Finalement on obtient :

$$P_A = P_{atm} + \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1$$

Si le fluide (1) en est un gaz alors on peut négliger $\gamma_1 h_1$ ce qui donne:

$$P_A = P_{atm} + \gamma_2 h_2$$

Le manomètre à tube en U est également largement utilisé pour mesurer la différence de pression entre deux récipients ou entre deux points dans un système donné (Fig.9).

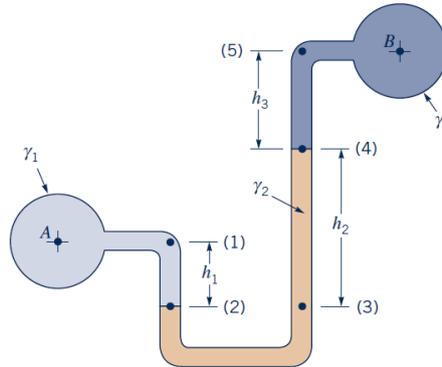


Fig. 9. Manomètre en U entre deux récipients

On a :

$$P_A = P_1 \quad \text{et} \quad P_2 = P_3 \quad \text{et} \quad P_5 = P_B$$

Et puisque $P_4 = P_5 + \gamma_3 h_3$ et $P_3 = P_4 + \gamma_2 h_2$ et $P_2 = P_1 + \gamma_1 h_1$

Alors :

$$P_A - P_B = \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3 - \gamma_1 h_1$$

EXERCICE 1 (Figure.1)

Un réservoir fermé contient 1.5 m d'huile ($\gamma_{\text{Huile}} = 8720 \text{ N/m}^3$), 1 m d'eau ($\gamma_{\text{Eau}} = 9790 \text{ N/m}^3$) et 20 cm de mercure ($\gamma_{\text{Mercure}} = 133100 \text{ N/m}^3$), et en haut un espace qui contient de l'air.

Si la pression en bas du réservoir est $P_{\text{Bas}} = 60 \text{ kPa}$, qu'elle est la pression de l'air en haut du réservoir ?

Réponse : $P_{\text{Air}} = 10500 \text{ Pa}$

EXERCICE 2 (Figure.2)

De l'air est pressurisée dans un dispositif cylindre-piston par un ressort et le poids du piston comme le montre la figure. La surface du piston est égale à $35 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ avec une masse de 4 kg et la pression atmosphérique est égale à 95 kPa. Si la force exercée par le ressort sur le piston est égale à 60N, déterminer la pression de l'air à l'intérieur du cylindre.

Réponse : $P = 123.4 \text{ kPa}$

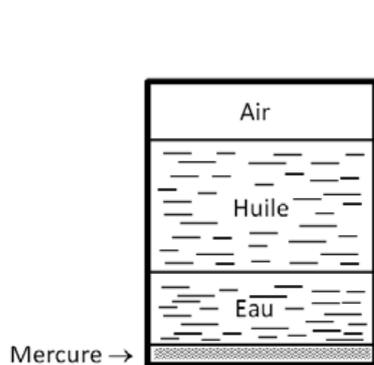


Figure.1

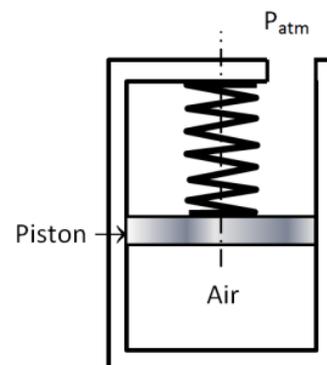


Figure.2