التمرين الثاني:

لتكن لديك المعطيات التالية و المتعلقة بدخل احد العائلات و استهلاكها الشهري من جانفي 2019 الى ديسمبر 2019.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Yt	1000	1100	1150	1050	1100	1180	1200	1250	1190	1100	1200	1200
Ct	800	850	850	770	820	840	880	860	875	795	850	840

حيث Y_t : الدخل.

C_t : الاستهلاك.

المطلوب :

1 قدر معلمات معادلة الاستهلاك التالية باستعمال طريقة المربعات الصغرى العادية :

$$C_t = c_0 + \beta.Y_t + \varepsilon_t$$

2 فسر نتائج التقدير اقتصاديا.

3 اوجد مجموع مربعات البواقي $\Sigma\, \varepsilon^2_t$.

4 احسب معامل التحديد R^2 و فسر النتيجة .

5 اختبر الفرضيات التالية : $H_1 : \beta \neq ½$.

6 تنبأ بالاستهلاك الشهري لهذه العائلة في شهري جانفي و فيفري **2020** , اذا علمت ان دخلها الشهري يساوي **1250** و **1300** على التوالي .

الحل:

1 تقدير معلمات معادلة الاستهلاك بطريقة المربعات الصغرى $C_t = c0 + \beta.Yt + \varepsilon t$:

n	Y_t	C_t	$Y_t-\bar{Y}$	$C_t - \bar{C}$	$(Y_t-\bar{Y})(C_t-\bar{C})$	$(Y_t-\bar{Y})^2$	$(C_t-\bar{C})^2$	$\hat{C}$	ε_t	$(\varepsilon_t)^2$
1	1000	800	-143.3	-35.83	5135.5139	20543.4889	91283.7889	784.4606	15.5395	241.4761
2	1100	850	-43.3	14.17	-613.9861	1877.4889	200.7889	820.3005	29.6995	882.05003
3	1150	850	6.67	14.17	94.5139	44.4889	200.7889	838.2205	11.7795	138.7566
4	1050	770	-93.33	-65.83	6143.9139	8710.4889	4333.5889	802.3805	-32.3805	1048.4968
5	1100	820	-43.33	-15.83	685.9139	1877.4889	254.5889	820.3005	-0.3005	0.0903
6	1180	840	36.67	4.17	152.9139	1344.6889	17.3889	848.9726	-8.9725	80.5058
7	1200	880	56.67	44.17	2503.1139	3211.4889	1950.9889	856.1405	23.8195	5692.2757
8	1250	860	106.67	24.17	2578.2139	11378.4889	584.1889	874.0605	-14.0605	197.6977
9	1190	875	46.67	39.17	1828.0639	2178.0889	1534.2889	852.5565	22.4435	503.7107
10	1100	795	-43.33	-40.83	1769.1639	1877.4889	1667.0889	820.3005	-25.3005	646.1153
11	1200	850	56.67	14.17	803.0139	3211.4889	200.7889	856.1405	-6.1405	37.7057
12	1200	840	56.67	14.17	236.3139	3211.4889	200.7889	856.1405	-16.1405	260.5157
Σ	13720	10030			21316.666	9466.666	12241.668			4600.40

$$\hat{\beta} = \frac{\Sigma(Yt-\bar{Y})(Ct-\bar{C})}{\Sigma(Yt-\bar{Y})^2} <=> \hat{\beta} = \frac{21316.6668}{59466.6668} <=> \hat{\beta} = 0.3584$$

$\hat{\alpha} = \bar{C}_t - \hat{\beta}_y$

$\hat{\alpha} = 835.83 - 0.3584\ (1143.33)$ <=> $\hat{\alpha} = 426.0606$

$\hat{C}_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_{yt}$

$C1 = 426.0606 + 0.3584\ (1000)$ <=> $C1 = 784.4606$

2 تفسير النتائج اقتصاديا :

$\hat{\beta} = 0.3584$ تعبر عن الميل الحدي للاستهلاك Mpc اي الزيادة في الانفاق الاستهلاكي الذي يحدث نتيجة لزيادة الدخل بوحدة واحدة بمعنى اخر لكل وحدة اضافية من الدخل يتوقع ان يزيد الانفاق الاستهلاكي بحوالي 0.35 وحدة وهذا لان الاشخاص عادة ما ينفقون اكثر عندما تزداد نفوقهم.

الثابت : $C_o = 426.06$ يمثل الانفاق الاستهلاكي الاساسي او ما سيكون عليه الانفاق عندما يكون الدخل مساويا للصفر و هو يشير ايضا الى مقدار الاستهلاك الذي يتوقع ان يحدث نتيجة لعوامل من غير الدخل مثل : الثروة , التوقعات المستقبيلة , او العادات الاستهلاكية .

3ايجاد مجموع البواقي $\Sigma\ \varepsilon_t^2$:

$\varepsilon_t = C_t - \hat{C}_t\ /\ \hat{C}_t = \hat{C}_0 + \hat{\beta}_{Yt}$

$\varepsilon_{t1} = Ct_1 - \hat{C}t_1 \Rightarrow \varepsilon_{t1} = 800 - 784.4605 \Rightarrow \varepsilon_{t1} = 15.5395$

$\varepsilon_{t2} = C_2 - \hat{C}_2 \Rightarrow \varepsilon_{t2} = 850 - 820.23 \Rightarrow \varepsilon_{t2} = 29.77$

4 حساب معامل التحديد R^2:

ط1 :

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\Sigma(\hat{Y}t - \bar{Y})^2}{(Ct - \bar{C})^2}$$

ط2 : $R^2 = 1 - \frac{\Sigma(\varepsilon t)^2}{(Ct - \bar{C})^2} <=> R^2 = 1 - \frac{4600.40}{12241.66} <=> R^2 = 0.6242 <=> R^2 = 62\%$

معامل التحديد بقيمة 0.6262 يدل على ان حوالي 62 % من التغير في الانفاق الاستهلاكي يمكن تفسيره من خلال التغيرات في الدخل هذا يعني ان الدخل هو محرك رئيسي للانفاق الاستهلاكي و لكن لايزال هناك 38% من التغير في الانفاق الاستهلاكي يعود الى عوامل اخرى غير محددة في النموذج

بشكل عام تشير النتائج الى ان الدخل له تاثير مهم على الانفاق الاستهلاكي و هو ما يتوافق مع النظريات الاقتصادية التي تقول بان الدخل يلعب دورا رئيسيا في تحديد مستويات الانفاق الاستهلاكي

بالنسبة ل εt:

$$\delta^2_{\varepsilon t} = \frac{\sum et^2}{n-2} <=> \delta^2_{\varepsilon t} = \frac{4600.40}{10} <=> \delta^2_{\varepsilon t} = 460.04$$

بالنسبة ل $\hat{\alpha}$:

$$\delta^2_{\hat{\alpha}} = \delta^2_{\varepsilon t}\left[\frac{Y^2}{\sum yt^2} + \frac{1}{2}\right]$$

$$\delta^2_{\hat{\alpha}} = 460.04\left[\frac{1307203.4889}{59466.6668} + \frac{1}{2}\right] <=> \delta^2_{\hat{\alpha}} = 10150.8286$$

بالنسبة ل $\hat{\beta}$:

$$\delta^2_{\beta} = \delta^2_{\varepsilon}\left(\frac{1}{\sum Yt^2}\right) <=> \delta^2_{\beta} = 460.04\left(\frac{1}{59466.6668}\right) <=> \delta^2_{\beta} = 0.0077$$

اختبار الفرضيات sd←5%:

$$\begin{cases} H0: \beta = \frac{1}{2} \\ H1: \beta \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$St_{cal} = \left|\frac{\hat{\beta} - \beta}{\sqrt{\delta_{\beta}^{1\,2}}}\right| \quad <=> \quad St_{cal} = \left|\frac{0.3584 - \frac{1}{2}}{\sqrt{0.0077}}\right|$$

$$St_{cal} = 1.6145 \rightarrow St_{tab}\left(\frac{\alpha}{2}\,;\, n-2\right) <=> St_{tab} = 2.228$$

التعليق :

$St_{cal} < St_{tab}$ <= نقبل الفرضية $H0$ ونرفض H1 و بالتالي لا توجد علاقة ذات دلالة احصائية بين المتغير التابع و المتغير المستقل .

فيشر :

$$\begin{cases} H0: \alpha = \beta = \frac{1}{2} \\ H1: \alpha \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$F_{cal} = \frac{\frac{R^2}{2-1}}{\frac{1-R^2}{n-2}} = \frac{\frac{0.6242}{2-1}}{\frac{1-0.6242}{10}} \qquad F_{cal} = 16.6098$$

$$F_{tab} = {}^{\alpha=5\%}_{(1\,.n-2)} \qquad F^{0.05}_{(1.10)} = 4.96$$

نعلم ان : $F_{cal} > Ftab$ <= $16.6098 > .496$

التعليق :

$F_{cal} > Ftab$ نرفض $H0$ و نقبل H1 معناها :

وجود علاقة ذات دلالة احصائية $\begin{cases} \alpha \neq \frac{1}{2} \\ \beta \neq \frac{1}{2} \end{cases}$

الاستهلاك الشهري لشهر جانفي :

$\hat{C}_t = 426.060 + 0.3584_{y_t}$

$Y_{t+1} = 1250$

$C_{t+1} = 426.060 + 0.3584(1250)$

$\hat{C}_{t+1} = 874.06$

الاستهلاك الشهري لشهر فيفري :

$Y_{t+2} = 1300$

$\hat{C}_{t+2} = 426.060+0.3584(1300)$

$\hat{C}_{t+2} = 891.98$