الحل النموذجي للسلسلة رقم 3

حل التمرين رقم 1:

$$\text{Min } Z=6y_1+4y_2+2y_3 \quad s/c \begin{cases} 3y_1+6y_2=8 \\ 2y_1-y_2+y_3\geq 12 \\ y_1\geq 0,\ y_2 \forall,\ y_3\leq 0 \end{cases}$$

$$\text{Min } Z=10y_1+14y_2 \quad s/c \begin{cases} 5y_1+2y_2\geq 3 \\ 6y_1+7y_2=10 \\ y_1\leq 0,\ y_2\geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Max } Z=-2y_1+2y_2-5y_3 \quad s/c \begin{cases} 2y_1+y_2-y_3\geq 2 \\ -y_1-y_2+y_3\leq 1 \\ y_1\geq 0,\ y_2\leq 0,\ y_3\leq 0 \end{cases}$$

$$\text{Min } Z=6y_1+14y_2+ \quad s/c \begin{cases} 3y_1+6y_2+3y_3\leq 10 \\ 2y_1+y_2+3y_3\geq 30 \\ y_1\geq 0,\ y_2\geq 0,\ y_3\leq 0 \end{cases}$$

$$\text{Min } Z=-4y_1+9y_2+2y_3+2y_4 \quad s/c \begin{cases} 0.5y_1+y_2+0.3y_3-0.5y_4=4 \\ y_1+3y_2+y_3+y_4\geq 9 \\ 0.3y_1-y_3\leq -12 \\ y_1\leq 0,\ y_2 \forall,\ y_3\geq 0\ y_4\leq 0 \end{cases}$$

$$\text{Min } Z=4y_1-2y_2+3y_3 \quad s/c \begin{cases} -y_1+2y_2+3y_3\geq 2 \\ 6y_1+5y_2-4y_3\leq -3 \\ -5y_1+7y_2+2y_3=4 \\ y_1\geq 0,\ y_2\leq 0,\ y_3 \forall \end{cases}$$

حل التمرين رقم 2:

$$\text{Min } Z=3x_1+7x_2+2x_3$$
$$s/c \begin{cases} 4x_1+5x_2+x_3=29 \\ x_1+3x_2+2x_3\geq 12 \\ x_1\geq 0,\ x_2\geq 0,\ x_3\geq 0 \\ x_1,\ x_3 \text{ entiers} \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الرابع (الأمثل):

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3	x_4^a	x_5^c	x_6^a	b_i
3	x_1	1	1	0	2/7	1/7	-1/7	46/7
2	x_3	0	1	1	-1/7	-4/7	4/7	19/7
	C_j	3	7	2	M	0	M	
	Zj	3	5	2	4/7	-5/7	5/7	
	Δ_j	0	2	0	M-4/7	5/7	M-5/7	Z=176/7

يُلاحظ أن قيمتي X_1 و X_3 قيمتهما ليستا صحيحتان وهو ما يتنافى مع شرط أن تكون قيمتهما صحيحتان.

يتم تطبيق طريقة غوموري كما يلي:

لدينا:

$$X_1 = 46/7 = 6,57$$

$$X_3 = 19/7 = 2,71$$

بما أن قيمة المتغيرة X_3 تحتوي على أكبر قيمة عشرية فهي المتغيرة التي يتم إختيارها.

$$b_k = E_k + D_k$$

$$b_2 = E_2 + D_2$$

$$\frac{19}{7} = 2 + \frac{5}{7}$$

$$b_k = X_r + \sum_{j=h}^{p} a_{kj}\, X_j$$

$$2 + \frac{5}{7} = X_3 + \left[X_2 + \left(-\frac{1}{7}\right)X_4^a + \left(-\frac{4}{7}\right)X_5^c + \left(\frac{4}{7}\right)X_6^a\right]$$

$$X_3 = \left(2 + \frac{5}{7}\right) - \left[X_2 + \left(-\frac{1}{7}\right)X_4^a + \left(-\frac{4}{7}\right)X_5^c + \left(\frac{4}{7}\right)X_6^a\right]$$

$$X_3 = \left(2 + \frac{5}{7}\right) - \left[(1+0)X_2 + \left(-1 + \frac{6}{7}\right)X_4^a + \left(-1 + \frac{3}{7}\right)X_5^c + \left(0 + \frac{4}{7}\right)X_6^a\right]$$

$$X_3 = 2 + \frac{5}{7} - X_2 + X_4^a - \frac{6}{7}X_4^a + X_5^c - \frac{3}{7}X_5^c - \frac{4}{7}X_6^a$$

$$X_3 = (2 - X_2 + X_4^a + X_5^c) + \left(\frac{5}{7} - \frac{6}{7}X_4^a - \frac{3}{7}X_5^c - \frac{4}{7}X_6^a\right)$$

$$\frac{5}{7} - \frac{6}{7}X_4^a - \frac{3}{7}X_5^c - \frac{4}{7}X_6^a \leq 0$$

ومنه فإن قيد غوموري يُكتب كما يلي:

$$-\frac{6}{7}X_4^a - \frac{3}{7}X_5^c - \frac{4}{7}X_6^a \leq -\frac{5}{7}$$

ويتم إضافة القيد الأخير إلى جدول الحل الأمثل كما يلي:

$$-\frac{6}{7}X_4^a - \frac{3}{7}X_5^c - \frac{4}{7}X_6^a + X_7^c - \frac{5}{7}$$

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3	x_4^a	x_5^c	x_6^a	X_7^c	b_i
3	x_1	1	1	0	2/7	1/7	-1/7	0	46/7
2	x_3	0	1	1	-1/7	-4/7	4/7	0	19/7
0	X_7^c	0	0	0	-6/7	-3/7	-4/7	1	-5/7
	C_j	3	7	2	M	0	M	0	
	Zj	3	5	2	4/7	-5/7	5/7	0	
	Δ_j	0	2	0	M-4/7	5/7	M-5/7	0	Z=176/7
	Δ_j / x_{i^*j}	-	-	-	-	-5/3	-	-	

عمود
الإرتكاز

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3	x_4^a	x_5^c	x_6^a	X_7^c	b_i
3	x_1	1	1	0	0	0	-1/3	1/3	19/3
2	x_3	0	1	1	1	0	4/3	-4/3	11/3
0	X_5^c	0	0	0	2	1	4/3	-7/3	5/3
	C_j	3	7	2	M	0	M	0	
	Zj	3	5	2	2	0	5/3	-5/3	
	Δ_j	0	2	0	M-2	0	M-5/3	5/3	Z=79/3

$$3+\frac{2}{3}=X_3+\left[X_2+X_4^a+\left(\frac{4}{3}\right)X_6^a+\left(-\frac{4}{3}\right)X_7^c\right]$$

يُلاحظ أن الجدول هو جدول حل أمثل وممكن لكن قيمتي المتغيرتين X_1 وX_3 مازلتا غير صحيحتين لهذا نكرر تطبيق طريقة غوموري. لدينا:

$$X_1 = 19/3 = 6,33$$

$$X_3 = 11/3 = 3,66$$

بما أن قيمة المتغيرة X_3 تحتوي على أكبر قيمة عشرية فهي المتغيرة التي يتم إختيارها.

$$b_2 = E_2 + D_2$$

$$\frac{11}{3} = 3+\frac{2}{3}$$

$$b_k = X_r + \sum_{j=h}^{p} a_{kj}\,X_j$$

$$3+\frac{2}{3}=X_3+\left[X_2+X_4^a+\left(\frac{4}{3}\right)X_6^a+\left(-\frac{4}{3}\right)X_7^c\right]$$

$$X_3=\left(3+\frac{2}{3}\right)-\left[X_2+X_4^a+\left(\frac{4}{3}\right)X_6^a+\left(-\frac{4}{3}\right)X_7^c\right]$$

$$X_3=\left(3+\frac{2}{3}\right)-\left[(1+0)X_2+(1+0)X_4^a+\left(0+\frac{4}{3}\right)X_6^a+\left(-2+\frac{2}{3}\right)X_7^c\right]$$

$$X_3 = 3+\frac{2}{3}-X_2-X_4^a-\frac{4}{3}X_6^a+2X_7^c-\frac{2}{3}X_7^c$$

$$X_3 = (3-X_2-X_4^a+2X_7^c)+\frac{2}{3}-\frac{4}{3}X_6^a-\frac{2}{3}X_7^c$$

$$\frac{2}{3}-\frac{4}{3}X_6^a-\frac{2}{3}X_7^c \le 0$$

ومنه فإن قيد غوموري يُكتب كما يلي:

$$-\frac{4}{3}X_6^a-\frac{2}{3}X_7^c \le -\frac{2}{3}$$

ويتم إضافة القيد الأخير إلى جدول الحل الأمثل كما يلي:

$$-\frac{4}{3}X_6^a-\frac{2}{3}X_7^c+X_8^c = -\frac{2}{3}$$

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3	x_4^a	x_5^c	x_6^a	X_7^c	X_8^c	b_i
3	x_1	1	1	0	0	0	-1/3	1/3	0	19/3
2	x_3	0	1	1	1	0	4/3	-4/3	0	11/3
0	X_5^c	0	0	0	2	1	4/3	-7/3	0	5/3
0	X_8^c	0	0	0	0	0	-4/3	-2/3	1	-2/3
	C_j	3	7	2	M	0	M	0	0	
	Zj	3	5	2	2	0	5/3	-5/3	0	
	Δ_j	0	2	0	M-2	0	M-5/3	5/3	0	Z=79/3
	Δ_j / x_{i^*j}	-	-	-	-	-	-	-5/2	-	

صف الإرتكاز

عمود الإرتكاز

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3	x_4^a	x_5^c	x_6^a	X_7^c	X_8^c	b_i
3	x_1	1	1	0	0	0	-1	0	1/2	6
2	x_3	0	1	1	1	0	4	0	-2	5
0	X_5^c	0	0	0	2	1	6	0	-7/2	4
0	X_7^c	0	0	0	0	0	2	1	-3/2	1
	C_j	3	7	2	M	0	M	0	0	
	Zj	3	5	2	2	0	5	0	-5/2	
	Δ_j	0	2	0	M-2	0	M-5	0	5/2	Z=28

يُلاحظ أن الجدول هو جدول حل أمثل وممكن، وأن قيمتي X_1 و X_3 صحيحتان وهو ما يحقق الشرط المطلوب، ومنه فإن نقطة الحل الأمثل هي كما يلي:

$$X_1 = 6, X_2 = 0, X_3 = 5,\ X_5^c = 4, X_7^c = 1,\ X_8^c = 0,\ \text{Min Z} = 28$$