ملاحظة:

جميع العمليات الحسابية للإنتقال من جدول حل أساسي إلى الجدول الحل الأساسي الموالي سيتم شرحها في حصص الأعمال الموجهة.

حل البرنامج الخطي رقم 1:

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$\text{Max } Z= 100x_1+60x_2+0\,x^c_3+0\,x^c_4+0\,x^c_5$$

$$\text{s/c}\begin{cases} 8x_1+2x_2+x^c_3=40 \\ 6x_1+9x_2+x^c_4=108 \\ 8x_1+6x_2+x^c_5=96 \\ x_1\geq 0,\ x_2\geq 0,\ x^c_3\geq 0,\ x^c_4\geq 0,\ x^c_5\geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	X_1	X_2	X^c_3	X^c_4	X^c_5	bi	b_i/x^*_{ij}
0	X^c_3	8	2	1	0	0	40	5
0	X^c_4	6	9	0	1	0	108	18
0	X^c_5	8	6	0	0	1	96	12
	Cj	100	60	0	0	0		
	Zj	0	0	0	0	0		
	Δj	100	60	0	0	0	Z=0	

صف الإرتكاز ⟸

عمود الإرتكاز ⇑

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	X_1	X_2	X^c_3	X^c_4	X^c_5	bi	b_i/x^*_{ij}
100	X_1	1	1/4	1/8	0	0	5	20
0	X^c_4	0	15/2	-3/4	1	0	78	10.4
0	X^c_5	0	4	-1	0	1	56	14
	Cj	100	60	0	0	0		
	Zj	100	25	25/2	0	0		
	Δj	0	35	-25/2	0	0	Z=500	

صف الإرتكاز ⟸

عمود الإرتكاز ⇑

جدول الحل الأساسي الثالث:

Ci	Xi	X_1	X_2	X^c_3	X^c_4	X^c_5	bi
100	X_1	1	0	3/20	-1/30	0	12/5
60	X_2	0	1	-1/10	2/15	0	52/5
0	X^c_5	0	0	-3/5	-8/15	1	72/5
	Cj	100	60	0	0	0	
	Zj	100	60	9	14/3	0	
	Δj	0	0	-9	-14/3	0	Z=864

الحل أمثل ومنه: $x_1=12/5$ ، $x_2=52/5$ ، $x^c_3=0$ ، $x^c_4=0$ ، $x^c_5=72/5$ Max Z=864

حل البرنامج الخطي رقم 2:

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$\text{Min } Z= 10x_1+14x_2+0\,x^{c}_{3}+M\,x^{a}_{4}+M\,x^{a}_{5}$$

$$\text{s/c}\begin{cases} 5x_1+2x_2 - x^{c}_{3}+ x^{a}_{4} =3 \\ 6x_1+7x_2+ x^{a}_{5} =10 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x^{c}_{3} \geq 0,\ x^{a}_{4} \geq 0,\ x^{a}_{5} \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	X_1	X_2	X^{c}_{3}	X^{a}_{4}	X^{a}_{5}	bi	b_i/x^{*}_{ij}	
M	X^{a}_{4}	(5)	2	-1	1	0	3	3/5	⟸ صف الإرتكاز
M	X^{a}_{5}	6	7	0	0	1	10	5/3	
	C_j	10	14	0	M	M			
	Zj	11M	9M	-M	M	M			
	Δ_j	10-11M	14-9M	M	0	0	Z=13M		

⇑ عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	X_1	X_2	X^{c}_{3}	X^{a}_{4}	X^{a}_{5}	bi	b_i/x^{*}_{ij}	
10	X_1	1	2/5	-1/5	1/5	0	3/5	3/2	
M	X^{a}_{5}	0	(23/5)	6/5	-6/5	1	32/5	32/23	⟸ صف الإرتكاز
	C_j	10	14	0	M	M			
	Zj	10	4+23/5M	-2+6/5M	2-6/5M	M			
	Δ_j	0	10-23/5M	2-6/5M	11/5M-2	0	Z=6+32/5M		

⇑ عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثالث:

Ci	Xi	X_1	X_2	X^{c}_{3}	X^{a}_{4}	X^{a}_{5}	bi	b_i/x^{*}_{ij}	
10	X_1	1	0	-7/23	7/23	-2/23	1/23	-1/7	
14	X_2	0	1	(6/23)	-6/23	5/23	32/23	16/3	⟸ صف الإرتكاز
	C_j	10	14	0	M	M			
	Zj	10	14	14/23	-14/23	50/23			
	Δ_j	0	0	-14/23	M+14/23	M-50/23	Z=458/23		

⇑ عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الرابع:

Ci	Xi	X_1	X_2	X_3^c	X_4^a	X_5^a	b_i
10	X_1	1	7/6	0	0	1/6	115/69
0	X_3^c	0	23/6	1	-1	5/6	16/3
	C_j	10	14	0	M	M	
	Zj	10	35/3	0	0	10/6	
	Δ_j	0	7/3	0	M	M-10/6	Z=1150/69

الحل أمثل ومنه: $x_1=115/69$ ، $x_2=0$ ، $X_3^c=16/3$ ، Min Z=1150/69

حل البرنامج رقم 3:

نفترض أن:

$$X_2 = -X_2'$$

$$Z_{max}=3x_1-3x'_2$$

$$\text{s/c}\begin{cases}5x_1-6x'_2\le 10\\ 2x_1-2x'_2\le 14\\ x_1\ge 0,\ x'_2\ge 0\end{cases}$$

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$\text{Max } Z= 3x_1-3x`_2+0\ x^c_3+0\ x^c_4$$

$$\text{s/c}\begin{cases}5x_1-6x`_2+x^c_3=10\\ 2x_1-2x`_2+x^c_4=14\\ x_1\ge 0,\ x`_2\ge 0,\ x^c_3\ge 0,\ x^c_4\ge 0\end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	X_1	$X_2^{'}$	X_3^c	X_4^c	b_i	b_i/x^*_{ij}	
0	X_3^c	5	-6	1	0	10	2	⟸ صف الإرتكاز
0	X_4^c	2	-2	0	1	14	7	
	C_j	3	-3	0	0			
	Zj	0	0	0	0			
	Δ_j	3	-3	0	0	Z=0		

⇑ عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	X_1	$X_2^{'}$	X_3^{c}	X_4^{c}	bi	b_i/x_{ij}^{*}
3	X_1	1	-6/5	1/5	0	2	-5/3
0	X_4^{c}	0	2/5	-2/5	1	10	25
	Cj	3	-3	0	0		
	Zj	3	-18/5	3/5	0		
	Δj	0	3/5	-3/5	0	Z=6	

صف الإرتكاز ⟸

عمود الإرتكاز ⇑

جدول الحل الأساسي الثالث:

Ci	Xi	X_1	$X_2^{'}$	X_3^{c}	X_4^{c}	bi
3	X_1	1	0	-1	3	32
-3	$X_2^{'}$	0	1	-1	5/2	25
	Cj	3	-3	0	0	
	Zj	3	-3	0	3/2	
	Δj	0	0	0	-3/2	Z=21

الحل أمثل ومنه: $x_1=32$

$x_2^{'}=25$ ومنه $x_2=-25$

$X_3^{c}=0$ ، $X_4^{c}=0$

Max Z=21

حل البرنامج الخطي رقم 4:

نفترض أن:

$$X_2 = X_2' - X_2''$$

$$\text{Max } Z=3x_1+10x_2'-10x_2''$$

$$\text{s/c}\begin{cases} 5x_1+6x_2'-6x_2'' \le 10 \\ 2x_1+7x_2'-7x_2'' \le 14 \\ x_1 \ge 0,\ x_2' \ge 0,\ x_2'' \ge 0 \end{cases}$$

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$\text{Max } Z=3x_1+10x_2'-10x_2''+0x^{c}_3+0x^{c}_4$$

$$\text{s/c}\begin{cases} 5x_1+6x_2'-6x_2''+x^{c}_3 = 10 \\ 2x_1+7x_2'-7x_2''+x^{c}_4 = 14 \\ x_1 \ge 0,\ x_2' \ge 0,\ x_2'' \ge 0,\ x^{c}_3 \ge 0,\ x^{c}_4 \ge 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	X_1	$X_2^{'}$	$X_2^{''}$	X_3^c	X_4^c	bi	b_i/x_{ij}^*
0	X_3^c	5	6	-6	1	0	10	5/3
0	X_4^c	2	7	-7	0	1	14	2
	C_j	3	10	-10	0	0		
	Zj	0	0	0	0	0		
	Δ_j	3	10	-10	0	0	Z=0	

صف الإرتكاز ⟸

عمود الإرتكاز ⇑

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	X_1	$X_2^{'}$	$X_2^{''}$	X_3^c	X_4^c	bi
10	$X_2^{'}$	5/6	1	-1	1/6	0	5/3
0	X_4^c	-23/6	0	0	-7/6	1	7/3
	C_j	3	10	-10	0	0	
	Zj	25/3	10	-10	5/3	0	
	Δ_j	-16/3	0	0	-5/3	0	Z=50/3

الحل أمثل ومنه:

$x_1=0$

$x_2^{'}=5/3$ و $x_2^{''}=0$ ومنه $x_2=5/3$

$x_3^c=0$ ، $x_4^c=7/3$

Max Z=50/3

حل البرنامج الخطي رقم 5:

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$\text{Max } Z= 3x_1+3x_2+0\,x^c_3+0\,x^c_4+0\,x^c_5$$

$$\text{s/c}\begin{cases} x_1+2x_2+x^c_3=12 \\ 9x_1+3x_2+x^c_4=27 \\ x_1+x_2+x^c_5=6 \\ x_1\geq 0,\ x_2\geq 0,\ x^c_3\geq 0,\ x^c_4\geq 0,\ x^c_5\geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	X_1	X_2	X_3^c	X_4^c	X_5^c	b_i	b_i/x_{ij}^*
0	X_3^c	1	2	1	0	0	12	12
0	X_4^c	9	3	0	1	0	27	3
0	X_5^c	1	1	0	0	1	6	6
	C_j	3	3	0	0	0		
	Zj	0	0	0	0	0		
	Δ_j	3	3	0	0	0	Z=0	

صف الإرتكاز ⟸

عمود الإرتكاز ⇑

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	X_1	X_2	X_3^c	X_4^c	X_5^c	b_i	b_i/x_{ij}^*
0	X_3^c	0	5/3	1	-1/9	0	9	27/5
3	X_1	1	1/3	0	1/9	0	3	9
0	X_5^c	0	2/3	0	-1/9	1	3	9/2
	C_j	3	3	0	0	0		
	Zj	3	1	0	1/3	0		
	Δ_j	0	2	0	-1/3	0	Z=9	

صف الإرتكاز ⟸

عمود الإرتكاز ⇑

جدول الحل الأساسي الثالث:

Ci	Xi	X_1	X_2	X_3^c	X_4^c	X_5^c	b_i
0	X_3^c	0	0	1	1/6	-5/2	3/2
3	X_1	1	0	0	1/6	-1/2	3/2
3	X_2	0	1	0	-1/6	3/2	9/2
	C_j	3	3	0	0	0	
	Zj	3	3	0	0	3	
	Δ_j	0	0	0	0	-3	Z=18

الحل أمثل ومنه: $x_1=3/2$ ، $x_2=9/2$ ، $X_3^c=3/2$ ، $X_4^c=0$ ، $X_5^c=0$ ، Max Z=18

يُلاحظ أن هناك متغيرة خارج الأساس وهي X_4^c قيمتها في السطر الأخير Δ_j معدومة، وبالتالي فنحن أمام حالة **ما لانهاية الحلول المثلى.**

حل البرنامج الخطي رقم 6:

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$\text{Max } Z= 5x_1+3x_2 +0\, x^c_3 +0\, x^c_4$$

$$\text{s/c}\begin{cases} 2x_1+x_2 + x^c_3 = 8 \\ 3x_1+2x_2+ x^c_4 = 12 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x^c_3 \geq 0,\ x^c_4 \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	X_1	X_2	X^c_3	X^c_4	b_i	b_i/x^*_{ij}
0	X^c_3	**2**	1	1	0	8	4
0	X^c_4	3	2	0	1	12	4
	C_j	5	3	0	0		
	Zj	0	0	0	0		
	Δ_j	5	3	0	0	Z=0	

صف الإرتكاز ⟸

عمود الإرتكاز

يُلاحظ أن هناك أصغر قيمتين موجبتين متساويتين في العمود b_i/x^*_{ij} ، وهو ما يعني أن هناك متغيرتين مرشحتين للخروج من الأساس، وهي حالة خاصة تُدعى بحالة **التفكك أو الإنحلال**، وهنا يُمكن إختيار إحدى المتغيرتين.

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	X_1	X_2	X^c_3	X^c_4	b_i	b_i/x^*_{ij}
5	X_1	1	1/2	1/2	0	4	8
0	X^c_4	0	**1/2**	-3/2	1	0	0
	C_j	5	3	0	0		
	Zj	5	5/2	5/2	0		
	Δ_j	0	1/2	-5/2	0	Z=20	

صف الإرتكاز ⟸

عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثالث:

Ci	Xi	X_1	X_2	X^c_3	X^c_4	b_i
5	X_1	1	0	2	-1	4
3	X_2	0	1	-3	2	0
	C_j	5	3	0	0	
	Zj	5	3	1	1	
	Δ_j	0	0	-1	-1	Z=20

الحل أمثل ومنه: $x_1=4$، $x_2=0$ ، $x^c_3=0$ ، $x^c_4=0$ ، Max Z=20

حل البرنامج الخطي رقم 7:

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$\text{Max } Z= 5x_1+4x_2+0x^c_3 -Mx^a_4$$

$$\text{s/c}\begin{cases} 2x_1-5x_2+x^c_3 = 7 \\ -3x_1+4x_2+x^a_4 = 5 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x^c_3 \geq 0,\ x^a_4 \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	x_1	x_2	x^c_3	x^a_4	b_i	bi/x^*_{ij}
0	x^c_3	2	-5	1	0	7	$-\frac{7}{5}$
-M	x^a_4	-3	(4)	0	1	5	$\frac{5}{4}$ ⟸ صف الإرتكاز
	C_j	5	4	0	-M		
	Z_j	3M	-4M	0	-M		
	Δ_j	5-3M	4+4M	0	0	Z=-5M	

⇑ عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	x_1	x_2	x^c_3	x^a_4	b_i	b_i/x^*_{ij}
0	x^c_3	$-\frac{7}{4}$	0	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{53}{4}$	$-\frac{53}{7}$
4	x_2	$-\frac{3}{4}$	1	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{4}$	$-\frac{5}{3}$
	C_j	5	4	0	-M		
	Zj	-3	4	0	1		
	Δ_j	8	0	0	-M-1	Z=5	

⇑ عمود الإرتكاز

نلاحظ أن جميع عناصر عمود عنصر الإرتكاز أقل من أو تساوي الصفر، وبالتالي لا يُمكن إختيار المتغيرة التي تخرج من الأساس، ومنه فنحن أمام حالة خاصة وهي : ***حالة عدم محدودية الحل.***

حل البرنامج الخطي رقم 8:

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$\text{Min } Z= 5x_1 - 4x_2 + 0x^c_3 + Mx^a_4$$

$$\text{s/c} \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x^c_3 = 7 \\ -3x_1 + 4x_2 + x^a_4 = 9 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x^c_3 \geq 0,\ x^a_4 \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	x_1	x_2	x^c_3	x^a_4	b_i	b_i/x^*_{ij}
0	x^c_3	2	(5)	1	0	7	$\frac{7}{5}$
M	x^a_4	-3	4	0	1	9	$\frac{9}{4}$
	$\mathbf{C_j}$	5	-4	0	M		
	Zj	-3M	4M	0	M		
	Δ_j	5+3M	-4-4M	0	0	Z=9M	

صف الإرتكاز ⟸

عمود الإرتكاز ⇧

جدول الحل الأساسي الثاني :

Ci	Xi	x_1	x_2	x^c_3	x^a_4	b_i
-4	x_2	$\frac{2}{5}$	1	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{7}{5}$
M	x^a_4	$-\frac{23}{5}$	0	$-\frac{4}{5}$	1	$\frac{17}{5}$
	$\mathbf{C_j}$	5	-4	0	M	
	Zj	$-\frac{8}{5}-\frac{23}{5}M$	-4	$-\frac{4}{5}-\frac{4}{5}M$	M	
	Δ_j	$\frac{33}{5}+\frac{23}{5}M$	0	$\frac{4}{5}+\frac{4}{5}M$	0	$Z=-\frac{28}{5}+\frac{17}{5}M$

نلاحظ أن جميع عناصر Δ_j أصبحت كلها موجبة أو معدومة ولكن بقيت هناك متغيرة إصطناعية x^a_4 داخل الأساس، وبالتالي **فالحل مستحيل.**