

Série d'exercices N°02

Exercice 1:

En utilisant les sommes de Riemann calculer les intégrales suivantes:

$$\int_0^1 x^2 dx \quad , \quad \int_0^1 e^x dx \quad , \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx \quad , \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx.$$

Sachant que:

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Exercice 2:

Calculer les limites des suites suivantes:

$$U_n = n \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{k^2 + n^2} \quad , \quad V_n = \prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{k^2}{n^2}\right)^{\frac{1}{n}}.$$

Exercice 3:

Calculer les primitives suivantes, en précisant si nécessaire les intervalles de validité des calculs:

$$\begin{aligned} 1) I_1 &= \int \arctan x dx, & 2) I_2 &= \int \arcsin x dx, & 3) I_3 &= \int \cos x e^x dx, \\ 4) I_4 &= \int \frac{1}{x \ln x} dx, & 5) I_5 &= \int (x^5 + 6x^3 + 9x)^3 dx, & 6) I_6 &= \int \frac{1}{3 + e^{-x}} dx, \\ 7) I_7 &= \int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx, & 8) I_8 &= \int \frac{x+2}{x^2 - 3x - 4} dx, & 9) I_9 &= \int \frac{1}{(x+2)(x^2 + 2x + 5)} dx. \end{aligned}$$

Exercice 4:

Calculer les primitives suivantes, en précisant si nécessaire les intervalles de validité des calculs:

$$\begin{aligned} 1) I_1 &= \int \cos^{2024} x \sin x dx, & 2) I_2 &= \int \sin^2 x \cos^2 x dx, & 3) I_3 &= \int \frac{1}{\sin x} dx, \\ 4) I_4 &= \int \frac{1}{\cos x} dx, & 5) I_5 &= \int \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx, & 6) I_6 &= \int \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx. \end{aligned}$$

Exercice 5:

Calculer les intégrales suivantes:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_{-1}^1 (\arccos x)^2 dx, & I_2 &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx, & I_3 &= \int_0^1 \frac{1}{(1+x^2)^2} dx, \\ I_4 &= \int_0^1 \frac{3x+1}{(1+x)^2} dx, & I_5 &= \int_1^2 x^2 \ln x dx, & I_6 &= \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2 + 4x + 7} dx. \end{aligned}$$