

Série d'exercice n°2

Exercice 1 :

Une machine coupe des barres de 12 cm. Mais malheureusement, elle n'est pas bien réglée et les longueurs varient autour de la valeur attendue. Les résultats déterminés par le tableau suivants :

Longueurs en cm	11,5	11,6	11,7	11,8	11,9	12	12,1	12,2	12,3
Effectif	3	9	6	12	15	8	25	10	12

- 1) Quelle est la population et caractère étudié et quelle est sa nature.
- 2) Représenter graphiquement cette série par un diagramme en bâton et diagramme intégral.
- 3) Calculer paramètres de position et paramètres de dispersion

Exercice 2:

On a mesuré en milliseconde à quelle vitesse 50 enfants de quatre ans identifiaient des images simples (ours, lapin, chat,...) les résultats sont les suivants :

24 27 33 21 27 19 23 23 24 19 27 30 15 27 24 34 18 20 21 15 33 27 20 32 28 27
22 17 30 18 21 25 25 29 25 24 32 31 28 20 29 24 23 27 17 15 21 28 24 23

1. Quelle est la population et caractère étudié et quelle est sa nature
2. Regroupez les 50 valeurs en classes (calculez l'amplitude)
3. Donnez le tableau de la série observée
4. Représentez graphiquement la distribution de la variable.
5. Désigner le diagramme intégral
6. Déterminez les valeurs de paramètres.
7. Calculer : D_3 , D_8 , P_1 , P_8 .
8. Déterminer le pourcentage d'individus appartenant à l'intervalle $[c_1, c_2[$ telle que $c_1 = \bar{X} - \sigma_X$ et $c_2 = \bar{X} + \sigma_X$.

La solution de Série d'exercice n°2

Exercice 1

- 1) La population : les barres, caractère étudié : longueurs des barres, sa nature est quantitative discret
- 2) (la série N_i)
- 3) Tableau statistique

x_i	11,5	11,6	11,7	11,8	11,9	12	12,1	12,2	12,3	Totale
n_i	3	9	6	12	15	8	25	10	12	100
f_i	0,03	0,09	0,06	0,12	0,15	0,08	0,25	0,1	0,12	1
F_i	0,03	0,12	0,18	0,3	0,45	0,53	0,78	0,88	1	
$x_i f_i$	0,35	1,04	0,7	1,42	1,79	0,96	3,03	1,22	1,48	11,99
$x_i^2 f_i$	4,03	12,07	8,19	16,76	21,3	11,52	36,66	14,88	18,2	143,61

4) Les paramètres de position :

a) Le mode : $M_0=12,2$

b) La moyenne : $\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i \cdot x_i = \sum_{i=1}^p f_i x_i$
 $\bar{X}=11,99$

c) La médiane : $F(M_e) = 0,5$ alors $M_e=12$

d) Les quartiles : Q_1, Q_2, Q_3

$F(Q_1)=0,25$ alors $Q_1=11,8$ $Q_2=M_e=12$ $F(Q_3)=0,75$ alors $Q_3=12,1$

Les paramètres de dispersion :

a) L'étendue : $E=x_{\max}-x_{\min} = 12,3-11,5=0,8$

b) La variance :

$$Var(x) = \sum f_i x_i^2 - \bar{X}^2$$

$$V=143,61 - (11,9)^2=2$$

c) L'écart-type

$$\sigma_x = \sqrt{Var(x)}$$

$$\sigma_x=1,41$$

d) L'inter-quartiles :

$$IQ=Q_3-Q_1$$

e) $IQ=12,1-11,8=0,3$

Exercice 2:

1) La population : 50 enfants de quatre ans , caractère étudié : la vitesse , sa nature est quantitative discret

2) Calcule l'amplitude : $a=(x_{\max}-x_{\min})/(1+3,3\log N)$
 $a=(34-15)/(1+\log 50)$ $a=3$

Maintenant le variable statistique est continu

3) Tableau statistique

Les classes	n_i	c_i	f_i	F_i	$f_i c_i$	$f_i c_i^2$
[15, 18[5	16,5	0,1	0,1	1,65	27,22
[18,21 [7	19,5	0,14	0,24	2,73	53,23
[21,24 [9	22,5	0,18	0,42	4,05	91,12
[24, 27[9	25,5	0,18	0,6	4,59	117,04
[27,30 [12	28,5	0,24	0,84	6,84	194,94
[30,33 [5	31,5	0,1	0,94	3,15	99,22
[33, 36[3	34,5	0,06	1	2,07	71,41
[36,39 [50		1		25,08	654,18

4) La série 1

5) La série 1

6) Les paramètres de position :

a) Le Mode :

La classe médiane c'est $[e_{i-1}, e_i [= [27, 30[$

$$Mo = e_{i-1} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot a_i$$

$$Mo = 27 + \frac{12 - 9}{(12 - 9) + (12 - 5)} \times 3$$

$$Mo = 27,9$$

b) La médiane :

La classe médiane c'est $[24, 27[$ car $F([24, 27 [) = 0,5$

$$Me = e_{i-1} + a_i \cdot \frac{0,5 - F_{i-1}}{f_i}$$

$$Me = 24 + 3 \cdot \frac{0,5 - 0,42}{0,18}$$

$$Me = 25,33$$

c) La moyenne

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i c_i = \sum_{i=1}^p f_i c_i$$

$$\bar{X} = 25,08$$

d) **Les quartiles**

On a : $F([21, 24[) = 0,25$ alors : $Q_1 = e_{i-1} + a_i \cdot \frac{0,25 - F_{i-1}}{f_i}$

$$Q_1 = 21 + 3 \cdot \frac{0,25 - 0,24}{0,18}$$

$$Q_1 = 21,16$$

$$Q_2 = M_e = 25,33$$

$$Q_3 = e_{i-1} + a_i \cdot \frac{0,75 - F_{i-1}}{f_i}$$

On a : $F([27, 30[) = 0,75$ alors :

$$Q_3 = 27 + 3 \cdot \frac{0,75 - 0,6}{0,24}$$

$$Q_3 = 28,8$$

Les paramètres de dispersion :

a) **Etendue**

$$E = e_{\max} - e_{\min}$$

$$E = 36 - 15 = 21$$

b) **La variance**

$$Var(x) = \sum f_i c_i^2 - \bar{X}^2$$

$$Var(x) = 654,18 - 25,08^2$$

$$Var(x) = 25,17$$

c) **L'écart -type**

$$\sigma_x = \sqrt{Var(x)}$$

$$\sigma_x = \sqrt{25,17}$$

d) **Ecarts inter-quartiles**

$$IQ = Q_3 - Q_1$$

$$IQ = 28,8 - 21,16 = 7,64$$

7) Calcule $D_3 p_1$

On a : $F([21,24[) = 0,3$

$$D_3 = e_{i-1} + a_i \cdot \frac{0,3 - F_{i-1}}{f_i}$$

$$D_3 = 21 + 3 \cdot \frac{0,3 - 0,24}{0,18}$$

On a : $F([15,18])=0,01$ alors :

$$p_1 = e_{i-1} + a_i \cdot \frac{0,01 - F_{i-1}}{f_i}$$

$$p_1 = 15 + 3 \cdot \frac{0,01 - 0}{0,1}$$

$$8) c_1 = \bar{X} - \sigma_X = 25,08 - 5,01 = 20,07$$

$$20,07 \in [18,21[= [e_{i-1}, e_i[$$

$$F(c_1) = F(e_{i-1}) + [F(e_i) - F(e_{i-1})] \times \frac{c_1 - e_{i-1}}{e_i - e_{i-1}}$$

e_i	15	18	21	24	27	30	33	36
F_i	0	0,1	0,24	0,42	0,6	0,84	0,94	1

$$F(c_1) = F(18) + [F(21) - F(18)] \times \frac{20,07 - 18}{21 - 18}$$

$$F(c_1) = 0,19$$

$$c_2 = \bar{X} + \sigma_X = 25,08 + 5,01 = 30,09$$

$$30,09 \in [30,33[= [e_{i-1}, e_i[$$

$$F(c_2) = F(e_{i-1}) + [F(e_i) - F(e_{i-1})] \times \frac{c_2 - e_{i-1}}{e_i - e_{i-1}}$$

$$F(c_2) = F(30) + [F(33) - F(30)] \times \frac{30,09 - 30}{33 - 30}$$

$$F(c_2) = 0,84$$

Le pourcentage cherché c'est :

$$[F(c_2) - F(c_1)] \times 100 = [0,84 - 0,19] \times 100 = 65\%$$