

معلومات حول مادة أساسيات بحوث العمليات:

وحدة التعليم: المنهجية

عدد الأرصدة: 4

المعامل: 2

البرنامج الدراسي:

المحور الأول: مدخل عام حول بحوث العمليات

المحور الثاني: البرمجة الخطية: الصيغة القياسية

المحور الثالث: البرمجة الخطية: الطريقة البيانية

المحور الرابع: البرمجة الخطية: طريقة السمبلكس

المحور الخامس: البرمجة الخطية: الثنائية أو الإزدواجية

المحور السادس: برمجة الأعداد الصحيحة: طريقة القطع

المحور السابع: برمجة الأعداد الصحيحة: مشاكل النقل

مفهوم وتطور بحوث العمليات

(Operations research)

(Recherche opérationnelle)

تعريف بحوث العمليات:

سُميت بحوث العمليات بهذا الإسم لكون أولى البحوث وتطبيقاتها في هذا المجال كانت على العمليات الحربية.

ولا يوجد تعريف واحد محدد شافي لبحوث العمليات، حيث اختلفت تعاريفها بين روادها. ويُمكن الإكتفاء بالتعاريف الثلاثة التالية:

«مجموعة الطرق والأساليب العلمية المساعدة لإتخاذ قرارات التسيير العلمي الأمثلي في الإدارة، وهي تعتمد على القياس الكمي بمساعدة الأساليب الإحصائية والرياضية، جوهر ما تتناوله هو البحث عن أمثلية تسيير الموارد المادية والبشرية في مختلف المؤسسات في ظل ظروف كمية محددة».

«تطبيق للطرق والأساليب الرياضية والإحصائية في حل مشاكل الإدارة بمختلف أنواعها وأشكالها ومجالاتها حيث تعمل على إيجاد الأسلوب التمهيدي لإتخاذ القرارات والبدائل المثالية والقرار المثالي».

تُعرّف جمعية بحوث العمليات البريطانية بحوث العمليات بأنها «إستخدام الأساليب العلمية لحل المشاكل المعقدة في إدارة أنظمة كبيرة من القوى العاملة، المعدات، المواد الأولية، والاموال في المصانع والمؤسسات الحكومية وفي القوات المسلحة».

تطور بحوث العمليات:

تُعد بحوث العمليات من العلوم التطبيقية الحديثة التي أفرزتها ظروف الحرب العالمية الثانية إذ قامت بريطانيا بتشكيل لجنة تضم مجموعة إستشارية من العلماء الإختصاصيين سميت بلجنة بحوث العمليات Operational Research لوضع حلول للمشكلات التعبوية والسوقية منها دراسة أنظمة الرادار، الأسلحة المضادة للطائرات، الحجم الأمثل للنقل الجوي، واكتشاف الغواصات المعادية.

وفي عام 1941 إتسعت رقعة تطبيق بحوث العمليات لتشمل جميع قوات الحلفاء، وذلك للنجاح الذي أحرزه تطبيق بحوث العمليات في القوات البريطانية. وبعد الحرب العالمية الثانية سعت الجيوش المتطورة إلى إستخدام بحوث العمليات في المجالات العسكرية فقامت بتمويل الكثير من البحوث التي أدت إلى تطوير بحوث العمليات. وقد رافق هذه الحالة عودة معظم الإختصاصيين في مجال بحوث العمليات إلى الحياة المدنية بعد إنتهاء الحرب العالمية الثانية فقامت الجامعات بتدريس تلك المادة ومحاولة تطبيقها في حل المشاكل المدنية.

البرمجة الخطية

Linear programming

La programmation linéaire

1- مفهوم البرمجة الخطية:

هي عبارة عن أسلوب يتضمن استخدام الرياضيات العالية لتقديم الحلول لأنواع معينة من المشاكل. والمقصود بكلمة خطية هو أن العلاقات المعمول بها تشبه العلاقات المتمثلة بالخطوط المستقيمة، أما المقصود بكلمة برمجة فهو التخطيط المنتظم أو عملية اتخاذ القرار.

وتُعرّف أيضاً بأنها "أسلوب رياضي يستخدم لمساعدة المدراء في التخطيط واتخاذ القرارات الإيجابية بصدد توزيع الموارد البشرية والمادية المحدودة بين أفضل الاستخدامات المتاحة، بهدف تحقيق أكبر عائد مادي ممكن Maximization أو تحقيق أقل تكلفة ممكنة Minimization ضمن مجموعة من القيود (المعيقات) والعوامل الثابتة، بحيث يحقق هذا التوزيع أفضل نتيجة ممكنة."

ومن المواضيع التي تُستخدم فيها البرمجة الخطية هي:

في حالة التعظيم: Maximisation

- تعظيم الأرباح
- تعظيم الإيرادات

في حالة التدنية: Minimisation

- تدنية التكاليف
- تدنية الخسائر

وهناك بعض الإنتقادات التي توجه إلى أسلوب البرمجة الخطية في التحليل ولعل أهمها:

- يفترض هذا الأسلوب في التحليل أن كل العوامل أو العلاقات بين المتغيرات معروفة ومؤكدة الحدوث، بمعنى أنه لا يوجد عنصر أو عناصر مشكوك في حدوثها أو غير متأكد منها، أو بعبارة أخرى فإنه لا يأخذ في الاعتبار عناصر عدم التأكد التي تميّز الحياة التجارية والصناعية في الوقت الحاضر؛
- لا يأخذ هذا الأسلوب في التحليل أي اعتبار للعوامل التي لا يمكن إعطائها قيمة كمية والتي قد تؤثر بدرجة كبيرة على اتخاذ القرارات؛
- يتطلب التحليل كمية من المعلومات التي قد لا يكون من السهل الحصول عليها في الظروف العادية في المنشآت الصغيرة والمتوسطة الحجم؛
- الفرض الأساسي الذي يتضمنه هذا التحليل هو الخطية التي قد لا تتماشى مع الواقع، ذلك لأن معظم العلاقات في الحياة العملية علاقات غير خطية، ولا بد في مثل هذه الحالات من استخدام أسلوب البرمجة غير الخطية؛

وبالرغم من جميع هذه الإنتقادات، إلا أن أسلوب البرمجة الخطية يُعتبر من الأساليب المهمة في التحليل الإقتصادي حيث يساعد على إتخاذ القرارات الإدارية السليمة ويوفر الموارد الإقتصادية المتاحة ويستخدمها على أفضل وجه في ضوء الهدف المراد تحقيقه.

2- البرنامج الخطي:

2-1- مفهوم البرنامج الخطي:

هو صيغة رياضية مشتقة من واقع معين، هدفها البحث عن أمثلية الاستخدام عن طريق دالة رياضية تتكون من مجموعة من المتغيرات من الدرجة الأولى، تسمى بدالة الهدف أو الدالة الاقتصادية، في وجود مجموعة من القيود تكون في صورة معادلات أو متباينات أو هما معا من الدرجة الأولى أيضا.

والمقصود من كلمة الأمثلية هو الوصول إلى أعظم قيمة للدالة الاقتصادية أو أدنى قيمة لها حسب الهدف.

2-2- مكونات البرنامج الخطي:

يتكون البرنامج الخطي من ثلاثة مكونات هي:

- **دالة الهدف:** تسمى أيضا بالدالة الاقتصادية، وهي تعبر عن الهدف الذي تسعى المؤسسة للوصول إليه، إما التعظيم (الإنتاج، الأرباح، ...)، أو التذنية (التكاليف، الخسائر، ...)، وتكون مؤلفة من متغيرات من الدرجة الأولى.

- **القيود:** هي عبارة عن جملة من المترajحات أو المعادلات أو هما معا، تريد المؤسسة أن توجد حلا لدالة الهدف مع أخذها بعين الاعتبار. ويتألف شقها الأيسر من مجموعة من المعاملات مضروبة في مجموعة من المتغيرات من الدرجة الأولى، أما شقها الأيمن فهو عبارة عن أعداد ثابتة موجبة.

- شرط عدم السالبة: ويعني أن قيم كل المتغيرات يجب أن تكون أكبر أو تساوي الصفر، لكونها ترتبط بكميات مادية، والكميات المادية لا يمكن أن تساوي قيم سالبة. وفي حالات إستثنائية أين لا يشترط هذا القيد، فإن هناك معالجة خاصة أثناء سيرورة الحل.

2-3- كتابة البرنامج الخطي:

يكتب البرنامج الخطي حسب حالة دالة الهدف كما يلي:

$$Z_{\max (\text{Min})} = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_nx_n$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n (\leq, =, \geq) b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n (\leq, =, \geq) b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n (\leq, =, \geq) b_m \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \end{cases} \text{ s/c}$$

حيث:

S/C: ترمز إلى: sous contraintes، أي تحت القيود، وتشير إلى الوصول إلى أعظم قيمة لدالة الهدف أو إلى أدنى قيمة لها في حدود الطاقات المتاحة المعبر عنها بمعادلات أو متباينات (القيود).

Max: هي إختصار لكلمة Maximisation، أي التعظيم، ومفادها جعل الدالة Z عند أعظم قيمة لها.

Min: هي إختصار لكلمة Minimisation، أي التذنية، ومفادها جعل الدالة Z عند أدنى قيمة لها.

x_1, x_2, \dots, x_n : هي متغيرات البرنامج الخطي والمطلوب إيجاد قيمها عند حل البرنامج. ويُشترط في هذه المتغيرات أن تكون قيمها غير سالبة كما يدل عليه السطر الأخير من البرنامج الخطي.

c_1, c_2, \dots, c_n : معاملات دالة الهدف أو الدالة الإقتصادية، ويُمكن لهذه المعاملات أن تأخذ أي عدد حقيقي.

$a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}; a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2n}; a_{m1}, a_{m2}, \dots, a_{mn}$: معاملات القيود. ويُمكن أن تأخذ هذه المعاملات أي عدد حقيقي.

b_1, b_2, \dots, b_m : شعاع الثوابت، ويُشترط أن تكون قيمه موجبة.

واختصاراً يُكتب البرنامج الخطي كما يلي:

$$\begin{array}{l} Z_{\max (\text{Min})} = CX \\ \text{s/c} \left\{ \begin{array}{l} AX (\leq, =, \geq) B \\ X \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

2-4- صيغ البرنامج الخطي:

هناك ثلاثة صيغ للبرنامج الخطي:

1- الصيغة القانونية: هناك نوعان حسب حالة داله الهدف:

حالة التعظيم: في هذه الحالة يكون البرنامج الخطي في صيغته القانونية عندما تكون:

- دالة الهدف في حالة تعظيم؛
- التشكيلة الخطية لكافة القيود في حالة أصغر من أو تساوي عددا ثابتا موجبا؛
- كل المتغيرات غير سالبة.

حالة التذنية: في هذه الحالة يكون البرنامج الخطي في صيغته القانونية عندما تكون:

- دالة الهدف في حالة التذنية؛
- التشكيلة الخطية لكافة القيود في حالة أكبر من أو تساوي عددا ثابتا موجبا؛
- كل المتغيرات غير سالبة.

2- الصيغة المختلطة: وهي الحالة التي تكون فيها دالة الهدف إما في حالة التعظيم أو في

حالة التذنية وتكون القيود مختلطة حيث تحتوي على متراجحات "أكبر من أو يساوي" و "أقل من أو يساوي" و معادلات أو حالتين من هذه الحالات على الأقل.

3- الصيغة النموذجية: هي الصيغة التي تكون فيها دالة الهدف إما في حالة التعظيم أو في حالة

التذنية، وجميع القيود عبارة عن معادلات، وجميع المتغيرات غير سالبة.

3- بناء (صياغة) البرنامج الخطي:

ويُقصد ببناء أو صياغة البرنامج الخطي تحويل المسألة من واقع كلامي مسرود في تعابير أدبية إلى مسألة مصاغة في قالب أو نموذج رياضي واضح يُعبّر عن جميع العلاقات الإقتصادية والإدارية للمشكلة. ويتكون النموذج الرياضي من عدد من المتغيرات ودالة هدف تكون إما في حالة التعظيم أو التذنية، وعدد من القيود تكون إما في صورة معادلات أو متباينات أو هما معا.

مثال:

تقوم إحدى المؤسسات الصناعية المتخصصة في إنتاج الأثاث بإنتاج نوعين من المنتجات: الطاولات والكراسي. يتطلب إنتاج طاولة واحدة ساعتين من رأس المال، في حين أن إنتاج كرسي واحد يتطلب 3 ساعات عمل ووحدة واحدة من رأس المال. أما عن الكميات من ساعات العمل ورأس المال المتوفرة للمؤسسة فهي محدودة وتقدر بـ 12 ساعة و 8 وحدات على التوالي. تحقق المؤسسة ربحاً عن كل طاولة يتم إنتاجها وبيعها بـ 6 وحدات نقدية، وعن كل كرسي يتم إنتاجه وبيعه بـ 7 وحدات نقدية.

المطلوب: اكتب البرنامج الخطي الذي من شأنه تعظيم ربح المؤسسة؟

الحل:

المقادير القصوى	المقادير الوجودية		المنتجات عوامل الإنتاج
	X ₂ (الكراسي)	X ₁ (الطاولات)	
12 ساعة	3	2	ساعات العمل
8 وحدات	1	2	رأس المال
	7	6	الربح الوجودي

$$Z_{\max} = 6x_1 + 7x_2$$

$$s/c \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ 2x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$