

Série TD1 : Optimisation unidimensionnelle

---

**Exercice 1.** (Formulation)

Soit un réservoir rectangulaire à toit ouvert, de hauteur  $x_1$  et les longueurs des côtés de la base  $x_2$  et  $x_3$ . (Le but d'une telle conception pourrait être minimiser les pertes de chaleur par les côtés). L'objectif est d'essayer d'obtenir la plus petite surface qui entoure un volume donné  $V$ .

1. Écrire le modèle mathématique avec contrainte puis sans contrainte.
2. Si  $x_2 = x_3$ , trouver la plus petite surface qui renferme un volume donné  $V = 5$ .

**Exercice 2.** (Calculs différentielles)

1. Soit  $f$  une fonction de classe  $C^2$  et  $x^*$  est un minimum local, montrer que :

$$f(x^* + h) > f(x^*), \quad \text{pour } h \text{ suffisamment petit.}$$

2. Déterminer les points critiques, puis la nature de ces points, de

$$f(x) = 4\cos x^2 - \sin x^2 - 3, \quad f(x) = 3x^4 - 20x^3 - 24x^2 + 240x + 400.$$

**Exercice 3.** (Section dorée et Bisection )

Soit la fonction unimodal  $f(x) = x^2 + 4\cos x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . On cherche à localiser le minimum dans  $[1, 2]$ , avec une tolérance de 0.01.

1. En deux itérations, utiliser la méthode de la section dorée avec une incertitude  $\rho = 0.2$
2. Utiliser la méthode de la bisection :
  - Calculer le nombre d'itérations possible.
  - Appliquer la méthode en deux itérations.

**Exercice 4.** (Newton)

1. Utiliser la méthode de Newton, pour trouver le minimum de la fonction  $x^2$ .
2. Écrire un code python pour une tolérance de  $1e^{-4}$ .