

Série de td n : 1 de théorie des graphes

Exercice n : 1

Construire un graphe $G = (V, E)$ avec $V(G) = \{v_i / i = 1, \dots, 10\}$ et $E(G) = \{v_i v_j / i \neq j, i+j \geq 10\}$

Donner

1. l'ordre $|G|$ du graphe G
2. son degré maximum $\Delta(G)$
3. le nombre d'arêtes $|E|$
4. le degré des sommets v_3 et v_5
5. son degré minimum $\delta(G)$
6. les ensembles $N(v_3)$ et $N(v_5)$

Exercice n : 2 1. Reconstituez les graphes à partir des matrices d'adjacences suivantes :

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Exercice n : 3 Un graphe est dit complet si son nombre d'arêtes est maximum.

1. Montrer que dans un graphe complet d'ordre n , chaque sommet est de degré $n - 1$.
2. Donner le nombre d'arêtes d'un graphe complet d'ordre n .
3. Soit G et G' deux graphes complets d'ordre n . Sont ils isomorphes ?
4. Soit G un graphe d'ordre 6. Montrer que G ou $\overline{G}$ ($\overline{G}$ c'est le complémentaire de G) contient un triangle.

Exercice n : 4

1. Préciser les caractéristiques du graphe G dans la figure 1 : le rayon, le diamètre, un ensemble stable maximum et le nombre chromatique.
2. Ce graphe est-il planaire ? justifier .
3. Ce graphe est-il eulérien ? est-il semi eulérien ? justifier.
4. Ce graphe est-il hamiltonien ? est-il semi hamiltonien ? justifier.
5. Donner un couplage parfait et un couplage maximum sur ce graphe.

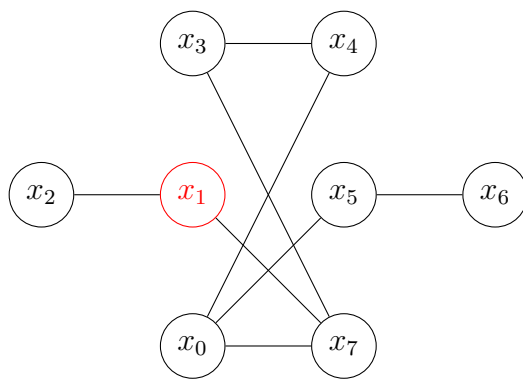


FIGURE 1 – graphe G