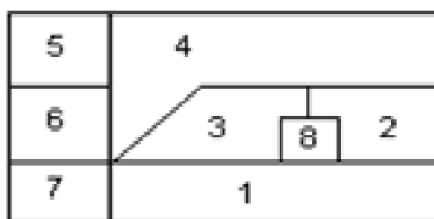


Série de Td n : 2 de Théorie des graphes

Exercice n : 1

Huit pays sont représentés ci-dessous avec leurs frontières (deux pays dont les frontières n'ont qu'un nombre fini de points ne sont pas considérés comme voisins)



1. Représenter cette situation par un graphe d'ordre 8 dont les sommets sont les pays et les arêtes sont les frontières.
2. ce graphe est-il complet ? connexe ?
3. quels est le degré de chaque sommet ? déduire le nombre d'arêtes.
4. calculer le diamètre de ce graphe.
5. est-il possible de partir d'un pays et d'y revenir après avoir franchi chaque frontière une et une seule fois ?
6. est-il possible de partir d'un pays et de terminer par un autre pays après avoir franchi chaque frontière une et une seule fois ?
7. quel est le nombre maximum de pays sans frontière commune ?
8. colorer les huit pays avec un nombre minimum de couleurs de telle façon que deux pays adjacents ne soient pas de même couleur.

**Exercice n : 2** peut on construire un graphe simple ayant :

1. 5 sommets et 11 arêtes. Justifier.
2. 6 sommets et 46 arêtes. Justifier.

**Exercice n : 3** Tout graphe contenant un triangle ( $K_3$ ) ne peut pas être coloré (sommets) en moins de trois couleurs.

1. Construire un graphe sans ( $K_3$ ) qui nécessite également trois couleurs.
2. Comment à partir du graphe précédent, construire un graphe sans ( $K_4$ ) nécessitant 4 couleurs.
3. Un graphe sans ( $K_5$ ) nécessitant 5 couleurs.

**Exerice n : 4**

1. Donner le nombre d'arêtes d'un graphe biparti complet  $K_{m,n}$ .
2. Donner le nombre chromatique d'une chaine  $P_n$  et d'un cycle  $C_n$  en fonction de  $n$ .
3. Calculer le rayon et le diamètre d'une chaine  $P_n$  en fonction de  $n$ .