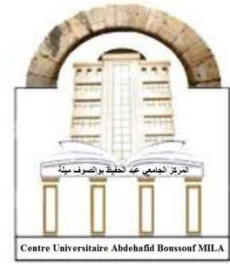




République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministre de l'Enseignement Supérieur et de la  
Recherche Scientifique  
**Centre Universitaire Abdel Hafid Boussouf**  
Mila



# **Support de Cours**

## **Matière : COMBUSTION**

### **Chapitre IV : FLAMMES LAMINAIRES DES PREMELANGES ET DE DIFFUSION**

**Filière : Génie Mécanique**  
**Spécialité : Energétique**  
**Master1**

*Enseignante :*

*Dr : ZEGHBID Ilhem*



*Année universitaire 2019-202*

## CHAPITRE IV

### FLAMMES LAMINAIRES DES PREMELANGES ET DE DIFFUSION

Ce mode de combustion implique le mélange préalable du combustible (fuel) et de l'oxydant, les flammes de prémélange sont présentes dans plusieurs applications par exemple le chauffage domestique et les chambres de turbines à gaz. Le combustible et l'oxydant sont mélangés avant d'être introduit dans la chambre, la combustion est initiée par une étincelle ou une flamme pilote, créant une flamme qui se propage dans les gaz frais. Il est important de comprendre les caractéristiques pour construire un tel brûleur. Quelques questions se posent :

- A quelle vitesse la flamme consomme le mélange frais ?
- Comment varie la propagation de la flamme avec les conditions d'opérations comme la richesse, température et la pression ?
- D'un point de vue protection, comment peut-on stopper la propagation d'une flamme prémélangée ?

#### IV.1 Procédés physiques dans une flamme prémélangée

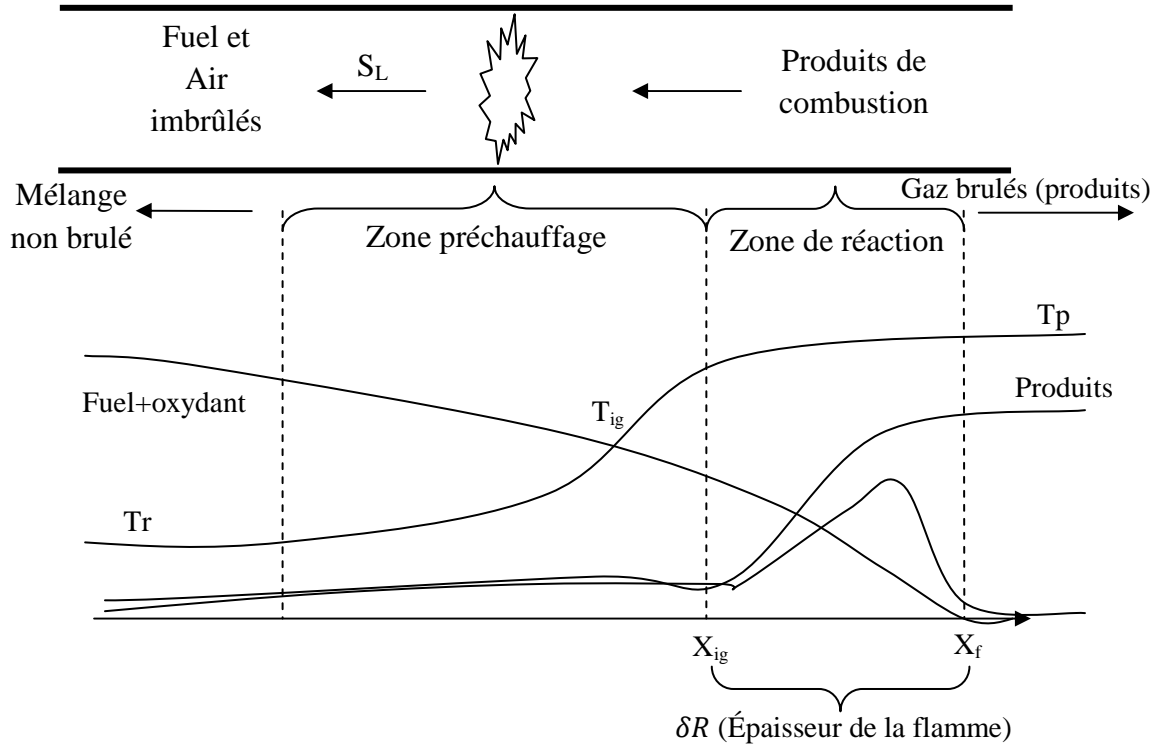
Prenons par exemple une flamme qui se propage dans une conduite (Figure 1), la zone de réaction ou front de flamme est très mince, toujours quelques millimètres pour les hydrocarbures.

Dans la zone préchauffage, la température des réactifs augmente graduellement à une température élevée près de la zone de réaction.

Lorsque la température des réactifs atteint celle d'ignition du fuel ; les réactions chimiques deviennent rapides.

- Dans la flamme, le taux de réaction augmente rapidement puis diminue lorsque le fuel et l'oxydant sont consommés et les produits sont générés.
- A cause de la concentration des espèces, les réactifs diffusent vers la zone de réaction et leurs concentrations dans la zone de préchauffage diminuent lorsqu'ils s'approchent de la zone réactions.

Différentes espèces dans la zone de réaction deviennent moléculairement existées à haute température.



**Figure1 : Schéma d'une flamme de prémélange qui se propage dans une conduite de gauche à droite.**

La propagation de la flamme à travers le mélange frais dépend de deux procédés consécutifs.

1. La chaleur produite dans la zone de réaction est transférée pour chauffer le mélange frais à la température d'ignition.
2. Les réactifs chauffés réagissent chimiquement dans la zone de réaction

Ces deux procédés ont importants dans le maintien de la flamme. La vitesse de propagation de la flamme va dépendre de ces deux procédés et des propriétés chimiques des réactifs.

#### IV.2 Mesure de la vitesse de la flamme

Notre objectif est de trouver une expression analytique simple pour la vitesse de la flamme laminaire avec des hypothèses simplificatrices telle que :

1. Flux unidimensionnel à surface constante, écoulement stationnaire.
2. Les énergies cinétiques et potentielles, de cisaillement visqueux et le rayonnement thermique sont tous négligé.
3. La petite différence de pression à travers la flamme est négligée ; ainsi la pression est constante.
4. La diffusion de la chaleur et de la masse est régie par les lois de Fourier et Fick, respectivement.

5. Le nombre de Lewis « Le », qui exprime le rapport de la diffusivité thermique à la diffusivité de masse, s'écrit comme :

$$L_e \equiv \frac{\alpha}{D} = \frac{k}{\rho c_p \cdot D} \quad \text{IV.1}$$

Egal à l'unité, ceci a pour résultat que  $\frac{k}{c_p} = \rho \cdot D$ , ce qui signifie le grandement de l'équation d'énergie.

6. La chaleur spécifique du mélange « cp » ne dépend ni de la température ni de la composition du mélange. Cela équivaut à supposer que les chaleurs spécifiques de toute espèce sont toutes égales et constantes.
7. Le combustible et l'oxydant forment des produits lors d'une réaction exothermique.
8. L'oxydant est présent dans des proportions stœchiométriques eu en excès, ainsi, le carburant est complètement consommé à la flamme.

#### IV.2.1 Lois de conservation

Pour comprendre la propagation de la flamme, nous appliquons la conservation de la masse, des espèces et de l'énergie au volume de contrôle illustré à la Figure 2.

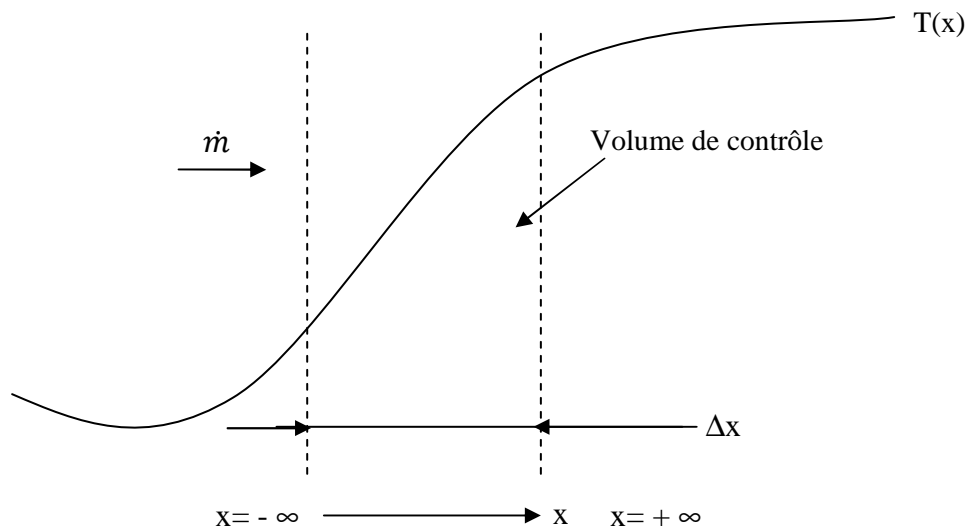


Figure2 : Volume de contrôle pour l'analyse de la flamme.

##### A. Conservation de la masse

$$\frac{d(\rho v_x)}{dx} = 0 \quad \text{IV.2.a}$$

Où :

$$\dot{m}'' = \rho v_x = \text{constant} \quad \text{IV.2.b}$$

## B. Conservation des espèces

$$\frac{d \dot{m}_i''}{dx} = \dot{m}_i''' \quad \text{IV.3}$$

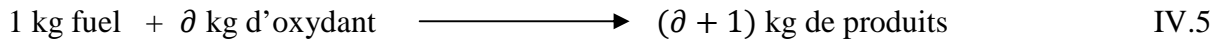
Ou, avec l'application de la loi de Fick,

$$\frac{d[\dot{m}_i'' \cdot Y_i - \rho D \frac{dY_i}{dx}]}{dx} = \dot{m}_i''' \quad \text{IV.4}$$

Avec  $\dot{m}_i'''$  est le taux de production en masse des espèces  $i$  par unité de volume ( $\text{kg/s}\cdot\text{m}^3$ ). L'équation (IV.4) peut être écrite pour chacune des trois espèces, où les taux de production en masse du comburant (oxydant) et des produits sont liés au taux de production de carburant (fuel).

De toute évidence, les taux de production du carburant (fuel),  $\dot{m}_F'''$ , et d'oxydant  $\dot{m}_{ox}'''$ , sont négatifs. Ces espèces sont consommées et non produites.

Pour notre simple réaction, la stœchiométrie égale :



$\vartheta$  : Taux massique oxydant/fuel

$$\dot{m}_F''' = \frac{1}{\vartheta} \dot{m}_{ox}''' = -\frac{1}{\vartheta+1} \cdot \dot{m}_{pr}''' \quad \text{IV.6}$$

L'équation (IV.4) devient pour chaque espèce :

$$\text{Fuel (carburant)} \quad \dot{m}'' \frac{dY_F}{dx} - \frac{d(\rho D \frac{dY_F}{dx})}{dx} = \dot{m}_F''' \quad \text{IV.7.a}$$

$$\text{Oxydant (comburant)} \quad \dot{m}'' \frac{dY_{ox}}{dx} - \frac{d(\rho D \frac{dY_{ox}}{dx})}{dx} = \vartheta \cdot \dot{m}_F''' \quad \text{IV.7.b}$$

$$\text{Produits} \quad \dot{m}'' \frac{dY_{pr}}{dx} - \frac{d(\rho D \frac{dY_{pr}}{dx})}{dx} = -(\vartheta + 1) \cdot \dot{m}_F''' \quad \text{IV.7.c}$$

Dans cette analyse, les relations de conservation des espèces ne sont utilisées que pour simplifier l'équation d'énergie.

## C. Conservation de l'énergie

Les hypothèses que nous avons retenues pour notre analyse sont cohérentes avec celles de la forme de conservation d'énergie de Shvab-Zeldvich :

$$\dot{m}'' cp \frac{dT}{dx} - \frac{d}{dx} \left[ (\rho D cp) \frac{dT}{dx} \right] = - \sum h_{f,i}^\circ \cdot \dot{m}_i''' \quad \text{IV.8.a}$$

Avec la stœchiométrie exprimée par les équations (IV.5) et (IV.6), le côté droit de ce qui précède devient :

$$-\sum h_{f,i}^{\circ} \cdot \dot{m}_i''' = [h_{f,F}^{\circ} \cdot \dot{m}_F''' + h_{f,ox}^{\circ} \cdot \partial \cdot \dot{m}_F''' - h_{f,pr}^{\circ} \cdot (\partial + 1) \cdot \dot{m}_F'''] - \sum h_{f,i}^{\circ} \cdot \dot{m}_i''' = -\dot{m}_F \Delta h_c,$$

Où :

$\Delta h_c$  est la chaleur de combustion du fuel (carburant ;  $\Delta h_c = h_{f,F}^{\circ} + \partial h_{f,ox}^{\circ} - (\partial + 1) h_{f,pr}^{\circ}$ , basé sur la stœchiométrie donnée en raison de l'approximation du nombre de Lewis à l'unité ; nous pouvons également remplacer  $(\rho D cp)$  par  $k$  avec ces deux substitution, l'équation (IV.8.a) devient :

$$\dot{m}'' \frac{dT}{dx} - \frac{1}{cp} \frac{d(k \frac{dT}{dx})}{dx} = - \frac{\dot{m}_F''' \Delta h_c}{cp} \quad \text{IV.8.b}$$

Notre objectif est de trouver une expression utile pour la vitesse de la flamme laminaire qui est liée au flux massique  $\dot{m}''$ , apparaissent dans l'équation (IV.8.b).

$$\dot{m}'' = \rho_u \cdot S_L \quad \text{IV.9}$$

Pour atteindre cet objectif, nous suivons encore l'approche de Spalding.

Pour trouver le taux massique de combustion, supposons un profil de température satisfaisant les conditions aux limites loin en amont de la flamme sont :

$$T(x \rightarrow -\infty) = T_u \quad \text{IV.10.a}$$

$$\frac{dT}{dx}(x \rightarrow -\infty) = 0 \quad \text{IV.10.b}$$

Et loin en aval de la flamme :

$$T(x \rightarrow +\infty) = T_b \quad \text{IV.10.c}$$

$$\frac{dT}{dx}(x \rightarrow +\infty) = 0$$

Pour simplifier, nous supposons un profil de température linéaire qui va de  $T_u$  à  $T_b$  à travers la petite distance  $\delta$ , comme le montre la Figure 3, nous avons une équation différentielle du second ordre (IV.8.b) avec deux paramètres inconnues,  $\dot{m}''$  et  $\delta$ .

On intégrant l'équation (IV.8.b) sur  $x$ , en appliquant les conditions aux zones  $(-\infty)$  et  $(+\infty)$ ,

$$\dot{m}'' [T]_{T=T_u}^{T=T_b} - \frac{k}{cp} \left[ \frac{dT}{dx} \right]_{\frac{dT}{dx}=0}^{\frac{dT}{dx}=0} = - \frac{\Delta h_c}{cp} \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{m}_F''' dx \quad \text{IV.11}$$

$$\dot{m}'' (T_b - T_u) = - \frac{\Delta h_c}{cp} \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{m}_F''' dx \quad \text{IV.12}$$

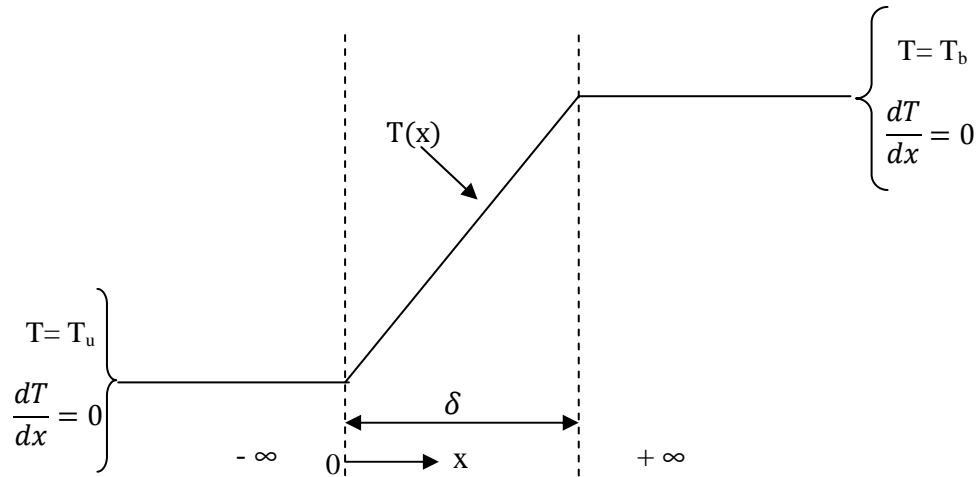


Figure3 : Profil de température supposé pour l'analyse de la flamme laminaire.

Donc :

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_b - T_u}{\delta} \quad \text{Où : } dx = \frac{\delta}{T_b - T_u} dT \quad \text{IV.13}$$

Avec un changement de variables :

$$\dot{m}''(T_b - T_u) = -\frac{\Delta h_c}{cp} \frac{\delta}{(T_b - T_u)} \int_{T_u}^{T_b} \dot{m}_F''' dT \quad \text{IV.14}$$

Nous obtenons un simple résultat :

$$\dot{m}''(T_b - T_u) = -\frac{\Delta h_c}{cp} \delta \overline{\dot{m}_F'''} \quad \text{IV.15}$$

$\overline{\dot{m}_F''}$  : Taux volumétrique de la production massique (kg/s-m<sup>3</sup>) dans la zone de réaction moyenne.

Avec :

$$T = \frac{T_b + T_u}{2} \quad \text{IV.16}$$

Et :

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_b - T_u}{\delta} \quad \text{IV.17}$$

On obtient :

$$\dot{m}'' \frac{\delta}{2} - \frac{k}{cp} = 0 \quad \text{IV.18}$$

Résoudre les équations (IV.15) et (IV.18) on aura :

$$\dot{m}'' = \left[ 2 \frac{k}{cp^2} \cdot \frac{(-\Delta h_c)}{(T_b - T_u)} \cdot \overline{\dot{m}_F'''} \right]^{1/2} \quad \text{IV.19}$$

Et :

$$\delta = \frac{2k}{(cp \cdot \dot{m}'')} \quad \text{IV.20}$$

Appliquant les définitions de la vitesse de la flamme,  $S_L = \frac{\dot{m}''}{\rho_u}$ , et la diffusivité thermique  $\alpha \equiv \frac{k}{\rho_u c_p}$ , est reconnaissant que :  $\Delta h_c = (\partial + 1) \cdot c_p (T_b - T_u)$ , nous obtenons le résultat final :

$$S_L = \left[ -2\alpha(\partial + 1) \frac{\overline{\dot{m}_F'''}{\rho_u}} \right]^{1/2} \quad \text{IV.21}$$

$$\delta = \left[ \frac{-2\rho_u \alpha}{(\partial + 1) \overline{\dot{m}_F'''} } \right]^{1/2} \quad \text{IV.21.a}$$

Où, dans le terme de  $S_L$  :

$$\delta = \frac{2\alpha}{S_L} \quad \text{IV.21.b}$$

### IV.3 Structure des flammes de prémélange

A cause de l'épaisseur minimale (quelques millimètres à 1 atm) des flammes de prémélange, il est impossible de mesurer la concentration des espèces avec précision. La simulation des flammes de prémélange a été utilisée avec une chimie détaillée pour présenter la structure typique de ces flammes. On remarque sur la Figure 4 que :

- La densité décroît de  $1.13\text{kg/m}^3$  dans les gaz frais à  $0.17\text{kg/m}^3$  dans les gaz brûlés.
- La température d'ignition est  $810\text{K}$
- L'épaisseur de la flamme peut être déterminée en fonction de l'augmentation de la température. On définit deux températures  $T_{10\%}$  qui représente 10% de l'augmentation et  $T_{90\%}$  qui représente l'élévation pour ce cas.

$$T_{10\%} = T_{réac} + 0.1(T_{prod} - T_{réac}) = 495\text{K} \text{ et } T_{90\%} = T_{réac} + 0.9(T_{prod} - T_{réac}) = 2055\text{K}$$

- En se basant sur ces deux points, l'épaisseur de la zone de réaction est  $1.4\text{ mm}$ , l'échelle du temps chimique  $\delta_R/S_L = \tau_{chim} = 3.6\text{ msec}$ .
- La température d'équilibre est  $2250\text{K}$ , qui est atteinte à  $5\text{cm}$  de la base ce qui donne un temps nécessaire à l'équilibre de  $5\text{cm}/270\text{ cm/msec} = 0.019\text{sec} = 19\text{msec}$ .
- On représente aussi les espèces majoritaires  $\text{CH}_4$ ,  $\text{CO}_2$  et  $\text{H}_2\text{O}$  et l'espèce principale intermédiaire  $\text{CO}$ .
- Le méthane à un taux net de réaction négatif car il est consommé.
- $\text{CO}_2$  et  $\text{H}_2\text{O}$  ont des taux net de réaction positifs, car ils sont produits.



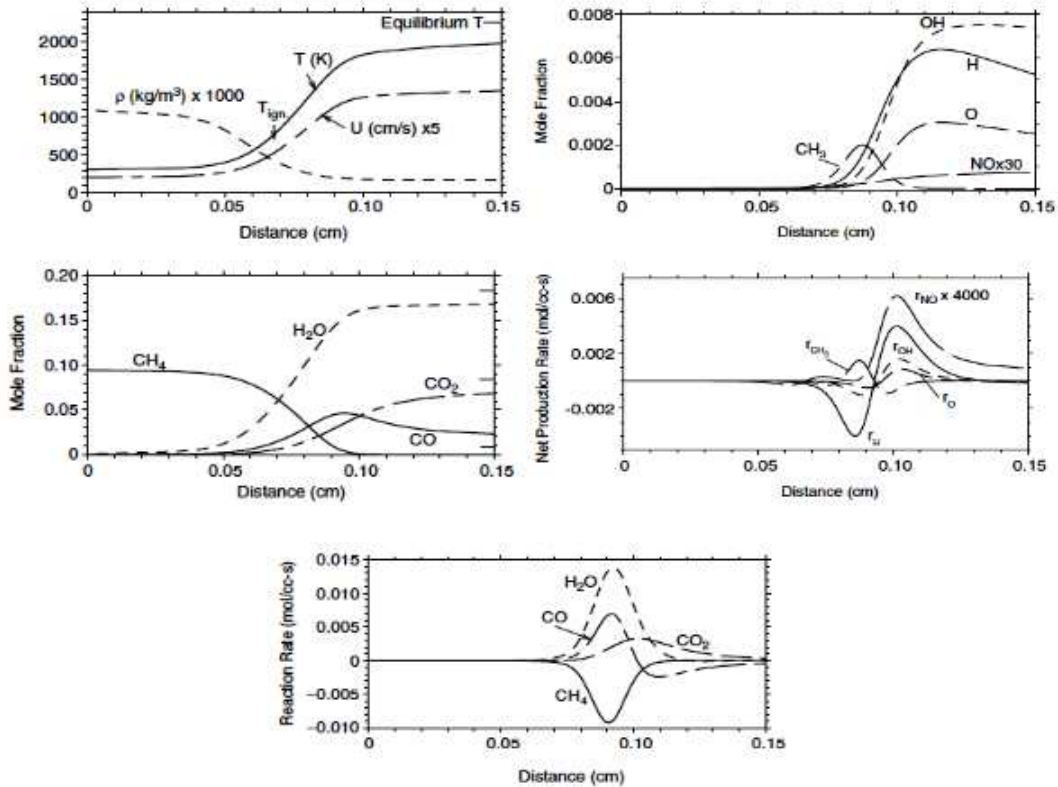


Figure4 : Structure interne de la flamme de méthane.

#### IV.4 Effet de la richesse, température et pression sur la vitesse de la flamme

##### IV.4.1 Effet de la richesse

La vitesse de la flamme dépend du taux de réaction chimique, on s'attend à une forte dépendance de  $S_L$  de la température et par conséquent de la richesse.

La Figure 5 montre la température de la flamme pour plusieurs fuels en fonction de la richesse (taux d'équivalence), on remarque que le pic de température est atteint pour une valeur légèrement riche. Cela est dû à la relation entre la chaleur de combustion et la capacité calorifique des produits. Ces deux propriétés décroissent lorsque la richesse dépasse l'unité mais la capacité calorifique décroît. La vitesse de la flamme aura la même allure que la température.

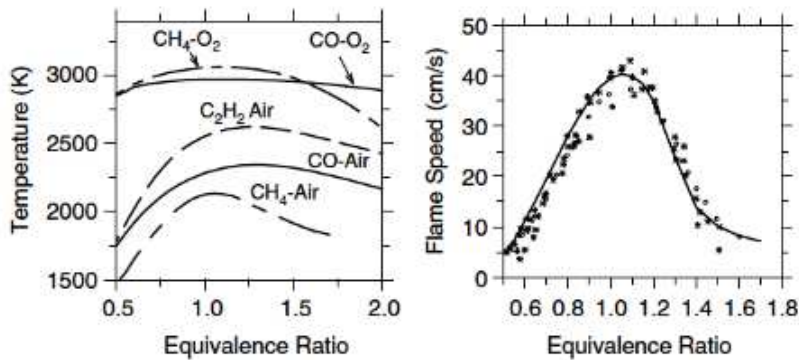


Figure5 : L'Effet de la richesse sur la vitesse de la flamme.

#### IV.4.2 Effet de la température d'injection des réactifs

L'augmentation de la température des gaz frais  $T_{\text{réac}}$  mène à des réactions chimiques plus rapides, alors que le temps chimique est plus court et la vitesse de la flamme est plus importante. Pour les gaz parfaits, la diffusivité thermique s'écrit en fonction de la température :

$$\alpha = \frac{k(T)}{\rho c p} = \frac{R T k(T)}{P c p} \cdot \alpha \cdot T^{1.5} \cdot P^{-1} \quad \text{IV.22}$$

Lorsque la température augmente, la diffusivité thermique augmente aussi, ce qui donne une vitesse de la flamme plus importante. La Figure 6 illustre cet aspect, les températures initiales importantes du propane, donnent des vitesses de flamme plus importantes.

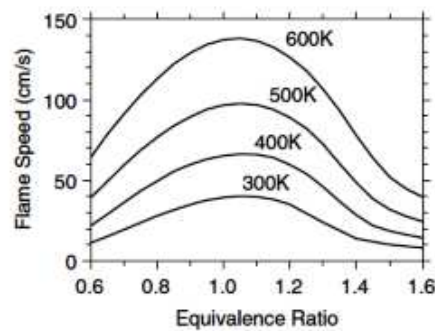


Figure6 : l'Effet de la température de l'injection des gaz sur la vitesse de la flamme.

#### IV.4.3 Effet de la pression

Pour la plupart des fuels (hydrocarbures), l'augmentation de la pression engendra la diminution de la vitesse de la flamme. La Figure 7 montre la dépendance négative de la pression. Cela engendre des difficultés pour les applications de la combustion à hautes pressions

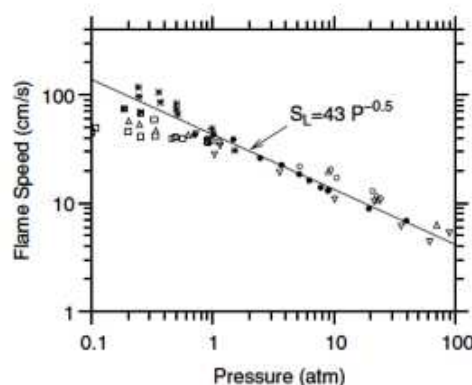


Figure7 : Vitesse de la flamme en fonction de la pression pour le méthane en combustion stœchiométrique.

Pour la majorité des fuels (hydrocarbures), la vitesse de la flamme est plus sensible aux températures qu'aux pressions, l'augmentation de la température des gaz peut annuler la réduction de la vitesse de la flamme due à la pression. Dans les turbines à gaz et les moteurs à combustion interne, le mélange air/fuel est comprimé à des températures élevées avant l'ignition.

Dans plusieurs applications, une formule empirique est utilisée pour corréliser la vitesse de la flamme laminaire à la même vitesse à l'état de référence (conditions ambiantes).

$$S_L(\phi, T, P) = S_{L,ref}(\phi) \left( \frac{T_{réac}}{T_{ref}} \right)^\alpha \cdot \left( \frac{P}{P_{ref}} \right)^\beta \cdot (1 - 2.5\psi) \quad \text{IV.23}$$

Où  $T_{ref} = 300\text{K}$ ,  $P_{ref} = 1\text{atm}$ .

$$S_{L,ref}(\phi) = Z \cdot W \cdot \phi^\eta \cdot \exp[-\xi \cdot (\phi - 1.075)^2] \quad \text{IV.24}$$

Avec  $\psi$  la fraction massique des gaz résiduels brûlés, les autres coefficients sont donnés par la Table1. Cette formule est généralement utilisée pour les moteurs à combustion interne.

Fuel	Z	W (cm/s)	$\eta$	$\xi$	$\alpha$	$\beta$
$\text{C}_8\text{H}_{18}$	1	46.58	-0.326	4.48	1.56	-0.22
$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$	1	46.50	0.250	6.34	1.75	$-0.17/\sqrt{\phi}$
$\text{C}_8\text{H}_{18} + \text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$	$1 + 0.07X_E^{0.35}$	46.58	-0.326	4.48	$1.56 + 0.23X_E^{0.35}$	$X_G\beta_G + X_E\beta_E^a$

<sup>a</sup> $X_E$  = volume percentage of ethanol in fuel mixture, %;  $X_G$  = volume percentage of isooctane in fuel mixture, %;  $\beta_E = \beta$  value for ethanol;  $\beta_G = \beta$  value for isooctane

#### IV.4.4 Effet de la dilution

L'effet de la dilution sur la vitesse de la flamme peut être démontré en gardant les mêmes réactifs avec la dilution des différents espèces comme :  $\text{N}_2$ , Ar, He.

En remplaçant le  $\text{N}_2$  par l'argon Ar ou l'hélium He, les vitesses de la flamme augmentent. Les flammes diluées par l'hélium ont les vitesses les plus grandes. (Figure8)

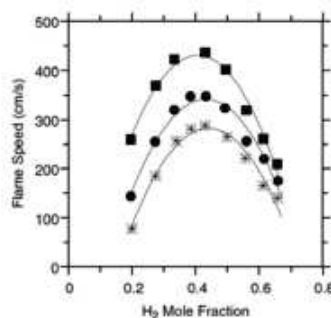


Figure8 : Vitesse de la flamme pour différents diluants (\*  $\text{N}_2$ , ● Ar, ■ He).

Lorsque l'hélium He est utilisé comme diluant, la température de la flamme est la même que lorsque le mélange est dilué par l'argon Ar, puisque ces deux gaz nobles ont la même capacité calorifique. Cependant, due à la masse moléculaire très petite de l'hélium, la diffusivité thermique est importante par rapport à celle de l'argon, est la vitesse de la flamme augmente.

Mélange	Température adiabatique de la flamme (K)	Diffusivité thermique $\alpha$ à 1300K (cm <sup>2</sup> /s)
H <sub>2</sub> /O <sub>2</sub> /N <sub>2</sub>	2384	2.65
H <sub>2</sub> /O <sub>2</sub> /Ar	2641	2.59
H <sub>2</sub> /O <sub>2</sub> /He	2641	12.59

**Table2 : Températures adiabatiques de la flamme pour différents diluants.**

La Table2 donne des valeurs des températures adiabatiques de la flamme et des diffusivités thermiques pour les mélanges stœchiométriques.

#### IV.4.5 Effet de la richesse, température et pression sur l'épaisseur de la flamme

L'épaisseur de la flamme est de quelques mm aux conditions ambiantes, elle s'écrit :

$$R \approx \frac{\alpha}{S_L}$$

Sa dépendance de  $\phi$ , T et P peut être déduite de la dépendance de  $S_L$ . puisque la vitesse de la flamme a un pic près des conditions stœchiométriques et diminue dans les mélanges riches et pauvres, l'épaisseur de la flamme va avoir une dépendance en U de  $\phi$ . Lorsque la température des gaz imbrûlés augmente on a une petite épaisseur de la flamme.

La dépendance e la pression est montrée comme suit :

$$\delta_R \cdot \alpha \cdot P^{-1} \cdot P^{\frac{-a+b}{2}+1} \cdot \alpha \cdot P^{\frac{-(a+b)}{2}} \cdot \alpha \cdot P^{\frac{-n}{2}}$$

Pour la plupart des combustibles, l'ordre total de la réaction est positif ( $n \approx 1 - 1.15$ ) ce qui implique que l'épaisseur de la flamme diminue avec la pression.

#### IV.5 Limites d'inflammabilité

Lorsque le mélange est assez riche ou pauvre, la température de la flamme diminue et par conséquent, la vitesse de la flamme chute significativement. La flamme ne peut pas se propager lorsque la richesse est plus grande qu'une limite supérieure ou plus petite qu'une limite inférieure, ces deux limites sont dites les limites riche et pauvre d'inflammabilité (RFL : Rich Flammability Limit et LFL : Low Flammability Limit).

Elles sont généralement exprimées en pourcentage du fuel en volume dans le mélange. Ces limites sont dites limites d'explosion dans quelques applications.

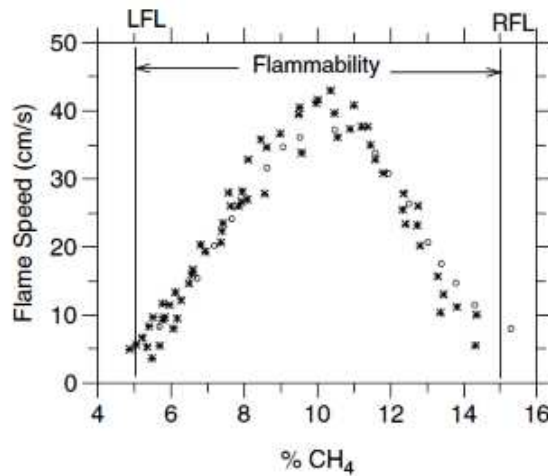


Figure9 : Limites d'inflammabilité riche (RFL) et pauvre (LFL).

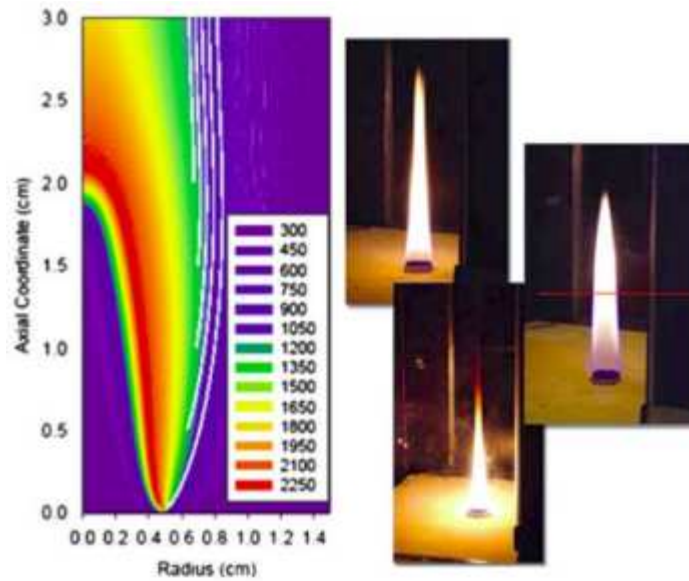
#### IV.6 Flammes de diffusion ou non-prémélangées

Dans plusieurs procédés de combustion, le fuel et l'oxydant sont séparés avant d'entrer dans la zone de réaction ou ils se mélangent et brûlent. Ce type de combustion est dit non prémélangée ou de diffusion, car le transport du fuel et de l'oxydant dans la zone de réaction se fait premièrement par diffusion. Donc les réactions chimiques se passent à l'échelle moléculaire.

Généralement, les réactions chimiques sont rapides et la combustion où le taux de combustion est plus limité par le transport et le mélange que par la cinétique chimique. Par conséquent, la flamme est très stable, c'est pourquoi ce mode de combustion est attractif pour plusieurs applications notamment les moteurs d'avions.

##### IV.6.1 Structure de la flamme laminaire en jets libres

Les flammes de jets sont bien caractérisées et très utiles pour comprendre la localisation, la température et la hauteur globale de la flamme. Les caractéristiques d'une flamme de jet sont similaires à celle d'une bougie sauf que le fuel dans ce cas est gazéifié et injecté dans l'air à une vitesse pré déterminée.



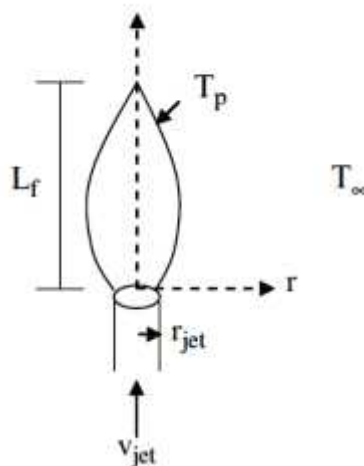
**Figure10 : Gauche : Température calculées d'un jet non-prémélangé. Droite : Flamme de diffusion laminaire de l'éthylène.**

A la droite de la Figure 10 ; on voit une flamme non-prémélangée en jet utilisant l'éthylène. Le fuel est injecté à travers une tuyère dans l'air environnant. la combustion est initiée par une flamme pilote, lorsque la flamme est stabilisée, la source d'ignition est supprimée. A gauche, la figure représente la distribution typique de la température obtenue par simulation sur ordinateur. Le fuel est injecté à travers une conduite de diamètre 1cm, la hauteur globale de la flamme est de 2.5cm.

#### IV.6.2 Formulation mathématique pour les flammes laminaires

- **Hauteur de la flamme laminaire de diffusion  $L_f$**

La longueur où la hauteur d'une flamme non-prémélangée est une propriété importante qui indique la taille de la flamme.



**Figure11 : Flamme de jet libre.**

Soit une flamme de jet libre montrée sur la Figure 11, les équations qui gouvernent sont :

- **Equation d'énergie**

$$\rho U c_p \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{k}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \overline{\dot{r}_{fuel}} \cdot \bar{Q}_c \quad \text{IV.25}$$

- **Equation des espèces**

$$\rho U c_p \frac{\partial Y_f}{\partial x} = \frac{\rho D}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial Y_f}{\partial r} \right) + \overline{\dot{r}_{fuel}} \cdot M_f \quad \text{IV.26}$$

Introduisant les quantités adimensionnelles :

$$\bar{x} = \frac{x}{L_f}; \quad \bar{r} = \frac{r}{r_{jet}}; \quad \bar{T} = \frac{T - T_\infty}{T_p - T_\infty}; \quad \bar{Y}_f = \frac{Y_f}{Y_{f,s}}; \quad \bar{U} = \frac{u}{V_{jet}}$$

$Y_f$  Est la fraction massique du fuel pour un mélange stœchiométrique,

$r_{jet}$  Est le rayon du jet de fuel et  $V_{jet}$  est la vitesse du jet.

En utilisant les relations :

$$\bar{Q}_c [fuel]_s = \rho c_p (T_p - T_\infty) \text{ et } [fuel]_s = \frac{\rho Y_{fs}}{M_f} \quad \text{IV.27}$$

On obtient :

$$\frac{V_{jet}}{L_f} \bar{U} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} = \frac{\alpha}{r_{jet}^2} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left( \bar{r} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} \right) + \frac{\overline{\dot{r}_{fuel}}}{[fuel]_s} \quad \text{IV.28}$$

Or :

$$\frac{1}{\tau_{conv}} \bar{U} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} = \frac{1}{\tau_{diff}} \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left( \bar{r} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} \right) + \frac{1}{\tau_{chimique}} \quad \text{IV.29}$$

$$\bar{U} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} = \underbrace{\frac{\tau_{conv}}{\tau_{diff}} \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left( \bar{r} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} \right)}_{\text{Groupe 1}} + \underbrace{\frac{\tau_{conv}}{\tau_{chimique}}}_{\text{Groupe 2}} \quad \text{IV.30}$$

$$\text{Et } \bar{U} \frac{\partial \bar{Y}_f}{\partial \bar{x}} = \underbrace{\frac{\tau_{conv}}{\tau_{diff}} \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left( \bar{r} \frac{\partial \bar{Y}_f}{\partial \bar{r}} \right)}_{\text{Groupe 1}} + \underbrace{\frac{\tau_{conv}}{\tau_{chimique}}}_{\text{Groupe 2}} \quad \text{IV.31}$$

Il y a deux groupes distinct qui apparaissent, examinons l'échelle de temps associées à chaque groupe.

$\tau_{conv} = L_f / V_{jet}$ , représente l'échelle de temps convectif pour la flamme en jet par contre,

$\tau_{diff} = r_{jet}^2 / D$ , est l'échelle de temps diffusif de l'oxydant pour diffuser jusqu'à l'axe du jet ;

$\tau_{chimique} = [fuel]_s / \dot{r}_{fuel}$ , est le temps de la chimie.

- Le groupe2 contient le rapport entre le temps convectif et chimique, c'est le nombre de Damköhler. Il devient infini pour une chimie infiniment rapide, indiquant que le procédé de transport gouverne les caractéristiques de ce type de flamme.
- Le groupe1 est le rapport entre le temps convectif et diffusif. A base de la flamme, les deux temps sont approximativement égaux de telle que :

$$L_f \cdot \alpha \frac{V_{jet} \cdot r_{jet}^2}{D} \propto \frac{\dot{V}_{fuel}}{D} \tag{IV.32}$$

Pour un fuel et oxydant donnés (diffusivité massique fixe), cette équation implique que la chaleur de la flamme augmente linéairement avec le débit volumique ( $\dot{V}_{fuel}$ ), cette liaison est observée en expérience.