

مقياس: تحليل السلاسل الزمنية أ. لمزاودة

التمرين الأول: ليكن لديك السلسلة الزمنية التالية: (8 نقاط)

T	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y	2	3	-1	3	2	3	-1	3	2	3	-1	3

المطلوب: (النتائج كلها تكون في جدول واحد مع أخذ رقمين بعد الفاصلة).

1. أحسب المتوسطات المتحركة المركزية لما $K=2$ ، $k=3$ و $K=4$ ؛
2. على أي أساس تبرر حساباتك وتموضع السلاسل المحولة (الجديدة)؛
3. قم باختبار الفرضيتين التاليتين من خلال نقطة الانعطاف (H0: السلسلة y عشوائية، H1: السلسلة لها مركبة)؛
4. قم بتمهيد السلسلة y بتمهيدا أسيا بسيطا، حيث $y_0 = \hat{y}_0$ ، $\alpha = 0.7$.

التمرين الثاني: ليكن لديك العملية التالية. (6 نقاط)

$$y_t = 2.4y_{t-1} - 0.8y_{t-2} + \varepsilon_t$$

المطلوب:

1. ما نوع هذه العملية، حدد معالمها.
2. أعد كتابة هذه السلسلة بإدخال معامل التأخير B ، حيث $y_{t-i} = B^i y_t$.
3. أوجد جذري المعادلة المميزة.
4. هل العملية y_t مستقرة، لماذا.

التمرين الثالث: لتكن لديك العملية التالية. (6 نقاط)

$$y_t = \varepsilon_t - 0.5\varepsilon_{t-1}$$

المطلوب:

1. ما نوع هذه العملية، حدد معالمها.
2. أوجد دالة الارتباط الذاتي.
3. بين أنه توجد قيمة أخرى للمعلمة θ تحقق هذه الدالة.
4. ما هي القيمة التي تحقق شرط الانعكاس.

بالتوفيق للجميع

مقياس: تحليل السلاسل الزمنية أ. لمزاودة

الإجابة النموذجية

1. حساب المتوسطات المتحركة. (أي نتيجة خاطئة العلامة 0)

T	y	CMA(2)	MA(3)	CMA(4)	AY	الإشارة	Y
1	2						2
2	3	1.75	1.33		1	+	2.70
3	-1	1	1.67	1.75	-4	-	0.11
4	3	1.75	1.33	1.75	4	+	2.13
5	2	2.5	2.67	1.75	-1	-	2.04
6	3	1.75	1.33	1.75	1	+	2.71
7	-1	1	1.67	1.75	-4	-	0.11
8	3	1.75	1.33	1.75	4	+	2.13
9	2	2.5	2.67	1.75	-1	-	2.04
10	3	1.75	1.33	1.75	1	+	2.71
11	-1	1	1.67		-4	-	0.11
12	3				4	+	2.13

3 ن

2. تبرير الحسابات والتموضع: (الإجابة تكون من الناحية النظرية)

لما يكون K زوجي نقوم بحساب CMA كما يلي: 1 ن	لما يكون K فردي نقوم بحساب MA كما يلي: يعتبر متوسط مركزي. 1 ن
$CMA(k) = \frac{1}{k} \left(\frac{y_1}{2} + y_2 + y_3 + \dots + y_k + \frac{y_{k+1}}{2} \right)$	$MA(k) = \frac{1}{k} (y_1 + y_2 + \dots + y_k)$
التموضع: K+1 حد زائد 1 ثم نقسم على 2: $\frac{(K+1)+1}{2}$	$\frac{(K+1)}{2}$

3. اختبار الفرضيتين:

- نقوم بحساب الفروقات Δy ؛
- نحدد إشارة الفروقات؛
- نحسب عدد مرات تغير الإشارة +، - وهذا من أجل تحديد U=11؛
- نقوم بحساب Z، حيث: $Z = \frac{U - \mu_u}{\sigma_u}$

$$Z = \frac{U - \mu_u}{\sigma_u} = \frac{11 - \left(2 \frac{(T-2)}{3}\right)}{\sqrt{\frac{16T-29}{90}}} = \frac{11 - \left(\frac{20}{3}\right)}{\sqrt{\frac{16(12)-29}{90}}} = \frac{4.33}{\sqrt{1.811}} = 3.21$$

1 ن

مقياس: تحليل السلاسل الزمنية أ. لمزاودة

الفرضيات:

H0: السلسلة عشوائية	نلاحظ أن: $ Z = 3.21 > 1.96$ وبالتالي نرفض H0 ونقبل H1:
H1: السلسلة لها مركبة	السلسلة لها مركبة اتجاه عام. 1 ن

4. التمهيد الأساسي البسيط: **1 ن**

$$\alpha = 0.7 \Rightarrow (1 - \alpha) = 0.3$$

$$\hat{y}_t = \alpha y_t + (1 - \alpha) \hat{y}_{t-1}$$

$$\hat{y}_1 = 0.7(2) + (0.3) \hat{y}_0 = 2$$

$$\hat{y}_2 = 0.7(3) + (0.3) \hat{y}_1 = 2.1 + (0.3 \times 2) = 2.7 \dots$$

التمرين الثاني:

$$y_t = 2.4y_{t-1} - 0.8y_{t-2} + \varepsilon_t$$

1. تعرف هذه السيرة على أنها عملية انحدار ذاتي من الدرجة الثانية؛ أي AR(2)، أهم معالمها هي: **1 ن**

$$AR(p) \rightarrow p = 2, \phi_1 = 2.4, \phi_2 = -0.8$$

2. إدخال معامل التأخير B:

$$y_t = 2.4y_{t-1} - 0.8y_{t-2} + \varepsilon_t$$

$$y_t = 2.4By_t - 0.8B^2y_t + \varepsilon_t$$

$$y_t - 2.4By_t + 0.8B^2y_t = \varepsilon_t$$

1 ن

$$y_t(1 - 2.4B + 0.8B^2) = \varepsilon_t$$

3. جذري المعادلة المميزة:

نحسب G1, G2

$$G_1 = \frac{1}{2}(\phi_1 + \sqrt{\phi_1^2 + 4\phi_2}) = 2$$

$$G_2 = \frac{1}{2}(\phi_1 - \sqrt{\phi_1^2 + 4\phi_2}) = 0.4$$

هنا يمكن كتابة المعادلة المميزة كما يلي:

أو نحل حل المعادلة

نحل المعادلة من الدرجة الثانية لنجد الجذرين:

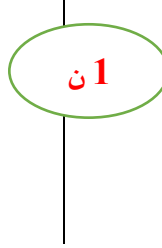
$$B_1 = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$B_2 = \frac{5}{2} = 2.5$$

1 ن

1 ن

مقياس: تحليل السلاسل الزمنية أ. لمزاودة



$$\begin{aligned} 1 - G_1 B(1 - G_1 B) &= 0 \\ (1 - 2B)(1 - 0.4B) &= 0 \\ (1 - 2B) = 0 &\Rightarrow B = 0.5 \\ (1 - 0.4B) = 0 &\Rightarrow B = 2.5 \end{aligned}$$

4. السيرورة غير مستقرة لأن القيمة المطلقة لأحد الجذرين أقل من 1؛ أي: $|B_1| < 1$. **1ن**

التمرين 3:

$$y_t = \varepsilon_t - 0.5\varepsilon_{t-1}$$

1. Y_t عبارة عن عملية متوسطات المتحركة $MA(q)$ من الدرجة الأولى؛ معالمها هي: **1ن**

$$MA(q) \rightarrow q = 1, \theta = 0.5$$

2. دالة الارتباط الذاتي: **2ن**

$$\rho(k) = \begin{cases} \frac{-\theta}{1+\theta^2}, k=1 \\ 0, \dots, k > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho(1) = \frac{-0.5}{1.25} = -0.4 \\ \rho(k) = 0, k > 1 \end{cases}$$

3. إيجاد قيمة أخرى لـ θ .

$$\frac{-\theta}{1+\theta^2} = -0.4 \Rightarrow -\theta = -0.4 - 0.4\theta^2$$

$$-\theta + 0.4 + 0.4\theta^2 = 0$$

$$0.4 - \theta + 0.4\theta^2 = 0$$

نقوم بحل المعادلة من الدرجة الثانية: نجد أن: $\theta_1 = 0.5, \theta_2 = 2$. **1ن**

نأخذ $\theta_2 = 2$:

$$\rho(k) = \begin{cases} \frac{-\theta}{1+\theta^2}, k=1 \\ 0, \dots, k > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho(1) = \frac{-2}{5} = -0.4 \\ \rho(k) = 0, k > 1 \end{cases}$$

1ن

هذا يعني أن القيمة $\theta_2 = 2$ تعطي نفس دالة الارتباط الذاتي والتي تعطيها $\theta_1 = 0.5$ ؛ أي:

$$\rho(k) = \begin{cases} -0.4, k=1 \\ 0, k=2, 3, \dots \end{cases}$$

4. القيمة التي تحقق شرط الانعكاس هي $\theta_1 = 0.5$ لأنها أقل من **1.1ن**