Examen final

Transfert de chaleur et de masse approfondi

Durée : 1h 30 mn

Exercice n°1 (6 points)

$$\frac{dX_1(x)}{dx}-\left(\frac{N_{1x}+N_{2x}}{cD_{12}}\right)X_1(x)=-\frac{N_{1x}}{cD_{12}}$$

L'équation différentielle sans le second membre est

$$\frac{dX_1(x)}{dx}-\left(\frac{N_{1x}+N_{2x}}{cD_{12}}\right)X_1(x)=0 \quad \boxed{1.0}$$

soit

$$\frac{dX_1(x)}{X_1(x)}=\left(\frac{N_{1x}+N_{2x}}{cD_{12}}\right)dx \quad \boxed{1.0}$$

dont la solution générale est

$$X_{1G}(x)=C\,e^{\left(\frac{N_{1x}+N_{2x}}{cD_{12}}\right)x} \quad \boxed{0.5}$$

La solution particulière avec le second membre est cherchée sous la forme

$$X_{1P}(x)=\alpha x+\beta \quad \boxed{1.0}$$

ainsi

$$\alpha-\left(\frac{N_{1x}+N_{2x}}{cD_{12}}\right)(\alpha x+\beta)=-\frac{N_{1x}}{cD_{12}}$$

$$\alpha-\alpha x\left(\frac{N_{1x}+N_{2x}}{cD_{12}}\right)-\beta\left(\frac{N_{1x}+N_{2x}}{cD_{12}}\right)=-\frac{N_{1x}}{cD_{12}}$$

par identification, nous obtenons

$$\alpha=0,\ \beta=\frac{N_{1x}}{N_{1x}+N_{2x}} \quad \boxed{1.0}$$

d'où

$$X_{1P}(x)=\frac{N_{1x}}{N_{1x}+N_{2x}} \quad \boxed{0.5}$$

par conséquent, la solution globale de l'équation différentielle est

$$X_1(x) = X_{1G}(x) + X_{1P}(x) = C\, e^{\left(\frac{N_{1x}+N_{2x}}{cD_{12}}\right)x} + \frac{N_{1x}}{N_{1x}+N_{2x}} \quad \boxed{1.0}$$

<u>Exercice n°2</u> (6 points)

1) Le pouvoir émissif total est :

$$E_b(T) = \int_0^\infty \frac{A\,d\lambda}{\lambda^5\left(e^{\frac{B}{\lambda T}}-1\right)}$$

si nous posons que $y\lambda T = B$, nous avons $\lambda = \frac{B}{Ty}$ $\boxed{1.0}$ et $d\lambda = -\frac{B}{T}\frac{dy}{y^2}$ $\boxed{1.0}$ et ainsi l'intégrale devient

$$E_b(T) = \int_\infty^0 \frac{A\left(-\frac{B}{T}\frac{dy}{y^2}\right)}{\left(\frac{B}{Ty}\right)^5\left(e^y-1\right)} = \frac{A}{B^4}T^4\int_0^\infty \frac{y^3dx}{e^y-1} \quad \boxed{1.0}$$

2) Comme $\int_0^\infty \frac{y^3dx}{e^y-1} = \frac{\pi^4}{15}$, nous pouvons écrire alors :

$$E_b(T) = \frac{\pi^4}{15}\frac{A}{B^4}T^4 = \sigma T^4 \quad \boxed{1.0}$$

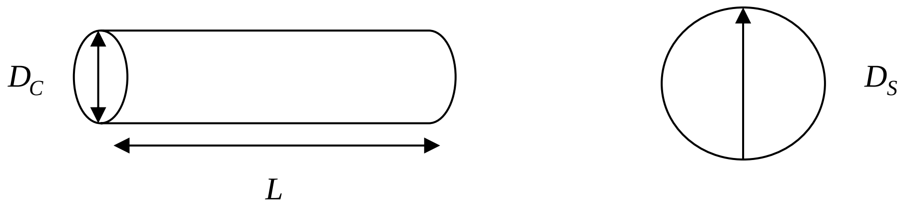
3) D'où l'expression de σ :

$$\sigma = \frac{A\pi^4}{15B^4} \quad \boxed{1.0}$$

4) Dont la valeur numérique est :

$$\sigma = \frac{\pi^4 \times 3{,}742.10^8}{15\times\left(1{,}439.10^4\right)^4} = 5{,}667\times10^{-8}W/m^2K^4 \quad \boxed{1.}$$

Exercice n°3 (8 points)



1) longueurs caractéristiques de la sphère L_{cS} et du cylindre L_{cC} sont :

$$L_{cS} = \frac{V_S}{S_S} = \frac{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{D_S}{2}\right)^3}{4\pi\left(\frac{D_S}{2}\right)^2} = \frac{D_S}{6} \quad \boxed{1.0}$$

$$L_{cC} = \frac{V_C}{S_C} = \frac{\pi\left(\frac{D_C}{2}\right)^2 L}{\pi D_C L + 2\pi\left(\frac{D_C}{2}\right)^2} = \frac{(D_C)^2 L}{2(D_C)^2 + 4D_C L} \quad \boxed{1.0}$$

En appliquant la formule

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-\frac{h}{\rho C L_c}t} \quad \boxed{1.0}$$

soit

$$\frac{T_f(t_S) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-\frac{h}{\rho C L_{cS}}t_S} \quad \boxed{1.0}$$

$$\frac{T_f(t_C) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-\frac{h}{\rho C L_{cC}}t_C} \quad \boxed{1.0}$$

Comme

$$T_f(t_S) = T_f(t_C) \quad \boxed{1.0}$$

nous obtenons

$$e^{-\frac{h}{\rho C L_{cS}}t_S} = e^{-\frac{h}{\rho C L_{cC}}t_C}$$

d'où

$$\frac{t_S}{L_{cS}} = \frac{t_C}{L_{cC}} \quad \boxed{1.0}$$

soit

$$\frac{t_S}{t_C} = \frac{(D_C)^2 D_S + 2D_C D_S L}{3(D_C)^2 L} \quad \boxed{1.0}$$