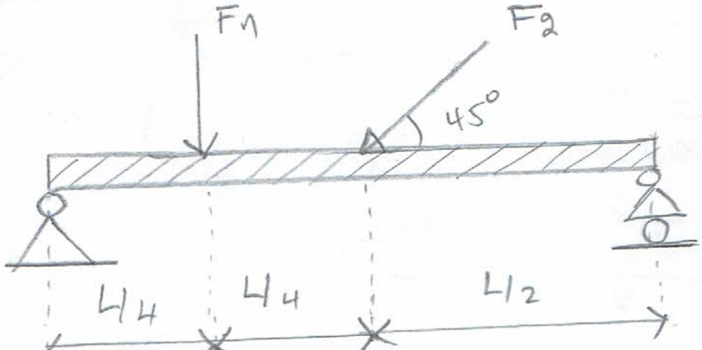
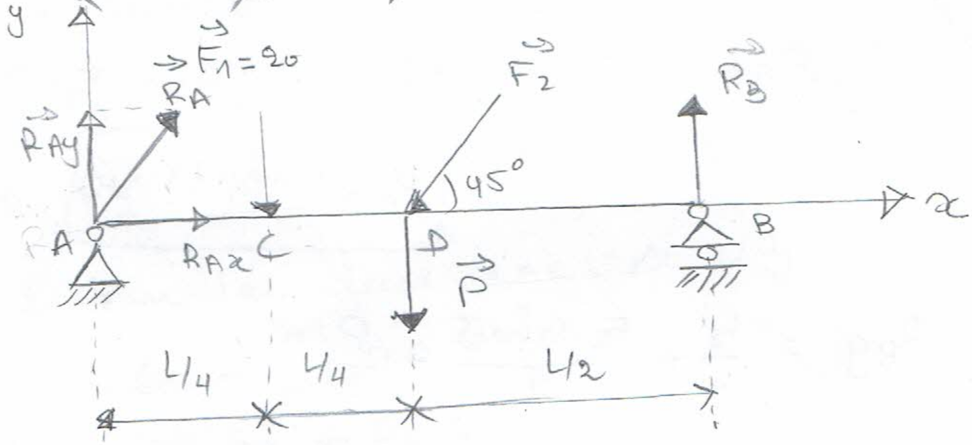
# TD N° 02 Statique

**Exercice 01** Une barre $AB = L$ se repose sur deux appuis l'un double en A et l'autre simple en B. Deux forces $F_1 = 20N$ et $F_2 = 100N$ agissent sur la barre a un poids de $P = 20N$.

Déterminer les réaction aux extrimités A et B.




**Solution**




Torseur

$\vec{R_A} \begin{pmatrix} R_{Ax} \\ R_{Ay} \end{pmatrix}$ , $\vec{R_B} \begin{pmatrix} 0 \\ R_{By} \end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ 3 Inconnues

En appliquant les condition de la statique : $\begin{cases} \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \\ \sum \vec{M} = \vec{0} \end{cases}$

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R_A} + \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{P} + \vec{R_B} = \vec{0}$

$\sum \vec{M}_{/A} = \vec{0} \Rightarrow \vec{AC} \wedge \vec{F_1} + \vec{AD} \wedge \vec{F_2} + \vec{AD} \wedge \vec{P} + \vec{AB} \wedge \vec{R_B} = 0$

En projetant l'equation 1 sur l'axe $(Ax)$ et $(Ay)$ :

$F_1 \begin{pmatrix} 0 \\ -F_1 \end{pmatrix} \quad F_2 \begin{pmatrix} -F\cos 45 \\ -F\sin 45 \end{pmatrix} \quad P \begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix}$

$$(I) \begin{cases} R_{Ax} - F_2 \cos 45 = 0 \quad \text{-- (1)} \\ R_{Ay} - F_1 - F_2 \sin 45 - P + R_{By} = 0 \quad \text{--- (2)} \end{cases}$$

$$(II) \begin{pmatrix} L/4 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -F_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L/2 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -F_2 \cos 45 \\ -F_2 \sin 45 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L/2 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} L \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ R_{By} \end{pmatrix} = 0 \quad \text{-----}$$

$$\Rightarrow -\frac{F_1 L}{4} - \frac{L \cdot F_2 \sin 45}{2} - \frac{LP}{2} + L R_{By} = 0 \quad \text{--- (3)}$$

de (1) : $R_{Ax} = F_2 \cos 45 \Rightarrow R_{Ax} = 100 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\boxed{R_{Ax} = 70,71 \text{ [N]}}$$

de (3) : $R_{By} = \frac{F_1}{4} + \frac{F_2 \sin 45}{2} + \frac{P}{2}$

$$R_{By} = \frac{20}{4} + \frac{100 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} + \frac{20}{2}$$

$$\boxed{R_{By} = 50,35 \text{ [N]}}$$

on remplace $R_{By}$ dans (2)

$$R_{Ay} = F_1 + F_2 \sin 45 + P - R_{By}$$

$$R_{Ay} = 20 + 100 \frac{\sqrt{2}}{2} + 20 -$$

$$\boxed{R_{Ay} = 60,36}$$

2

# TD2 statique

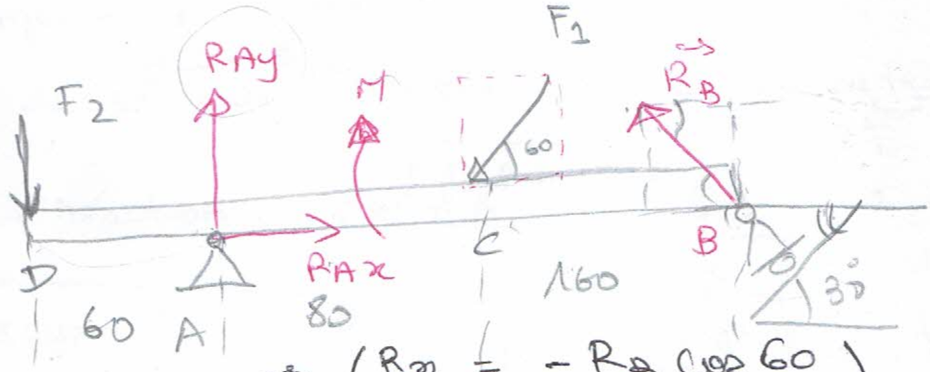
المقابل = sin × الوتر

المجاور = cos × الوتر ...

$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{\quad} =$

$R_B = \sqrt{R_{Bx}^2 + R_{By}^2} = \sqrt{0^2 + \quad} =$

## Exercice N° 02




$\vec{R}_A \begin{pmatrix} R_{Ay} \\ R_{Ax} \end{pmatrix}$ $\quad \vec{R}_B \begin{pmatrix} R_{Bx} = -R_B \cos 60 \\ R_{By} = R_B \sin 60 \end{pmatrix}$

Condition de la statique :

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_2 + \vec{R}_A + \vec{F}_1 + \vec{R}_B = \vec{0}$ --- (1)

$\sum \vec{M}_{/Az} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_2 \wedge \vec{AD} + \vec{F}_1 \wedge \vec{AC} + \vec{R}_B \wedge \vec{AB} + \vec{M} = 0$ (2)

En projectant 1 sur les deux axe ox et oy

$$\begin{cases} R_{Ax} - F_1 \cos 60 - R_B \cos 60° = 0 \\ R_{Ay} - F_2 - F_1 \sin 60° + R_B \sin 60 = 0 \end{cases}$$

de l'equation (2) :

$$\begin{pmatrix} -0{,}6 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -F_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0{,}8 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -F_1 \cos 60 \\ -F_1 \sin 60 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0{,}8 + 1{,}6 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -R_B \cos 60 \\ +R_B \sin 60 \end{pmatrix}$$

$$+ M = 0$$

$$+0{,}6 F_2 - 0{,}8 F_1 \sin 60 + 2{,}4 R_B \sin 60 + M = 0 \Rightarrow$$

$$R_B = \frac{M + 0{,}8 F_1 \sin 60 - 0{,}6 F_2}{2{,}4 \sin 60} = \frac{600 + 0{,}8 \cdot 1200 \cdot \sin 60 + 0{,}6 \cdot 8\ldots}{2{,}4 \sin 60}$$

$$\boxed{R_B = 457{,}8 \ [N]}$$

En remplaçons $R_B$ dans l'équation 1

$$R_{Ax} = F_1 \cos 60 + R_B \cos 60$$

$$= 1200 \cos 60 + 457{,}8 \cdot \cos 60 \Rightarrow \boxed{R_{Ax} = 828{,}9 \text{ [N]}}$$

$$R_{Ay} = F_1 \sin 60 + F_2 - R_B \sin 60 = 0$$

$$R_{Ay} = 1200 \cdot \sin 60 + 800 - 457{,}8 \sin 60$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{Ay} = 1442 \text{ [N]}}$$

$$\Rightarrow R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{(828{,}9)^2 + (1442)^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_A = 1663{,}26 \text{ [N]}}$$

$$\text{et } \boxed{R_B = 457{,}8 \text{ [N]}}$$

Exercice N° 03

Soit la structure suivante comme montrée dans la figure, Déterminer la réaction de l'encastrement A et l'appui simple B, on donne : $F_1 = 1\,kN$, $F_2 = 2\,kN$, $M = 5\,kN.m$,

$q_1 = 2\,kN/m$, $q_2 = 1\,kN/m$, $\alpha = 30°$, $\beta = 45°$

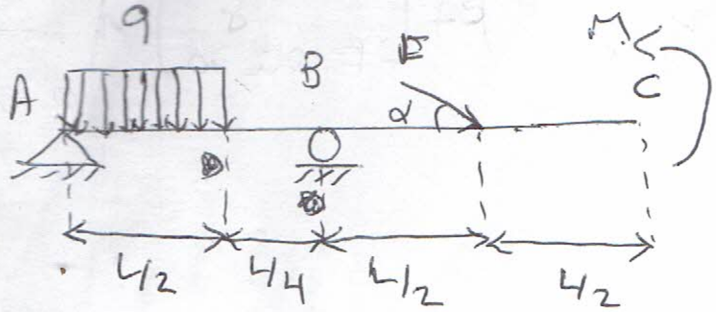
Exercice Statique de solide

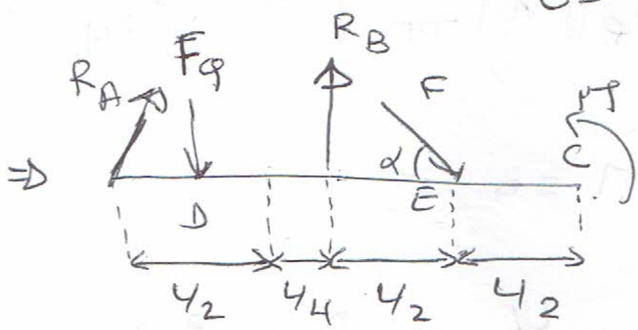
les actions externes : F, charge repartie q, Moment M, ($F = 3\,kN$, $q = 5\,kN$)

un appui simple en B, un appui double en A.

$M = 12\,kN.m$

$L = 4\,m$




$\alpha = 30°$

Déterminer les réactions en A et B ?

1) la projection des actions :

$$\vec{R_A}\begin{pmatrix} R_{Ax} \\ R_{Ay} \end{pmatrix}, \vec{B_A}\begin{pmatrix} 0 \\ R_B \end{pmatrix}, F_q\begin{pmatrix} 0 \\ -F_q \end{pmatrix}, \vec{F}\begin{pmatrix} F\cos\alpha \\ -F\sin\alpha \end{pmatrix}$$

la charge répartie q est réduit en force concentrée

$F_q$ au milieu de $L/2$ : $F_q = q \cdot L/2$

Principe fondamental de la statique :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \iff \vec{R_A} + \vec{R_B} + \vec{F_q} + \vec{F} = \vec{0}$$

$$\begin{cases} R_{Ax} + F\cos\alpha = 0 & \ldots\ (1) \\ R_{Ay} + R_B - q\,L/2 - F\sin\alpha = 0 & \ldots\ (2) \end{cases}$$

(1) $\Rightarrow R_{Ax} = -F\cos\alpha$

$R_{Ax} = -2{,}59$ [kN]

$$\sum \vec{M}_{/A} = \vec{0} \Rightarrow \vec{M}_{R_B/A} + \vec{M}_{F_q/A} + \vec{M}_{F/A} = 0$$

$$\begin{pmatrix} AD \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -F_q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} AB \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ R_B \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} AE \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} F\cos\alpha \\ -F\sin\alpha \end{pmatrix} = 0 \quad (3)$$

$R_A \; x/_=$

$$\vec{\varphi} \wedge \vec{AD} + \vec{R_{By}} \wedge \vec{AB} + \vec{F} \wedge \vec{AE} + \vec{M} = 0$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -\varphi \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} L/4 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ R_{By} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} L/2 + L/4 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F\cos 30 \\ -F \sin 30 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} L + L/4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$M = 0$

$$\varphi \times L/4 - R_{By} \frac{3}{4} L + \frac{5L}{4} F \sin 30 + M = 0$$

$$\varphi = q \cdot L/2 = 5 \times 4/2 = 10 \text{ kN}$$