

Ex(04)

$$f(x,y) = 5x^2 + 6y^2 - xy$$

$$\text{s.c. } g(x,y) := x + 2y - 24 = 0$$

1) on a $\nabla g(x,y) = (1 \ 2)^T \neq 0$

la contrainte est qualifiée.

Le point stationnaire:

Appliquant le théorème des multiplicateurs de Lagrange.

On aura le système:

$$\begin{cases} 10x - y + \lambda = 0 \\ 12y - x + 2\lambda = 0 \\ x + 2y = 24 \end{cases} \iff \begin{cases} \lambda = y - 10x \\ 2y = 3x \\ x + 2y = 24 \end{cases}$$

On a alors, $x=6$, $y=9$ et $\lambda=59$.

Le point stationnaire est $(6, 9)$.

2) le Hessien de f est:

$$\nabla^2 f(x,y) = \begin{pmatrix} 10 & -1 \\ -1 & 12 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} d_1 = 10 > 0 \\ d_2 = 119 > 0 \end{cases}$$

il s'agit d'un point min.

Ex(05)

(supplémentaire)