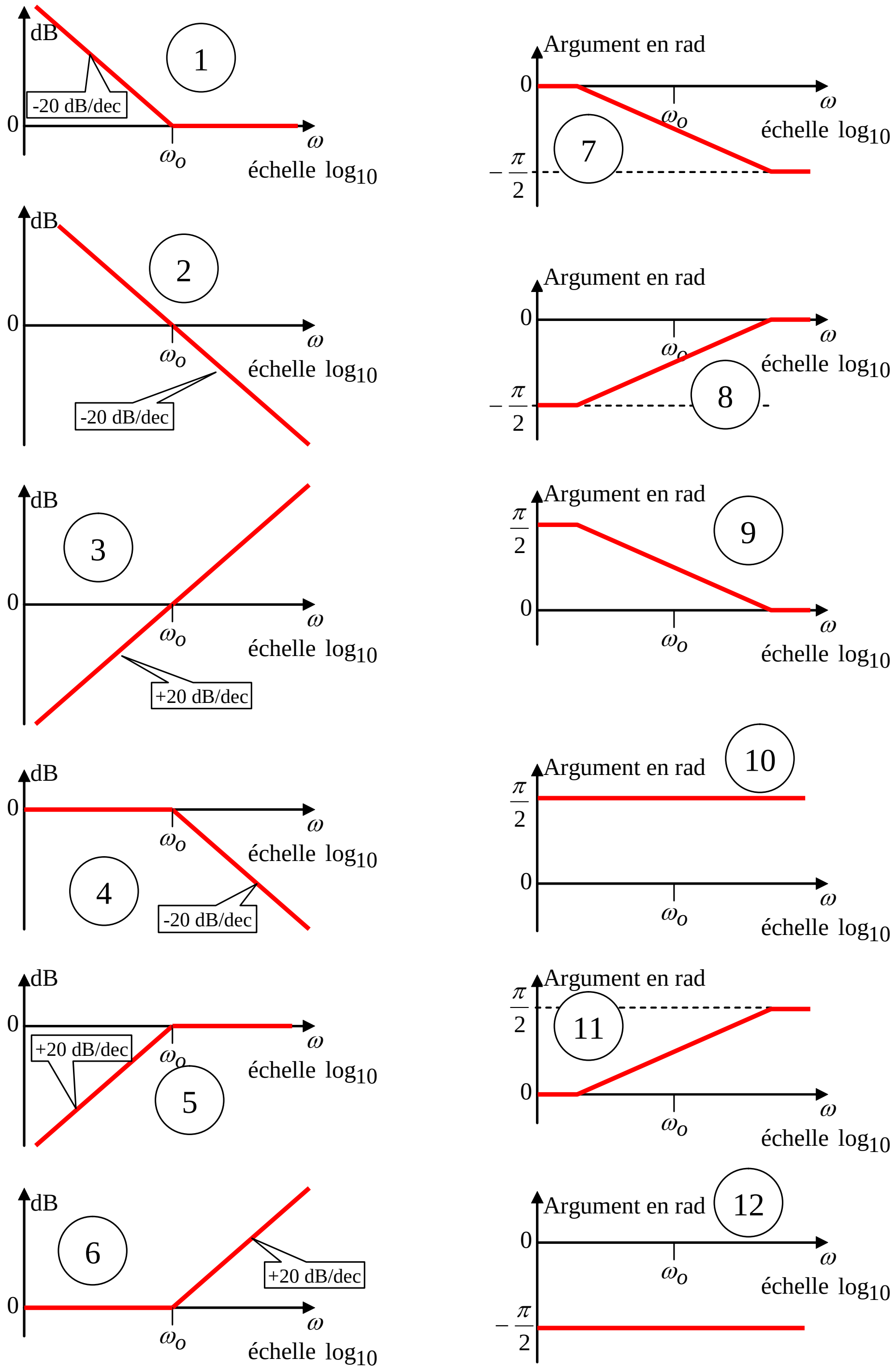
1 Reconnaissance des diagrammes de Bode canoniques du 1er ordre

Les figures ci-dessous représentent les allures des diagrammes de Bode (module et argument) associés à différentes expressions complexes de référence. *(ω_o est une constante)*



Compléter le tableau en faisant correspondre les numéros des diagrammes ci-dessus avec les expressions complexes ci-dessous

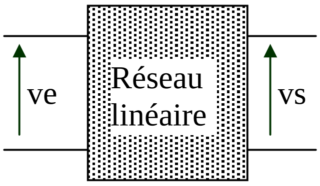
	module	argument		module	argument
$\dfrac{j.\omega}{\omega_o}$			$\dfrac{1}{1+\dfrac{j.\omega}{\omega_o}}$		
$\dfrac{1}{\dfrac{j.\omega}{\omega_o}}$			$\dfrac{\dfrac{j.\omega}{\omega_o}}{1+\dfrac{j.\omega}{\omega_o}} = \dfrac{j.\omega}{\omega_o} \cdot \dfrac{1}{1+\dfrac{j.\omega}{\omega_o}}$		
$1+\dfrac{j.\omega}{\omega_o}$					

Corrigé :

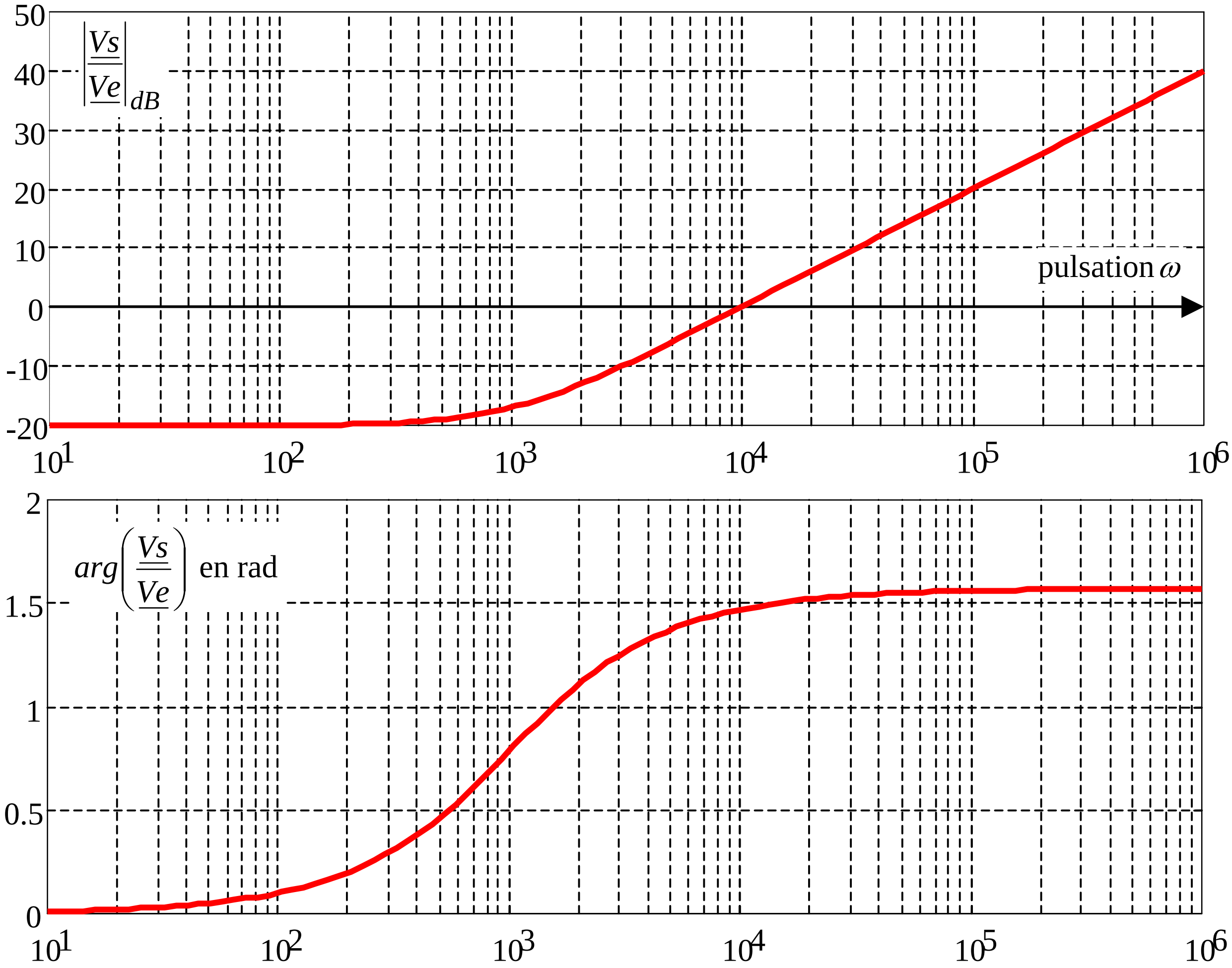
½ pt par réponse correcte

	module	argument		module	argument
$\dfrac{j.\omega}{\omega_o}$	3	10	$\dfrac{1}{1+\dfrac{j.\omega}{\omega_o}}$	4	7
$\dfrac{1}{\dfrac{j.\omega}{\omega_o}}$	2	12	$\dfrac{\dfrac{j.\omega}{\omega_o}}{1+\dfrac{j.\omega}{\omega_o}} = \dfrac{j.\omega}{\omega_o} \cdot \dfrac{1}{1+\dfrac{j.\omega}{\omega_o}}$	5	9
$1+\dfrac{j.\omega}{\omega_o}$	6	11			

2 Filtre décrit par un diagramme de Bode (3,5 pts)



soit un filtre, constitué d'un réseau électrique linéaire, dont le comportement fréquentiel est décrit dans le plan de Bode par la fonction de transfert de $\frac{vs}{ve}(\omega)$ ci-après.



Pourquoi peut-on appliquer le théorème de superposition à ce filtre?

A la pulsation $\omega = 10\ rad/s$: avec $ve(t) = Ve_{max}.cos(10.t)$ et $vs(t) = Vs_{max}.cos(10.t + \alpha)$

Déterminer la valeur $\frac{Vs_{max}}{Ve_{max}}$ à partir de la lecture graphique de $\left|\frac{Vs}{Ve}\right|_{dB}$

Dans le cas où $ve(t) = 1.cos(10.t)$, déterminer l'expression numérique de $vs(t)$.

Dans le cas où $ve(t) = 1.cos(10^5.t)$, déterminer l'expression numérique de $vs(t)$.

Dans le cas où $ve(t) = 1.cos(10.t) + 1.cos(10^5.t)$, déterminer l'expression numérique de $vs(t)$.

Corrigé :

a) Le théorème de superposition s'applique aux réseaux linéaires, ce qui est le cas ici. (0,5 pt)

b) $\omega = 10\ rad/s\ :\ \ 20.\log_{10}\left(\dfrac{Vs_{max}}{Ve_{max}}\right) = -20dB \Leftrightarrow \log_{10}\left(\dfrac{Vs_{max}}{Ve_{max}}\right) = -1 \Leftrightarrow \dfrac{Vs_{max}}{Ve_{max}} = 10^{-1}$ (0,5 pt)

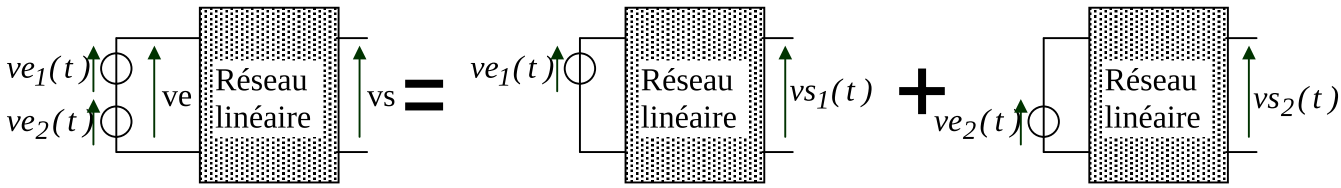
c) $\omega = 10\ rad/s\ :\ \ Ve_{max} = 1 \Leftrightarrow Vs_{max} = 0.1$ (0,5 pt). Déphasage de $vs(t)$ par rapport à $ve(t)$: 0 rad.
$\boxed{\Rightarrow vs(t) = 0.1.\cos(10.t)}$ (0,5 pt)

d) $\omega = 10^5\ rad/s\ :\ 20.\log_{10}\left(\dfrac{Vs_{max}}{Ve_{max}}\right) = 20dB \Leftrightarrow \log_{10}\left(\dfrac{Vs_{max}}{Ve_{max}}\right) = 1 \Leftrightarrow \dfrac{Vs_{max}}{Ve_{max}} = \dfrac{Vs_{max}}{1} = 10^1$.

$\Leftrightarrow Vs_{max} = 10$.

Déphasage de $vs(t)$ par rapport à $ve(t)$: $1.57rad\ \left(= \dfrac{\pi}{2}\ rad\right)$. $\boxed{\Rightarrow vs\ \ (t) = 10.\cos\left(10^5.t + 1.57\right)}$ (1 pt)

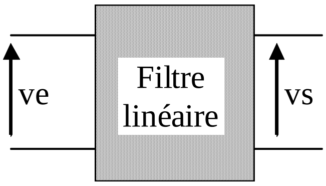
e) En appliquant le théorème de superposition, on en déduit :



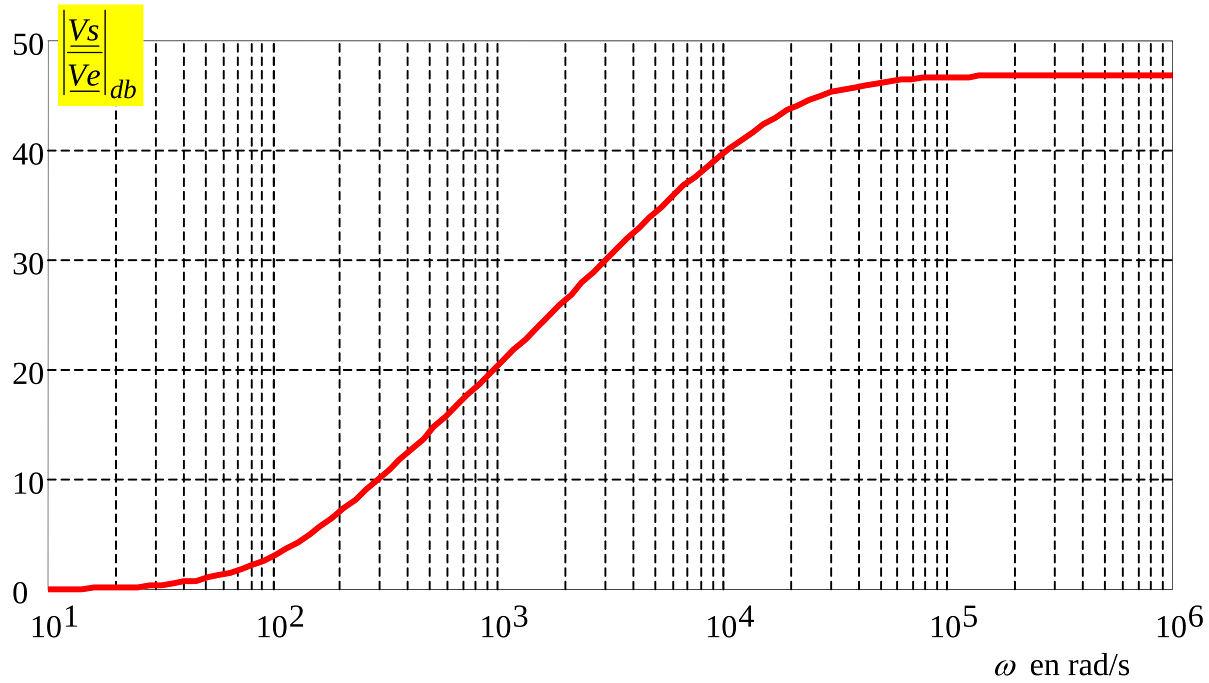
$ve_1(t) = 1.\cos(10.t) \qquad ve_2(t) = 1.\cos\left(10^5.t\right)$

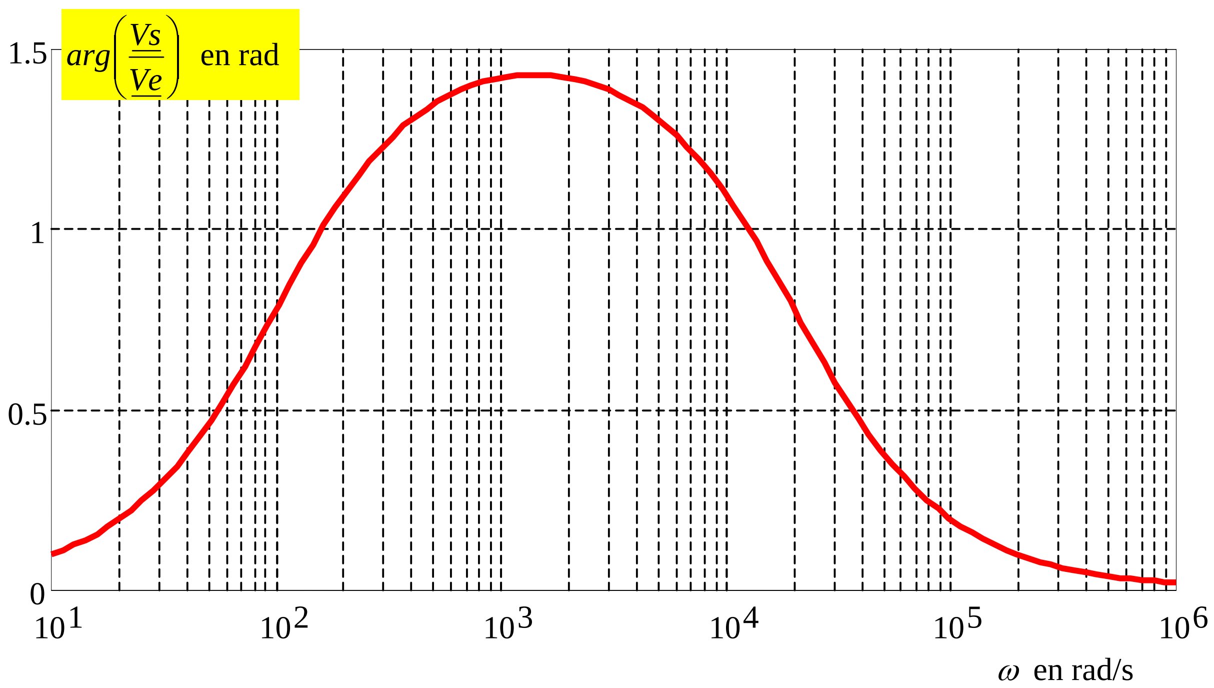
$\boxed{vs(t) = vs_1(t) + vs_2(t) = 0.1.\cos(10.t) + 10.\cos\left(10^5.t + 1.57\right)}$ (0,5 pt)

3 Filtre décrit par un diagramme de Bode (3 pts)



soit un filtre linéaire dont le comportement fréquentiel est décrit dans le plan de Bode par la fonction de transfert $\frac{Vs}{Ve}(\omega)$ suivante:





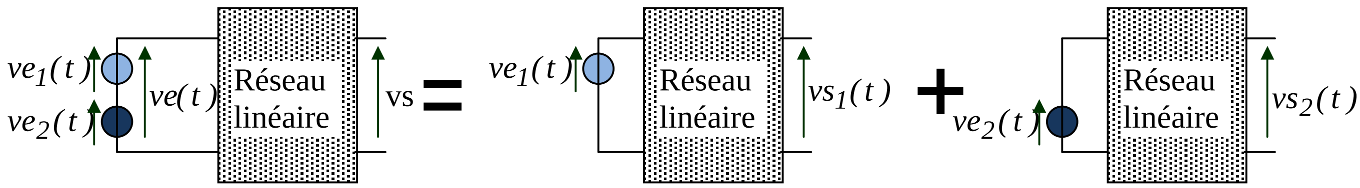
Sachant que la tension en entrée du filtre est $ve(t) = 0{,}01.cos(10000.t) + 0{,}01.cos\left(1000.t - \frac{\pi}{2}\right)$, en déduire l'expression de $vs(t)$.

Corrigé :

La tension $ve(t)$ est la somme de deux fonctions alternatives sinusoïdales de fréquences différentes: $ve_1(t)$ et $ve_2(t)$:

$$ve(t) = \underbrace{0{,}01.\cos(10000.t)}_{ve_1(t)} + \underbrace{0{,}01.\cos\left(1000.t - \frac{\pi}{2}\right)}_{ve_2(t)}$$

Le théorème de superposition s'applique aux réseaux linéaires, ce qui est le cas ici :



- $\omega = 10000\ rad/s = 10^4\ rad/s$: Pour cette pulsation, on peut voir sur le diagramme :

$$20.\log_{10}\left(\frac{Vs_{1\,max}}{Ve_{1\,max}}\right) = 40\ dB \Leftrightarrow \log_{10}\left(\frac{Vs_{1\,max}}{Ve_{1\,max}}\right) = 2 \Leftrightarrow \frac{Vs_{1\,max}}{Ve_{1\,max}} = 10^2$$

$$\Leftrightarrow Vs_{1\,max} = 10^2.Ve_{1\,max} = 100\ .\ 0{,}01 = 1\,V$$

Déphasage de $vs_1(t)$ par rapport à $ve_1(t)$: $1.1rad$. $\boxed{\Rightarrow vs_1(t) = 1.\cos(10000.t + 1.1)}$

- $\omega = 1000\ rad/s = 10^3\ rad/s$: Pour cette pulsation, on peut voir sur le diagramme :

$$20.\log_{10}\left(\frac{Vs_{2\,max}}{Ve_{2\,max}}\right) = 20\ dB \Leftrightarrow \log_{10}\left(\frac{Vs_{2\,max}}{Ve_{2\,max}}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{Vs_{2\,max}}{Ve_{2\,max}} = 10^1$$

$$\Leftrightarrow Vs_{2\,max} = 10.Ve_{2\,max} = 10\ .\ 0{,}01 = 0{,}1\,V$$

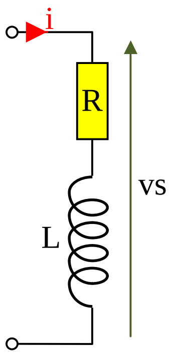
Déphasage de $vs_2(t)$ par rapport à $ve_2(t)$: $1.4rad$. $\Rightarrow vs_2(t) = 0{,}1.\cos\left(1000.t - \frac{\pi}{2} + 1.4\right)$

$\boxed{\Rightarrow vs_2(t) = 0{,}1.\cos(1000.t - 0{,}17)}$

- En appliquant le théorème de superposition, on en déduit :

$$\boxed{vs(t) = vs_1(t) + vs_2(t) = 1.\cos(10000.t + 1.1)\ +\ 0{,}1.\cos(1000.t - 0{,}17)}$$

6 Diagramme de Bode d'un circuit RL (5 pts).



Soit le montage ci-contre avec $i(t) = I_{max}.cos(\omega.t)$.

Exprimer le complexe $\dfrac{\underline{V_s}}{\underline{I}}$ puis mettre ce rapport sous la forme $\dfrac{\underline{V_s}}{\underline{I}} = k \cdot \left(1 + \dfrac{j.\omega}{\omega_o}\right)$. Préciser la valeur des constantes k et ω_o

Représenter le diagramme asymptotique de Bode (module et phase) de $\dfrac{\underline{V_s}}{\underline{I}}$.

Sachant que $R = 100\ \Omega$ et $L = 1\ H$, préciser les valeurs remarquables sur les axes.
Préciser la pente en dB sur le graphe du module.

Corrigé :

le complexe $\dfrac{\underline{V_s}}{\underline{I}}$ est égal à l'impédance du dipôle R-L

$$\underline{V_s} = (R + jL\omega).\underline{I} \iff \frac{\underline{V_s}}{\underline{I}} = R + jL\omega = R \cdot \left(1 + j.\omega.\tfrac{L}{R}\right) = R \cdot \left(1 + \frac{j.\omega}{\frac{R}{L}}\right) = k \cdot \left(1 + \frac{j.\omega}{\omega_o}\right) \quad \text{avec : } k = R \text{ et } \omega_o = \frac{R}{L}$$

1 pt   1 pt

$$\omega_o = \frac{R}{L} = 100\ rad/s \text{ et pour } \omega \to 0 : \quad 20.log_{10}(R + j.L.\omega) \to 20.log_{10}(R) = 20.log_{10}(100) = 40\ dB$$

$\boxed{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_o}}$ est une forme « canonique », c'est-à-dire une forme typique dont le diagramme de Bode fait parti des classiques qui doivent être connus. (voir le chapitre 8 de **Baselecpro** sur le site IUTenligne)