Centre Universitaire Abdelhafid BOUSSOUF-Mila
Institut de science et de technologie

Département de Génie Mécanique et d'Electromécanique
Master II Electromécanique
Module Techniques de Commande Avancés **année universitaire 2023/2024**

TD 03

Exercice 01

Soit le système du deuxième ordre suivant :

$$Y(s) = k\frac{s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}\,U(s)$$

où $k, a_0, b_0,$ et a_1 sont des constantes inconnus. Les performances désirées du système sont spécifiées par le modèle de référence suivant :

$$Y_m(s) = \frac{s + 1}{s^2 + 2s + 2}\,r(s)$$

Calculer la commande adaptative par modèle de référence stabilise le système en boucle fermé est assure la convergence de y vers y_m.

Exercice 02

Soit le système du premier ordre suivant :

$$Y(s) = \frac{b}{s + a}\,U(s)$$

où a est une constante inconnue et $b > 0.5$. Les performances désirées du système sont spécifiées par le modèle de référence suivant :

$$Y_m(s) = \frac{3}{s + 3}\,r(s)$$

Calculer la commande adaptative par modèle de référence stabilise le système en boucle fermé est assure la convergence de y vers y_m.

6.11 Design and analyze a direct MRAC with normalized adaptive law for the plant

$$y_p = \frac{b}{s+a} u_p$$

where $b > 0.5, a$ are unknown constants. The reference model is given by

$$y_m = \frac{3}{s+3} r$$

(a) Design a direct MRAC scheme based on the gradient algorithm

(b) Repeat (a) for a least-squares algorithm

(c) Repeat (a) using the SPR-Lyapunov design approach with normalization

(d) Simulate your design in (c) with and without normalization. For simulations use $b = 1.2,\ a = -1$ and r a signal of your choice.

Let us consider the second-order plant

$$y_p = \frac{k_p(s+b_0)}{s^2+a_1s+a_0}u_p$$

where $k_p > 0, b_0 > 0, k_p, b_0, a_1, a_0$ are unknown constants. The desired performance of the plant is specified by the reference model

$$y_m = \frac{1}{s+1}r$$

Using the results of Section 34.2.2 the control law is designed as

$$\begin{aligned}
\dot{\omega}_1 &= -2\omega_1 + u_p, \quad \omega_1(0) = 0\\
\dot{\omega}_2 &= -2\omega_2 + y_p, \quad \omega_2(0) = 0\\
u_p &= \theta_1\omega_1 + \theta_2\omega_2 + \theta_3 y_p + c_0 r
\end{aligned}$$

by choosing $\Lambda(s) = s+2$ in the general control law. The adaptive law is given by

$$\dot{\theta}_c = -\Gamma e_1 \omega, \quad \theta_c(0) = \theta_0$$

where $e_1 = y_p - y_m, \theta_c = [\theta_1,\theta_2,\theta_3,c_0]^T$, $\omega = [\omega_1,\omega_2,y_p,r]^T$ and $\Gamma = \Gamma^T$ is any positive definite matrix.

Analysis: From Equation 34.12 we have that the tracking error e_1 satisfies

$$e_1 = \frac{1}{s+1}\rho^*\tilde{\theta}_c^T\omega$$

where $\rho^* = k_p, \tilde{\theta}_c = \theta_c - \theta_c^*$, i.e., $\dot{e}_1 = -e_1 + k_p\tilde{\theta}_c^T\omega$.

We choose the positive definite function

$$V = \frac{e_1^2}{2} + k_p\frac{\tilde{\theta}_c^T\Gamma^{-1}\tilde{\theta}_c}{2}$$

then

$$\dot{V} = -e_1^2 + k_p\tilde{\theta}_c^T e_1\omega - k_p\tilde{\theta}_c^T e_1\omega = -e_1^2 \le 0$$

Therefore, e_1, θ_c are bounded, i.e., $e_1, \theta_c \in \mathcal{L}_\infty$ and e_1 is square integrable, i.e., $e_1 \in \mathcal{L}_2$. Since $y_m, e_1 \in \mathcal{L}_\infty$, we have $y_p \in \mathcal{L}_\infty$ and therefore $\omega_2 \in \mathcal{L}_\infty$. Now

$$\omega_1 = \frac{1}{s+2}u_p = \frac{(s^2+a_1s+a_0)}{(s+2)k_p(s+b_0)}y_p$$