تحليل السلاسل الزمنية
The Time Series Analysis

1. مقدمة:

يعد موضوع السلاسل الزمنية من الأساليب الإحصائية المهمة، كونه يجلب اهتمام الكثير من متخذي القرار في مختلف الاختصاصات بغرض التنبؤ بالظواهر التي تتغير بمرور الزمن في كثير من المجالات الاقتصادية، والإدارية، والصناعية والزراعية، والتجارية. وفي مختلف العلوم، منها على وجه التحديد العلوم الطبيعية بهدف دراسة بعض الظواهر المألوفة كظاهرة الزلازل والبراكين، وظاهرة الطقس والأمطار، وظاهرة الكساد والانتعاش الاقتصادي، ... الخ.

وفيما يلي، سنركز على مفهوم السلاسل الزمنية والهدف من دراستها، بالإضافة إلى تحليل السلاسل الزمنية (فصل مكوناتها) بغرض تقدير كل مكون من مكوناتها بالطرق الإحصائية المناسبة، واعتمادها من أجل التنبؤ بالظواهر المدروسة في المستقبل.

1. مفهوم السلاسل الزمنية:

تعريف:

السلسلة الزمنية هي مجموعة من القيم المشاهدة لظاهرة ما خلال فترات زمنية متساوية ومتعاقبة –أسبوع، شهر، فصل، أو سنة – أما رياضيا فالسلسلة الزمنية هي علاقة دالية بين قيم الظاهرة (y) والزمن (t)، على النحو التالي: $y = f(t)$.

- **الأهداف الرئيسة من دراسة السلاسل الزمنية:**

تتلخص الأهداف الرئيسة من دراسة السلاسل الزمنية في الآتي:

- التعرف على طبيعة التغيرات التي تطرأ على قيم الظاهرة خلال فترة زمنية محددة.
- تشخيص الأسباب التي أدت إلى حدوث التغير في الظاهرة وتفسيرها.
- اتخاذ القرارات المناسبة في حالات عدم التأكد لتفادي الوقوع في الخطأ.
- التنبؤ بالتغيرات في قيم الظاهرة مستقبلا، على ضوء ما حدث في الماضي.

2. تحليل السلاسل الزمنية:

تعريف:

تحليل السلسلة الزمنية هو عملية فصل مكونات السلسلة عن بعضها البعض، بهدف تحديد تأثير كل مكون منفردا على قيم الظاهرة المدروسة. وأن مكونات السلسلة الزمنية أربعة أنواع رئيسة هي:

- الاتجاه العام **Secular Trend**
- التغيرات الموسمية **Seasonal Variations**
- التغيرات الدورية **Cyclical Variations**
- التغيرات العشوائية (غير المنتظمة) **Random or Irregular Variations**

وهناك نوعان من النماذج لوصف السلسلة الزمنية بدلالة مكوناتها هما:

أ. النموذج الضربي Multiplicative Model:

وهو عبارة عن ضرب المكونات الأربعة للسلسلة الزمنية، أي أن $Y_t = T_t \times S_t \times C_t \times I_t \ldots . \ (1)$

حيث: Y_t: تمثل قيم مشاهدات الظاهرة المدروسة

$\mathbf{T}_t$: يمثل الاتجاه العام للسلسلة

S_t: يمثل المكون الموسمي للسلسلة

C_t: يمثل المكون الدوري للسلسلة

I_t: يمثل المكون العشوائي للسلسلة

ويعد هذا النموذج من أكثر النماذج شيوعا واستخداما في وصف البيانات لكثير من الدراسات ولمختلف الاختصاصات في الحيات العملية.

ب. النموذج الجمعي Additive Model:

وهو عبارة عن جمع المكونات الأربعة للسلسلة الزمنية، أي أن: $Y_t = T_t + S_t + C_t + I_t \ldots . \ (2)$

وفيما يلي نتطرق إلى أسلوب تقدير كل مكون من هذه المكونات باستخدام الطرق الإحصائية المناسبة.

1.3. الاتجاه العام Secular Trend

تعريف: الاتجاه العام هو مقدار الاندفاع في الزيادة أو الانخفاض أو الثبوت في قيم ظاهرة ما خلال فترة زمنية معينة.

ويهدف قياس الاتجاه العام للسلسلة الزمنية إلى:

- تشخيص العوامل المؤثرة في الاتجاه العام للسلسلة ومقارنة ذلك مع اتجاه السلسلة الأصلية، وتحديد عامل النمو على مستوى السلسلة الذي يعد الأساس في عملية التنبؤ بسلوك الظاهرة قيد الدراسة.
- المساعدة على إزالة أو استبعاد أثر الاتجاه العام من قيم الظاهرة المدروسة للتمكن من دراسة المكونات الأخرى للسلسلة.

الشكل (1) يوضح الاتجاه العام لسلسلة زمنية خلال الفترة $(2000 - 2002)$

الرسم

بشكل عام، وعلى ضوء بيانات السلسلة الزمنية يكون الاتجاه العام مستقيما أو منحنى أو شبه لوغاريتمي أو أي شكل آخر. وسنركز على إيجاد معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية باعتباره مستقيا، اعتمادا على أهم الطرق على النحو التالي:

- طريقة التمهيد باليد
- طريقة متوسطي نصفي السلسلة
- طريقة المتوسطات المتحركة
- طريقة المربعات الصغرى

أولا: طريقة التمهيد باليد (الشكل الانتشاري) Scatter Diagram Method

تعد طريقة التمهيد باليد أبسط طريقة في إيجاد معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية وأقلها دقة، لاختلاف عملية التمهيد من شخص لآخر. وتتلخص خطوات هذه الطريقة فيما يلي:

1- إسقاط كافة نقاط شكل انتشار السلسلة على المحورين، المحور الأفقي الممثل للزمن، والمحور العمودي الممثل للظاهرة.

2- رسم مستقيم يمر بأكبر عدد من نقاط شكل الانتشار، لتمثيل الظاهرة بشكل أفضل.

3- واختيار نقطتين $A_1(t_1, y_1)$، $A_2(t_2, y_2)$ من المستقيم الممهد لإيجاد معادلة الاتجاه العام وفقا للعلاقة التالية: $\hat{y} - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1}(t - t_1)$

وبالتالي: $\hat{y} = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1}(t - t_1) + y_1 \ldots \ldots \ldots (3)$

وبعد تبسيط المعادلة (3) نحصل على الصيغة التالية: $\hat{y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 t \ldots \ldots \ldots (4)$

حيث: $\hat{y}$ تمثل القيمة التقديرية للظاهرة المدروسة

t تمثل الزمن

$\hat{a}_0, \hat{a}_1$ تمثل معلمات مستقيم الاتجاه العام الناتجة عن طريقة التمهيد باليد.

مثال(1):

تمثل البيانات التالية، مبيعات التمور (بآلاف الأطنان) خلال الفترة $(2000 - 2004)$.

السنوات	2000	2001	2002	2003	2004
مبيعات التمور y	5	3	10	4	8

المطلوب: إيجاد معادلة الاتجاه العام، باستخدام طريقة التمهيد باليد (الشكل الانتشاري).

الحل:

1- لرسم الشكل الانتشاري، نقوم بإعطاء ترتيب للسنوات وتحديد إحداثيات النقاط، على النحو التالي:

t_i	y_i	النقاط $A_i(t_i, y_i)$
1	5	$A_1(1,5)$
2	3	$A_2(2,3)$
3	10	$A_1(3,10)$
4	4	$A_1(4,4)$
5	8	$A_1(5,8)$

الرسم

2- من خلال رسم مستقيم الاتجاه العام، نختار النقطتين: $A_1(1,5)$، $A_1(5,8)$ لكتابة المعادلة.

3- إيجاد معادلة مستقيم الاتجاه العام للسلسلة المعطاة:

لدينا: $\hat{y} = \frac{y_5 - y_1}{t_5 - t_1}(t - t_1) + y_1 \Leftrightarrow \hat{y} = \frac{8-5}{5-1}(t-1) + 5$

إذن: $\hat{y} = \frac{17}{4} + \frac{3}{4}t$

ومنه: معادلة مستقيم الاتجاه العام هي: $\hat{y} = 4.25 + 0.75t$

ثانيا: طريقة متوسطي نصفي السلسلة Semi-Averages Method

تعد طريقة متوسطي نصفي السلسلة أكثر دقة مقارنة بطريقة التمهيد باليد. ولإيجاد معادلة مستقيم الاتجاه العام للسلسلة نتبع الخطوات التالية:

1- تقسيم السلسلة الزمنية إلى نصفين متساويين –مع مراعاة إهمال المشاهدة الوسطى إذا كان عدد السنوات فرديا (Odd)– ثم حساب المتوسط الحسابي لكل من مشاهدات النصف الأول $\bar{y}_1$ ومشاهدات النصف الثاني $\bar{y}_2$.

2- رصد النقطتين $G_1(\bar{t}_1, \bar{y}_1)$ و $G_2(\bar{t}_2, \bar{y}_2)$، على الشكل الانتشاري، ثم رسم المستقيم (G_1G_2) .

حيث: $\bar{t}_i$ هي منتصف الفترة الزمنية للسلسلة i مع $i = 1; 2$.

3- إيجاد معادلة مستقيم الاتجاه العام: وذلك وفقا للمعادلة التالية: $\hat{y} = \frac{\bar{y}_2 - \bar{y}_1}{\bar{t}_2 - \bar{t}_1}(t - \bar{t}_1) + \bar{y}_1$

مثال(2):

تمثل البيانات التالية، استيرادات العراق من حديد التسليح (بآلاف الأطنان) خلال الفترة $(1997 - 2002)$.

السنوات	1997	1998	1999	2000	2001	2002
الاستيرادات y	100	80	120	140	160	120

المطلوب:

1- إيجاد معادلة مستقيم الاتجاه العام، باستخدام طريقة المتوسطي نصفي السلسلة.

2- التنبؤ بالاستيرادات $(\hat{y})$ لسنة 2003.

الحل:

1- أ) إيجاد معادلة مستقيم الاتجاه العام: نقسم مشاهدات السلسلة الزمنية إلى نصفين متساويين، ثم حساب المتوسط الحسابي لكل من السلسلتين الجزئيتين على النحو التالي:

النقطتان G_1، G_2	المتوسط الحسابي لكل نصف	مجموع المشاهدات لكل نصف	y	t

1	100	$\sum_{i=1}^{3} y_i$=300	$\bar{y}_1$ =100	$G_1(2,100)$
2	80			
3	120			
4	140	$\sum_{i=4}^{6} y_i$=450	$\bar{y}_2$ =100	$G_2(5,100)$
5	160			
6	120			

ب) رسم مستقيم الاتجاه العام للسلسلة الزمنية (G_1G_2):

الرسم

ت) إيجاد معادلة مستقيم الاتجاه العام للسلسلة الزمنية: $\hat{y} = \frac{\bar{y}_2-\bar{y}_1}{\bar{t}_2-\bar{t}_1}(t-\bar{t}_1)+\bar{y}_1$

عندئذ: $\hat{y} = \frac{140-100}{5-2}(t-2)+100$

وبالتالي: معادلة مستقيم الاتجاه العام هي: $\hat{y} = 73.33 + 13.33t$

2- التنبؤ بالاستيرادات $(\hat{y})$ لسنة **2003**.

إن الترتيب المناظر لسنة 2003 هو $(t=7)$، وعليه فإن: $\hat{y}(7) = 73.33 + 13.33(7) = 166.64$

ثالثا: طريقة المتوسطات المتحركة Moving Averages Method

تعد طريقة المتوسطات المتحركة أكثر دقة من الطريقتين السابقتين، وتستخدم لتمهيد السلسلة الزمنية وجعلها أكثر نعومة، وذلك لتخليص السلسلة من التقلبات (التذبذبات) الشديدة قصيرة المد ى التي تعاني منها السلسلة الزمنية.

تعريف:

المتوسط المتحرك هو المتوسط الحسابي لعدد من المشاهدات المتتالية في السلسلة بطول معين: 3 سنوات أو 4 سنوات...الخ. ويفضل أن يكون طول المتوسط المتحرك فرديا (Odd) من أجل الحصول على متوسطات متحركة مركزية.

وبافتراض أن عدد المشاهدات هو (n) وهي: $(y_1, y_2, \dots y_n)$ فإن المتوسطات المتحركة بطول (3) سنوات أو فصول أو أشهر سيتم الحصول عليها على النحو التالي:

$$\begin{cases} \bar{y}_2 = \frac{y_1+y_2+y_3}{3} \\ \bar{y}_3 = \frac{y_2+y_3+y_4}{3} \\ \bar{y}_4 = \frac{y_3+y_4+y_5}{3} \quad \dots\dots\dots\dots(5) \\ \vdots \\ \bar{y}_{n-1} = \frac{y_{n-2}+y_{n-1}+y_n}{3} \end{cases}$$

ملاحظتان:

1- تسمى المتوسطات المتحركة بطول فردي، المتوسطات المتحركة المركزية.

2- كلما كان طول المتوسط المتحرك كبيرا، أصبحت السلسلة الزمنية أكثر نعومة (Smooth). لكن يؤدي ذلك إلى فقدان بعض قيمها.

مثال (3): نفس المثال السابق. المطلوب:

1- أحسب المتوسطات المتحركة بطول (3) سنوات.

2- ارسم السلسلة الزمنية الأصلية والمتوسطات المتحركة في شكل بياني واحد.

الحل:

1- المتوسطات المتحركة بطول (3) سنوات: يمكن الحصول عليها كالآتي:

السنوات	الاستيرادات (y)	مجموع المشاهدات بطول (3) سنوات	المتوسط المتحرك المركزي بطول (3) سنوات
1997	100	ـــــ	ـــــ
1998	80	100+80+120=300	$\bar{y}_2 = \frac{300}{3} = 100$
1999	120	80+120+140=340	$\bar{y}_2 = \frac{340}{3} = 113.3$
2000	140	120+140+160=420	$\bar{y}_2 = \frac{420}{3} = 140$
2001	160	140+160+120=420	$\bar{y}_2 = \frac{420}{3} = 140$
2002	120	ـــــ	ـــــ

2- رسم السلسلة الزمنية الأصلية والمتوسطات المتحركة:

الرسم

مثال (4):

تمثل البيانات التالية، قيم المبيعات الفصلية (بآلاف الدنانير) لإحدى المؤسسات التجارية، خلال الفترة (2004 – 2004).

السنوات والفصول	2002				2003				2004			
	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
قيم المبيعات y	12	14	16	10	20	10	12	18	16	18	20	10

المطلوب:

1- أحسب المتوسطات المتحركة بطول (4) فصول.

2- ارسم السلسلة الزمنية الأصلية والمتوسطات المتحركة في شكل بياني واحد.

الحل:

1- حساب المتوسطات المتحركة بطول (4) فصول:

السنوات	الفصول	قيم المبيعات الفصلية	مجموع المشاهدات بطول (4) فصول	المتوسط المتحرك بطول (4) فصول	المتوسط المتحرك بطول متوسطين(2)
2002	Q_1	12	ـــــ	ـــــ	ـــــ
	Q_2	14	12+14+16+10=52	13	ـــــ
	Q_3	16	14+16+10+20=60	15	14
	Q_4	10	16+10+20+10=56	14	14.5
2003	Q_1	20	10+20+10+12=52	13	13.5
	Q_2	10	20+10+12+18=60	15	14
	Q_3	12	10+12+18+16=56	14	14.5
	Q_4	18	12+18+16+18=64	16	15
2004	Q_1	16	18+16+18+20=72	18	17
	Q_2	18	ـــــ	16	17
	Q_3	20	ـــــ	ـــــ	ـــــ
	Q_4	10		ـــــ	ـــــ

1- رسم السلسلة الزمنية الأصلية والمتوسطات المتحركة في شكل بياني واحد.

2-

الرسم

رابعا: طريقة المربعات الصغرى Least-Squares Method

تعد طريقة المربعات الصغرى من أهم الطرق المستخدمة وأدقها في إيجاد معادلة مستقيم الاتجاه العام، وذلك باستخدام نموذج الانحدار الخطي البسيط، بعد افتراض أن الزمن (t) يمثل المتغير المستقل وتمثل الظاهرة (y) المتغير التابع. حيث تأخذ المعادلة الشكل الآتي: $$y_i = a_0 + a_1 t_i + \varepsilon_i \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (6)$$

حيث:

- y_i : تمثل الظاهرة المدروسة
- t_i : تمثل الزمن
- a_0، a_1 : تمثل معلمات مستقيم الاتجاه العام
- ε_i : تمثل حد الخطأ

وللحصول على تقدير معلمات مستقيم الاتجاه العام، نستخدم صيغ نموذج الانحدار الخطي البسيط على النحو التالي:

$$\hat{a}_1 = \frac{\sum y_i t_i - n(\bar{t})(\bar{y})}{\sum t_i^2 - n(\bar{t})^2} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (7)$$

$$\hat{a}_0 = \bar{y} - \hat{a}_1 \bar{t} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (8)$$

وبالتعويض بالمعلمات المقدرة $\hat{a}_1$، $\hat{a}_0$ في العلاقة (6) نحصل على معادلة مستقيم الاتجاه العام التنبؤية السنوية على النحو التالي: $$\hat{y}_T = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 t_i \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (9)$$

وإذا أردنا معادلة مستقيم الاتجاه العام التنبؤية الفصلية فتعطى بالعلاقة التالية:

$$\hat{y}_T = \frac{\hat{a}_0}{4} + \frac{\hat{a}_1}{4}.\frac{t_i}{4} \Leftrightarrow \hat{y}_T = \frac{\hat{a}_0}{4} + \frac{\hat{a}_1}{16} t_i \dots\dots (10)$$

في حين أن معادلة مستقيم الاتجاه العام التنبؤية الشهرية تعطى بالعلاقة التالية:

$$\hat{y}_T == \frac{\hat{a}_0}{12} + \frac{\hat{a}_1}{144} t_i \dots\dots\dots\dots\dots (11)$$

مثال(5):

تمثل البيانات التالية، مبيعات التمور (بآلاف الأطنان) خلال الفترة $(2000 - 2004)$.

السنوات	2000	2001	2002	2003	2004
مبيعات التمور y	5	3	10	4	8

المطلوب:

1- إيجاد معادلة مستقيم الاتجاه العلم، باستخدام طريقة المربعات الصغرى.

2- ارسم السلسلة الزمنية الأصلية، ومعادلة مستقيم الاتجاه العلم في شكل بياني واحد.

3- التنبؤ بمبيعات التمور $(\hat{y})$ لسنة 2006.

الحل:

1- إيجاد معادلة مستقيم الاتجاه العام، باستخدام طريقة المربعات الصغرى:

ترتيب السنوات (t_i)	المبيعات (y_i)	$y_i t_i$	t_i^2
1	5	5	1
2	3	6	4
3	10	30	9
4	4	16	16

5	8	40	25
$\sum t_i = 15$	$\sum y_i = 30$	$\sum y_i t_i = 97$	$\sum t_i^2 = 55$

عندئذ: $\bar{t} = \frac{15}{5} = 3$ ، $\bar{y} = \frac{30}{5} = 6$

إذن: $\hat{a}_1 = \frac{\sum y_i t_i - n(\bar{t})(\bar{y})}{\sum t_i^2 - n(\bar{t})^2} = \frac{97-(5)(3)(6)}{55-5(3)^2} = 0.7$ ، $\hat{a}_0 = \bar{y} - \hat{a}_1 \bar{t} = 6 - (0.7)(3) = 3.9$

ومنه: معادلة مستقيم الاتجاه العام التنبؤية هي: $\hat{y}_T = 0.7 + 3.9t_i$

2- رسم السلسلة الزمنية الأصلية، ومستقيم الاتجاه العام لها:

السنوات	t_i	$\hat{y}_T = 0.7 + 3.9t_i$	النقطتان
2000	1	4.6	$A_1(1; 4.6)$
2004	5	7.4	$A_5(5; 7.4)$

الرسم

3- التنبؤ بمبيعات التمور $(\hat{y}_T)$ لسنة 2006: $\hat{y}_{2006} = \hat{y}_7 = 0.7 + 3.9(7) = 8,8$

- **استبعاد أثر الاتجاه العام من مشاهدات السلسلة الزمنية**

بافتراض أن النموذج المستخدم في وصف السلسلة الزمنية هو النموذج الضربي: $y = T \times S \times C \times I$

ولتخليص (تجريد) الظاهرة (y) من أثر الاتجاه العام للسلسلة (T)، نتبع الخطوات التالية:

1- تقدير معادلة مستقيم الاتجاه العام $[T = \hat{y}_T = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 t_i]$.

2- إيجاد القيم الاتجاهية للظاهرة (T).

3- حساب القيم النسبية للظاهرة (y^*) مجردة من أثر الاتجاه العام، وفقا للعلاقة التالية:

$$y^* = \frac{y}{T} \times 100\% = \frac{T \times S \times C \times I}{T} \times 100\% = (S \times C \times I) \times 100\%$$

أي أن: $y^* = (S \times C \times I) \times 100\%$

مثال (6):

تمثل البيانات التالية، مبيعات التمور (بآلاف الأطنان) خلال الفترة $(2000 - 2004)$.

السنوات	2000	2001	2002	2003	2004
مبيعات التمور y	5	3	10	4	8

المطلوب: استبعاد أثر الاتجاه العام من القيم الظاهرة (y).

الحل:

1- من التطبيق السابق يكون لدينا معادل مستقيم الاتجاه العام : $[T = \hat{y}_T = 0.7 + 3.9t_i]$

2- حساب القيم الاتجاهية للظاهرة (T)، مثلا: $T_{2000} = \hat{y}_1 = 0.7 + 3.9(1) = 4.6$، وهكذا...

3- حساب القيم النسبية للظاهرة (y^*) مجردة من أثر الاتجاه العام، وفقا للعلاقة: $y^* = \frac{y}{T} \times 100\%$

مثلا: $y^*_{2000} = \frac{5}{4.6} \times 100\% = 108.7\%$ وهكذا ....

(1) السنوات	(2) ترتيب السنوات (t_i)	(3) قيم المبيعات (y)	(4) القيم الاتجاهية للمبيعات $T=\hat{y}=3.9+0.7t_i$	(5)=(3÷4)×100% القيم النسبية للمبيعات مجردة من أثر الاتجاه $y^* = \frac{y}{T} \times 100\%$
2000	1	5	4.6	108.7%

2001	2	3	5.3	56.6%
2002	3	10	6.0	166.7%
2003	4	4	6.7	59.7%
2004	5	8	7.4	108.1%

2.3. التغيرات الموسمية (الفصلية) Seasonal Variations

تعد التغيرات الموسمية من أهم العوامل المؤثرة على السلسلة الزمنية للظاهرة المدروسة، إذا كانت مشاهداتها مسجلة فصليا أو شهريا. إذ لا تتأثر الظواهر التي تسجل مشاهداتها سنويا بهذا النوع من التغيرات. ونظرا لتأثير التغيرات الموسمية على مسار السلسلة الزمنية (فصلية أم شهرية)، ينبغي قياس التغيرات الموسمية بهدف استبعاد (إزالة) أثرها من قيم الظاهرة المدروسة، من أجل الحصول على مشاهدات معدلة –مخلصة من أثر التغيرات الموسمية –

الشكل: يوضح التغيرات الموسمية لسلسلة الزمنية خلال الفترة (2000–2002)

الرسم

ولتقدير المؤشرات الموسمية، والتخلص من أثر التغيرات الفصلية من الظاهرة قيد الدراسة، توجد عدة طرق لهذا الغرض:

- طريقة النسبة إلى المتوسط المتحرك.
- طريقة المتوسطات البسيطة
- طريقة النسبة إلى المتوسط العام.
- طريقة النسب إلى الاتجاه العام

وفيما يلي شرحا مفصلا لكل طريقة من الطرق السابقة:

أولا: طريقة النسبة إلى المتوسط المتحرك Ratio to Moving Average Method

تعد هذه الطريقة من الطرق الشائعة في تقدير التغيرات الموسمية، ويتم بموجبها اعتماد النموذج الضربي لوصف السلسلة الزمنية للظاهرة قيد الدراسة من جهة، ولإزالة أثر هذا النوع من التغيرات من قيم الظاهرة من ناحية أخرى.

وتتلخص خطوات هذه الطريقة في الآتي:

1– حساب المتوسط المتحرك المركزي بطول مناسب، على ضوء بيانات السلسلة (فصلية أم شهرية)

2– إيجاد حاصل قسمة مشاهدات الظاهرة (y) على المتوسط المتحرك المركزي وضرب الناتج في (100%)، أي أن:

$$\frac{y}{T \times C} \times 100\% = \frac{T \times S \times C \times I}{T \times C} \times 100\% = (S \times I) \times 100\%$$

ومنه: $\frac{y}{T \times C} \times 100\% = (S \times I) \times 100\%$

وتنظيم النتائج المتحصل عليها في جدول آخر حسب السنوات والفصول.

3– حساب متوسطات المؤشرات الفصلية -$[(S \times I) \times 100\%]$ ، من خلال الخطوة (2) حسب الفصول أو الأشهر، وكذا مجموع المتوسطات.

4– تعديل قيم متوسطات المؤشرات الموسمية للفصول أو الأشهر، وفقا للعلاقة الآتية:

المؤشر الموسمي المعدل $(S\%)$ = $\frac{\text{متوسط الفصل أو (الشهر)}}{\text{مجموع متوسطات الفصول أو (الأشهر)}}$ ×عدد الفصول أو (الأشهر) $\times 100\%$

5– يتم إزالة أثر الموسم من مشاهدات الظاهرة (y) وفقا للعلاقة الآتية:

مشاهدات الظاهرة مجردة من أثر الموسم = $\frac{(\text{مشاهدات الظاهرة } (y))}{(\text{المؤشر الموسمي المعدل } (S\%))} \times 100\%$

مثال (7):

إليك البيانات الآتية، التي تمثل قيم المبيعات الفصلية (بآلاف الدنانير) لإحدى المؤسسات التجارية، خلال الفترة (2002–2004).

السنوات	2000				2001				2003			
الفصول	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
قيم المبيعات (y)	12	14	16	10	20	10	12	18	16	18	20	10

المطلوب:

1- حساب المؤشرات الموسمية ($S\%$)، باستخدام طريقة النسبة إلى المتوسط المتحرك.

2- إزالة أثر الموسم (التغير الفصلي) من مشاهدات الظاهرة (y).

الحل:

1- حساب المؤشرات الموسمية ($S\%$):

أ) حساب المتوسطات المتحركة بطول (4) فصول، كما هو موضح في الجدول التالي:

(1) السنوات	(2) الفصول	(3) قيم المبيعات الفصلية $y = T \times S \times C \times I$	(4) مجموع المشاهدات بطول (4) فصول	(5) المتوسطات المتحركة بطول (4) فصول	(6) المتوسطات المتحركة المركزية بطول متوسطين	(7)=(3÷ 6) × 100% المؤشرات الفصلية $\frac{y}{T \times C} \times 100\% = (S \times I) \times 100\%$
2002	Q_1	12	–	–	–	–
	Q_2	14	–	–	–	–
	Q_3	16	52	13	–	114.3
	Q_4	10	60	15	14	69.0
2003	Q_1	20	56	14	14.5	148.1
	Q_2	10	52	13	13.5	71.4
	Q_3	12	60	15	14	82.8
	Q_4	18	56	14	14.5	120.0
2003	Q_1	16	64	16	15	94.1
	Q_2	18	72	18	17	105.9
	Q_3	20	64	16	17	–
	Q_4	10	–	–	–	–

ب) تلخيص نتائج المؤشرات الفصلية $[(S \times I) \times 100\%]$، الواردة في العمود رقم (7) من الجدول السابق كما يلي:

الفصول / السنوات	المؤشرات الفصلية			
	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
2002	–	–	114.3	69.0
2003	148.1	71.4	82.8	120.0
2004	94.1	105.9	–	–
المجموع	242.2	177.3	197.1	189.0

ت) حساب متوسطات المؤشرات الفصلية للفصول الأربعة:

الفصول	المؤشرات الفصلية				المجموع
	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	
متوسطات الفصول	121.1	88.7	98.6	94.5	402.9

ث) تعديل قيم متوسطات الفصول، لأن مجموع متوسطات الفصول الأربعة بلغ $\left(\sum_{i=1}^{4} \bar{Q}_i = 402.9\right)$ وهو أكبر من (400)، على النحو التالي:

المؤشر الموسمي المعدل: $S\% = \frac{\bar{Q}_i}{\sum_{i=1}^{4} \bar{Q}_i} \times N.S \times 100\%$

على سبيل المثال، المؤشر الموسمي المعدل للفصل الأول Q_1 على النحو التالي:

$$S\% = \frac{121.1}{402.9} \times 4 \times 100\% = 120.2$$

ويتم حساب بقية المؤشرات الموسمية المعدلة للفصول الأخرى، فكانت النتائج التالية:

الفصول	المؤشرات الفصلية				المجموع
	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	
المؤشر الموسمي المعدل $S\%$	120.2.	88.1	97.9	93.8	400

2- إزالة أثر الموسم من مشاهدات الظاهرة (y):

يمكن إزالة أثر الموسم من مشاهدات الظاهرة (y)، وفقا للعلاقة الآتية:

$$\text{مشاهدات الظاهرة مجردة من أثر الموسم} = \frac{(\text{مشاهدات الظاهرة } (y))}{(\text{المؤشر الموسمي المعدل } (S\%))} \times 100\%$$

كما هو مبين في العمود (5) من الجدول التالي:

(1) السنوات	(2) الفصول	(3) قيم المبيعات الفصلية $y = T \times S \times C \times I$	(4) المؤشر الموسمي المعدل $(S\%)$	(5)=(3÷ 6) × 100% قيمة المبيعات مجردة من أثر الموسم (التغير الفصلي)
2002	Q_1	12	120.2	10
	Q_2	14	88.1	16
	Q_3	16	97.9	16
	Q_4	10	93.8	11
2003	Q_1	20	120.2	17
	Q_2	10	88.1	11
	Q_3	12	97.9	12
	Q_4	18	93.8	19
2004	Q_1	16	120.2	13
	Q_2	18	88.1	20
	Q_3	20	97.9	20
	Q_4	10	93.8	11

ثانيا: طريقة المتوسطات البسيطة Simple Average Method

تعد طريقة المتوسطات البسيطة من أبسط الطرق المستخدمة في تقدير التغيرات الموسمية (فصلية أم شهرية)، إلا أنها أقل انتشارا.

وتتلخص خطوات هذه الطريقة فيما يلي:

1- حساب متوسطات الفصول $(\overline{Q}_i)$، وجمع هذه المتوسطات $\left(\sum_{i=1}^{4} \overline{Q}_i\right)$.

2- حساب المؤشرات الموسمية للفصول $(S\%)$، وفقا للعلاقة: $S\% = \frac{\overline{Q}_i}{\sum_{i=1}^{4} \overline{Q}_i} \times N.S \times 100\%$

وتنظيم نتائج المؤشرات الموسمية $(S\%)$ في جدول آخر حسب الفصول.

3- إزالة أثر الموسم من مشاهدات الظاهرة (y)، وفقا للعلاقة التالية:

$$\text{مشاهدات الظاهرة مجردة من أثر الموسم} = \frac{(\text{مشاهدات الظاهرة } (y))}{(\text{المؤشر الموسمي المعدل } (S\%))} \times 100\%$$

مثال(8): نفس المثال السابق

السنوات	2000				2001				2003			
الفصول	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
قيم المبيعات (y)	12	14	16	10	20	10	12	18	16	18	20	10

المطلوب:

1- حساب المؤشرات الموسمية للفصول $(S\%)$،باستخدام طريقة المتوسطات البسيطة.

2- إزالة أثر الموسم (التغير الفصلي) من مشاهدات الظاهرة (y).

الحل:

1- حساب المؤشرات الموسمية (الفصلية):

أ) إعادة تنظيم مشاهدات الظاهرة (y) التي تمثل قيم المبيعات في الجدول التالي، لغرض حساب متوسطات الفصول، على النحو التالي:

الفصول / السنوات	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
2002	12	14	16	10
2003	20	10	12	18
2004	16	18	20	10
مجموع مبيعات الفصول	48	42	48	38
متوسطات الفصول $(\overline{Q}_i)$	16	14	16	12.7
مجموع متوسطات الفصول $(\sum_{i=1}^{4} \overline{Q}_i)$	58.7			

ب) حساب المؤشرات الموسمية:

المؤشر الموسمي للفصل الأول: $S\% = \frac{\overline{Q}_1}{\sum_{i=1}^{4} \overline{Q}_i} \times 4 \times 100\% = \frac{16}{58.7} \times 4 \times 100\% = 109.03\%$

وبنفس الأسلوب يتم حساب المؤشرات الموسمية للفصول الأخرى، ويتم تلخيصها في الجدول التالي:

الفصول	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	المجموع
المؤشرات الموسمية $(S\%)$	109.03	95.40	109.03	86.54	400

1- إزالة أثر الموسم من مشاهدات الظاهرة (y):

يمكن إزالة أثر الموسم من مشاهدات الظاهرة (y) وفقا للعلاقة التالية:

$$\text{مشاهدات الظاهرة مجردة من أثر الموسم} = \frac{(\text{مشاهدات الظاهرة } (y))}{(\text{المؤشر الموسمي المعدل } (S\%))} \times 100\%$$

(1) السنوات	(2) الفصول	(3) قيم المبيعات الفصلية $y = T \times S \times C \times I$	(4) المؤشر الموسمي المعدل $(S\%)$	(5)=(3÷ 6) × 100% قيمة المبيعات مجردة من أثر الموسم (التغير الفصلي)
2002	Q_1	12	109.03	11
	Q_2	14	95.40	15
	Q_3	16	109.03	15
	Q_4	10	86.54	11
2003	Q_1	20	109.03	18
	Q_2	10	95.40	10
	Q_3	12	109.03	11
	Q_4	18	86.54	21
2004	Q_1	16	109.03	15
	Q_2	18	95.40	19
	Q_3	20	109.03	18
	Q_4	10	86.54	12

ثالثا: طريقة النسبة إلى المتوسط العام Ratio to General Average Method

تعد طريقة النسبة إلى المتوسط العام من الطرق الشائعة في تقدير التغيرات الموسمية (الفصلية أم الشهرية). وهي أثر دقة من طريقة المتوسطات البسيطة.

وتتلخص خطوات هذه الطريقة فيما يلي:

1- حساب متوسطات الفصول $(\bar{Q}_i)$.

2- حساب المتوسط العام، وفقا لإحدى العلاقتين:

أ) $$\text{المتوسط العام} = \frac{\text{مجموع مشاهدات الظاهرة}(y)}{\text{عدد المشاهدات الكلي}[\text{عدد الفصول} \times \text{عدد السنوات}]}$$

ب) $$\text{المتوسط العام} = \frac{\text{مجموع متوسطات الفصول } (\sum_{i=1}^{4} \bar{Q}_i)}{\text{عدد الفصول}}$$

3- حساب الدليل الموسمي للفصول، وفقا للعلاقة التالية:

$$\text{الدليل (المؤشر) الموسمي } (S\%) = \frac{\text{متوسط الفصل } (\bar{Q}_i)}{\text{المتوسط العام}} \times 100\%$$

4- إزالة أثر الموسم من قيم الظاهرة (y)، وفقا للعلاقة التالية:

$$\text{المشاهدات مجردة من أثر الموسم} = \frac{\text{مجموع مشاهدات الظاهرة}(y)}{\text{الدليل الموسمي } (S\%)} \times 100\%$$

مثال (9):

تمثل البيانات التالية، قيم المبيعات الفصلية (بآلاف الدنانير) لإحدى المؤسسات التجارية خلال الفترة (2002-2004).

السنوات والفصول	2000				2001				2003			
	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
قيم المبيعات (y)	12	14	16	10	20	10	12	18	16	18	20	10

المطلوب:

1- حساب الدليل الموسمي للفصول $(S\%)$،باستخدام طريقة النسبة إلى المتوسط العام.

2- إزالة أثر الموسم (التغير الفصلي) من مشاهدات الظاهرة (y).

الحل:

1- حساب الدليل الموسمي للفصول $(S\%)$:

لحساب الأدلة الموسمية للفصول $(S\%)$، نتبع الخطوات التالية:

أ) إعادة تنظيم مشاهدات الظاهرة (y)، لغرض حساب متوسطات الفصول $(\overline{Q}_i)$، حسب الجدول التالي:

الفصول / السنوات	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
2002	12	14	16	10
2003	20	10	12	18
2004	16	18	20	10
مجموع مبيعات الفصول	48	42	48	38
متوسطات الفصول $(\overline{Q}_i)$	16	14	16	12.7

ت) حساب المتوسط العام للفصول $(S\%)$، وفقا للعلاقة:

$$\text{المتوسط العام} = \frac{\text{مجموع مشاهدات الظاهرة}(y)}{\text{عدد المشاهدات الكلي}[\text{عدد الفصول} \times \text{عدد السنوات}]} = \frac{176}{3\times4} = 14.67$$

أو وفقا للعلاقة: المتوسط العام $= \frac{\text{مجموع متوسطات الفصول } (\sum_{i=1}^{4} \overline{Q}_i)}{\text{عدد الفصول}} = \frac{16+14+16+12.7}{4} = 14.67$

ث) حساب الأدلة الموسمية للفصول: $(S\%) = \frac{\text{متوسط الفصل } (\overline{Q}_i)}{\text{المتوسط العام}} \times 100\%$:

مثلا، المؤشر الموسمي للفصل الأول: $109\% = \frac{16}{14.67} \times 100\% = (S\%)$**، وهكذا ... فيكون:**

الفصول	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	المجموع
المؤشرات الموسمية $(S\%)$	109.03	95.40	109.03	86.54	400

2- إزالة أثر الموسم من مشاهدات الظاهرة (y)، وفقا للعلاقة التالية:

$$\text{المشاهدات مجردة من أثر الموسم} = \frac{\text{مجموع مشاهدات الظاهرة}(y)}{\text{الدليل الموسمي } (S\%)} \times 100\%$$

فتكون النتائج كما هي موضحة في العمود (5) من الجدول التالي:

(1) السنوات	(2) الفصول	(3) قيم المبيعات الفصلية $y = T \times S \times C \times I$	(4) المؤشر الموسمي المعدل $(S\%)$	(5)=(3÷ 6) × 100% قيمة المبيعات مجردة من أثر الموسم (التغير الفصلي)
2002	Q_1	12	109.03	11
	Q_2	14	95.40	15
	Q_3	16	109.03	15
	Q_4	10	86.54	11
	Q_1	20	109.03	18
	Q_2	10	95.40	10

2003	Q_3	12	109.03	11
	Q_4	18	86.54	21
2004	Q_1	16	109.03	15
	Q_2	18	95.40	19
	Q_3	20	109.03	18
	Q_4	10	86.54	12

رابعا: طريقة النسبة إلى الاتجاه العام Ratio to Secular Trend Method

تعد طريقة النسبة إلى الاتجاه العام من أهم الطرق المستخدمة في تقدير التغيرات الموسمية (الفصلية) وأدقها، وأنها:

1- تساعد على تجريد مشاهدات السلسلة الزمنية للظاهرة (y) من أثر الاتجاه العام.

2- إمكانية إيجاد القيم التنبؤية $(\hat{y}_F)$ للظاهرة (y) في المستقبل، اعتمادا على قيم المؤشرات الموسمية المعدلة $(S\%)$.

وتتلخص خطوات هذه الطريقة فيما يلي:

1- تقدير معادلة مستقيم الاتجاه العام $(\hat{y} = a_0 + a_1 t)$، باستخدام طريقة المربعات الصغرى.

2- حساب القيم الاتجاهية للظاهرة $(\hat{y} = T)$، اعتمادا على معادلة مستقيم الاتجاه العام.

3- تجريد مشاهدات للظاهرة (y) من أثر الاتجاه العام (T) ، وفقا للعلاقة التالية:

$$y^* = \frac{y}{\hat{y}=T} \times 100\% = (S \times C \times I) \times 100\%$$

4- فصل التغيرات الموسمية (S) عن التغيرات الدورية والعشوائية (S× I)، من خلال أيجاد المؤشرات الموسمية المعدلة $(S\%)$، وفقا للعلاقة التالية:

$$S\% = \frac{\bar{Q}_i}{\sum_{i=1}^{4} \bar{Q}_i} \times N.S \times 100\%$$

5- تجريد مشاهدات الظاهرة (y) من أثر الموسم، باعتماد الأسلوب المتبع في طريقة النسبة إلى المتوسط المتحرك.

6- حساب القيم التنبؤية $(\hat{y}_F)$ للظاهرة، اعتمادا على المؤشرات الموسمية المعدلة $(S\%)$ على النحو التالي:

$$\hat{y}_F = T \times S\% = \frac{T \times S}{100}$$

مثال (10):

نفس المثال السابق، حيث:

السنوات	2002				2003				2004			
والفصول	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
قيم المبيعات (y)	12	14	16	10	20	10	12	18	16	18	20	10

المطلوب:

1- إيجاد معادلة مستقيم الاتجاه العام، باستخدام طريقة المربعات الصغرى.

2- استبعاد أثر الاتجاه العام من مشاهدات الظاهرة (y).

3- حساب المؤشرات الموسمية المعدلة للفصول $(S\%)$.

4- تجريد مشاهدات الظاهرة (y) من أثر الموسم (التغير الفصلي).

5- التنبؤ بقيم المبيعات الفصلية لسنة 2005.

الحل:

1- إيجاد معادلة مستقيم الاتجاه العام:

يوضح الجدول التالي، آلية إيجاد معادلة مستقيم الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى:

السنوات	لفصول	ترتيب الفصول (t_i)	المبيعات الفصلية(y_i)	$t_i y_i$	t_i^2
2002	Q_1	**1**	12	12	1
	Q_2	**2**	14	28	4
	Q_3	**3**	16	48	9
	Q_4	**4**	10	40	16
2003	Q_1	**5**	20	100	25
	Q_2	**6**	10	60	36
	Q_3	**7**	12	84	49
	Q_4	**8**	18	144	64
2004	Q_1	**9**	16	144	81
	Q_2	**10**	18	180	100
	Q_3	**11**	20	220	121
	Q_4	**12**	10	120	144
Total	--	**78**	**176**	**1180**	**650**

عندئذ: $\bar{t} = \frac{78}{12} = 6.5$ ، $\bar{y} = \frac{176}{12} = 14.67$

إذن: $\hat{a}_1 = \frac{\sum y_i t_i - n(\bar{t})(\bar{y})}{\sum t_i^2 - n(\bar{t})^2} = \frac{1180-(12)(6.5)(14.67)}{650-12(6.5)^2} = 0.25$ ، $\hat{a}_0 = \bar{y} - \hat{a}_1\bar{t} = 14.67 - (0.25)(6.5) = 13.045$

ومنه: معادلة مستقيم الاتجاه العام التنبؤية هي: $\hat{y}_i = 13.045 + 0.25t_i$

2- استبعاد أثر الاتجاه العام من مشاهدات الظاهرة (y):

أ) إيجاد القيم الاتجاهية للظاهرة $(\hat{y} = T)$، بعد التعويض بترتيب الفصول $(t_i = 1; 2; 3; \dots; 12)$، في معادلة الاتجاه العام $[\hat{y}_i = 13.045 + 0.25t_i]$، كما هو مبين في العمود (5) من الجدول الآتي.

ب) حساب مشاهدات الظاهرة (y) مجردة من أثر الاتجاه العام، وفقا للعلاقة التالية: $\frac{y}{T} \times 100\%$.

(1) السنوات	(2) الفصول	(3) ترتيب الفصول (t_i)	(4) قيم المبيعات (y)	(5) القيم الاتجاهية للمبيعات $\hat{y} = T = 13.045 + 0.25t_i$	(6)=(4÷5)× 100% المبيعات مجردة من الاتجاه العام $\frac{y}{T} \times 100\%$
2002	Q_1	1	12	13.295	90.26
	Q_2	2	14	13.545	103.36
	Q_3	3	16	13.795	115.98
	Q_4	4	10	14.045	71.20
2003	Q_1	5	20	14.295	139.91
	Q_2	6	10	15.545	68.75
	Q_3	7	12	14.795	81.11
	Q_4	8	18	15.045	119.64
2004	Q_1	9	16	15.295	104.61
	Q_2	10	18	15.545	115.79
	Q_3	11	20	15.795	126.62
	Q_4	12	10	16.045	62.32

3- حساب المؤشرات الموسمية المعدلة للفصول (S%):

لحساب المؤشرات الموسمية المعدلة للفصول (S%)، نتبع الخطوات التالية:

أ) نقوم بتنظيم نسب قيم المبيعات مجردة من أثر الاتجاه العام الواردة في العمود (6) من الجدول السابق، كما يلي:

Q_4	Q_3	Q_2	Q_1	الفصول / السنوات
71.20	115.98	103.36	90.26	2002
119.64	81.11	68.75	13.91	2003
62.32	126.62	115.79	104.61	2004
253.16	323.71	287.90	334.78	مجموع نسب المبيعات الفصلية

ب) حساب متوسطات نسب المبيعات الفصلية مجردة من أثر الاتجاه العام، على النحو التالي:

الفصول	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	المجموع
متوسطات الفصول	109.03	95.40	109.03	86.54	400

ت) تعديل متوسطات الفصول، للحصول على مجموع المتوسطات مساو (400) وفقا للعلاقة التالية:

$$S\% = \frac{\bar{Q}_i}{\sum_{i=1}^{4} \bar{Q}_i} \times N.S \times 100\%$$

مثلا: المؤشر الموسمي المعدل للفصل الأول: $S\% = \frac{111.59}{399.85} \times 4 \times 100\% = 119.64$ **، وهكذا ...**

فنحصل على الجدول التالي:

الفصول	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	المجموع
المؤشر الموسمي المعدل	111.63	96.01	107.94	84.42	400

4- تجريد مشاهدات الظاهرة (y) من أثر الموسم: ويتم ذلك وفقا للعلاقة التالية:

قيم المبيعات مجردة من أثر الموسم = $\frac{\text{المبيعات الفصلية(y)}}{\text{المؤشر الموسمي المعدل}(S\%)} \times 100\%$**،**

وهي ملخصة في الجدول التالي:

(1) السنوات	(2) الفصول	(3) المبيعات الفصلية (y)	(4) المؤشر الموسمي المعدل $(S\%)$	(5)=(3÷4)×100% المبيعات مجردة من أثر الموسم $\frac{y}{(S\%)} \times 100\%$
2002	Q_1	12	111.63	11
	Q_2	14	96.01	14
	Q_3	16	107.94	15
	Q_4	10	84.42	12
2003	Q_1	20	111.63	18
	Q_2	10	96.01	10
	Q_3	12	107.94	11
	Q_4	18	84.42	21
2004	Q_1	16	111.63	14
	Q_2	18	96.01	19
	Q_3	20	107.94	19

	Q_4	10	84.42	12

5- التنبؤ بقيم المبيعات الفصلية لسنة 2005، وذلك من خلال العلاقة التالية: $\hat{y}_F = T \times S\% = \frac{T \times S}{100}$

مثلا: القيمة التنبؤية لمبيعات الفصل الأول: $\hat{y}_{13} = \frac{T \times S}{100} = \frac{(16.295)(111.63)}{100} = 18$

.وهكذا ... فنحصل على الجدول التالي :

(1) السنوات	(2) الفصول	(3) ترتيب الفصول (t_i)	(4) القيم الاتجاهية للمبيعات $\hat{y}_i = 13.045 + 0.25t_i$	(5) المؤشر الموسمي المعدل $(S\%)$	(6)=(4×5)÷ 100 القيم التنبؤية للمبيعات $\hat{y}_F = (T \times S\%) \div 100$
2005	Q_1	13	16.295	111.63	18
	Q_2	14	16.545	96.01	16
	Q_3	15	16.795	107.94	18
	Q_4	16	17.045	84.42	14

3.3. التغيرات الدورية (العشوائية) Cyclical Variations

تعريف:

التغيرات الدورية هي التحركات طويلة المدى التي تتكرر صعودا أو نزولا على مستقيم الاتجاه العام للسلسلة الزمنية لظاهرة ما. ومن أهم أسباب حدوث التغيرات الدورية في السلاسل الزمنية للظواهر ذات الطابع الاقتصادي والتجاري هي الأسباب الاقتصادية، مما يطلق على هذا النوع من التغيرات " **الدورات الاقتصادية** "، إذ تعكس الفترات الزمنية المتعاقبة للظواهر الاقتصادية حالات الكساد أو الرفاه الاقتصادي التي تتصف بها اقتصاديات بعض الدول.

تحدث التغيرات الدورية بشكل منتظم، نتيجة تأثر السلسلة الزمنية بعوامل دورية وبأقل عدد من المتغيرات الفصلية. ويمكن الحصول على دورة واحدة للسلسلة الزمنية بين كل قمتين أو قاعين على منحنى السلسلة، مما يتطلب أن تكون السلسلة الزمنية بفترات زمنية طويلة من أجل تكرار حدوث التغيرات الدورية. ولتقدير هذا النوع من التغيرات نحتاج إلى أكثر من ستة (6) دورات كاملة من المشاهدات.

الشكل: يوضح طبيعة التغيرات الدورية للسلسلة الزمنية لظاهرة ما خلال الفترة (1990-2004)

الرسم

خطوات تقدير التغيرات الدورية وفصلها عن بقية مكونات السلسلة الزمنية الأخرى:

1- استخدام النموذج الضربي $[y = T + S + C + I]$لوصف السلسلة الزمنية للظاهرة.

2- إيجاد معادلة مستقيم الاتجاه العام التقديرية $[\hat{y} = T = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 t]$، باستخدام طريقة المربعات الصغرى.

3- إيجاد النسب المئوية لقيم الظاهرة (y) مجردة من الاتجاه العام (T)، وفقا للعلاقة التالية: $\frac{y}{T} \times 100\%$.

4- حساب المؤشرات الموسمية المعدلة $(S\%)$، باستخدام طريقة النسبة إلى الاتجاه العام.

5- إيجاد النسب الدورية للسلسلة الزمنية، وفقا للعلاقة التالية:

$$\frac{y}{T \times S\%} \times 100\% = \frac{(S \times C \times I) \times 100\%}{S\%} = (C \times I) \times 100\%$$

تنطوي الخطوة (5) على تقدير التغيرات الدورية (C) والتغيرات عير المنتظمة (I) في آن واحد وبشكل متباعد خلال الفترة، أو عدم حدوثها نهائيا خلال الفترة الزمنية للظاهرة المدروسة.

مثال (11):

تمثل البيانات التالية، كمية الإنتاج (بآلاف الدنانير) لأحد المحاصيل الزراعية، خلال الفترة (2000–2002).

السنوات والفصول	2000				2001				2002			
	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
كمية الإنتاج (y)	20	26	18	21	24	30	29	28	31	28	20	25

المطلوب: حساب النسب الدورية لكميات الإنتاج للفترة الزمنية المذكورة.

الحل:

لحساب النسب الدورية لكميات الإنتاج، نتبع الخطوات التالية:

1- أيجاد معادلة مستقيم الاتجاه العام، باستخدام طريقة المربعات الصغرى، على النحو التالي:

السنوات	الفصول	ترتيب الفصول (t_i)	كمية الإنتاج (y)	$t_i y_i$	t_i^2
2000	Q_1	1	20	20	1
	Q_2	2	26	52	4
	Q_3	3	18	54	9
	Q_4	4	21	84	16
2001	Q_1	5	24	120	25
	Q_2	6	30	180	36
	Q_3	7	29	203	49
	Q_4	8	28	224	64
2002	Q_1	9	31	279	81
	Q_2	10	28	280	100
	Q_3	11	20	220	121
	Q_4	12	25	300	144
Total	—	78	300	2016	650

عندئذ: $\bar{t} = \frac{78}{12} = 6.5$ ، $\bar{y} = \frac{300}{12} = 25$

إذن: $\hat{a}_1 = \frac{\sum t_i y_i - n(\bar{t})(\bar{y})}{\sum t_i^2 - n(\bar{t})^2} = \frac{2016-(12)(6.5)(25)}{650-12(6.5)^2} = 0.46$

$\hat{a}_0 = \bar{y} - \hat{a}_1 \bar{t} = 25 - (0.46)(6.5) = 22.01$

ومنه: معادلة مستقيم الاتجاه العام التنبؤية هي: $\hat{y}_i = 22.01 + 0.46t_i$

2- إيجاد النسب المئوية لكميات الإنتاج مجردة من أثر الاتجاه العام (T) وضرب النتائج في (100%)، كما هو موضح في العمود (6) من الجدول التالي:

(1) السنوات	(2) الفصول	(3) ترتيب الفصول (t_i)	(4) كمية الإنتاج (y)	(5) القيم الاتجاهية للإنتاج $\hat{y}_i = T = 22.01 + 0.46t_i$	(6)=(4÷5)×100% كميات الإنتاج مجردة من أثر الاتجاه العام $\frac{y}{T} \times 100\%$
2000	Q_1	1	20	22.47	89.01
	Q_2	2	26	22.93	113.39
	Q_3	3	18	23.39	76.96
	Q_4	4	21	23.85	88.05
2001	Q_1	5	24	24.31	98.72
	Q_2	6	30	24.77	121.11
	Q_3	7	29	25.23	114.94
	Q_4	8	28	25.69	108.99
	Q_1	9	31	26.15	118.55

	Q_2	10	28	26.61	105.22
	Q_3	11	20	27.07	73.88
2002	Q_4	12	25	27.53	90.81

3- حساب المؤشرات الموسمية المعدلة $(S\%)$، باستخدام طريقة النسبة إلى الاتجاه العام، على النحو التالي:

أ) تنظيم النسب المئوية لكميات الإنتاج مجردة من أثر الاتجاه العام، وإيجاد متوسطات نسب الإنتاج الفصلي، كما هو موضح في الجدول التالي:

الفصول / السنوات	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	المجموع
2002	89.01	113.39	76.96	88.05	—
2003	98.72	121.11	114.94	108.99	—
2004	118.55	105.22	73.88	90.81	—
مجموع نسب الإنتاج	306.28	339.72	265.78	287.85	—
متوسطات نسب الإنتاج	102.09	113.24	88.59	95.95	399.87

ب) تعديل متوسطات نسب الإنتاج الفصلي، وفقا للعلاقة التالية:

المؤشر الموسمي المعدل$(S\%)$: $S\% = \frac{\overline{Q_i}}{\sum_{i=1}^{4}\overline{Q_i}} \times N.S \times 100\%$

الفصول	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	المجموع
المؤشر الموسمي المعدل$S\%$	102.12	113.28	88.62	95.98	400

4- إيجاد النسب الدورية، وفقا للعلاقة التالية: $\frac{y}{T\times S\%} \times 100\% = \frac{(S\times C\times I)\times 100\%}{S\%} = (C \times I) \times 100\%$

فمثلا: النسبة الدورية للفصل الأول (Q_1) لسنة 2000 تكزن على النحو التالي:

$$(C \times I) \times 100\% = \frac{89.01}{102.12} \times 100\% = 87.16\%$$

وهكذا، نحسب بقية النسب الدورية الأخرى كما هو موضح في العمود (5) من الجدول التالي:

(1) السنوات	(2) الفصول	(3) النسب المئوية لكميات الإنتاج مجردة من أثر الاتجاه $(S \times C \times I)\%$	(4) المؤشرات الموسمية المعدلة $(S\%)$	(5)=(3÷4)×100% النسب الدورية $(C \times I) \times 100\% = \frac{(S\times C\times I)\times 100\%}{S\%}$
2000	Q_1	89.01	102.12	87.16
	Q_2	113.39	113.28	100.10
	Q_3	76.96	88.62	86.84
	Q_4	88.05	95.98	91.74
2001	Q_1	98.72	102.12	96.67
	Q_2	121.11	113.28	106.91
	Q_3	114.94	88.62	129.70
	Q_4	108.99	95.98	113.55
2002	Q_1	118.55	102.12	116.09
	Q_2	105.22	113.28	92.88
	Q_3	73.88	88.62	83.37
	Q_4	90.81	95.98	94.61

1.3. التغيرات العشوائية (غير المنتظمة) Irregular Variations

التغيرات العشوائية (غير المنتظمة) هي تغيرات لا يمكن التحكم فيها، والسيطرة عليها، وعدم إمكانية التنبؤ بها لفترات زمنية مستقبلية. وهذا النوع من التغيرات هو من أبسط العوامل المؤثرة على السلسلة الزمنية، لكونها أخطاء قد تحدث نتيجة تغيرات عرضية طفيفة لا يمكن التحكم في أسباب حدوثها، مثل الزلازل والبراكين، أو الفيضانات والأعاصير، أو الحرائق، أو الحروب، ... الخ. ولتقدير التغيرات غير المنتظمة (I)، ينبغي إمكانية تقدير بقية التغيرات الاتجاهية (T)، والفصلية (S)، والدورية (C) المكونات للسلسلة الزمنية.

الشكل: يوضح طبيعة التغيرات العشوائية للسلسلة الزمنية لظاهرة ما، خلال الفترة (1991–2000)

الشكل

خطوات تقدير التغيرات العشوائية، هي على النحو التالي:

1- استخدام النموذج الضربي، لوصف السلسلة الزمنية للظاهرة قيد الدراسة.
2- تقدير معادلة مستقيم الاتجاه العام للسلسلة الزمنية، ثم حساب القيم الاتجاهية التقديرية (T).
3- حساب المؤشرات الموسمية المعدلة (S%) للسلسلة الزمنية.
4- تقدير النسب الدورية (C%) للسلسلة الزمنية.
5- تقدير النسب العشوائية (غير المنتظمة) (I%) للسلسلة الزمنية، وفقا للعلاقة: $I \times 100\% = \frac{y}{T \times S\% \times C\%} \times 100\%$.

مثال (12):

تمثل البيانات التالية، قيم المبيعات الفصلية (بآلاف الدنانير) لإحدى السلع الكهربائية، خلال سنة (2004).

الفصول	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
المبيعات الفصلية(y)	20	16	22	18

وتوفرت لديك المعلومات التالية:

1- معادلة مستقيم الاتجاه العام التقديرية: $[\hat{y} = 19]$.
2- المؤشرات الموسمية المعدلة (S%) للفصول: $S_1\% = 105.26\%$، $S_2\% = 84.21\%$، $S_3\% = 115.79\%$، $S_4\% = 94.74\%$
3- النسب الدورية (C%) للفصول: $C_1\% = 100.22\%$، $C_2\% = 80.39\%$، $C_3\% = 103.14\%$، $C_4\% = 87.57\%$

المطلوب:

حساب النسب العشوائية (غير المنتظمة) (I%) للفصول لسنة 2004، مفترضا النموذج الضربي لوصف مشاهدات الفصول.

الحل:

- حساب النسب العشوائية (I%) للفصول لسنة 2004:

يتم ذلك باستخدام العلاقة التالية: $I \times 100\% = \frac{y}{T \times S\% \times C\%} \times 100\%$

مثلا، النسبة العشوائية (I%) للفصل الأول من السنة 2004 هي: $I \times 100\% = \frac{20}{19\left(\frac{105.26}{100}\right)\left(\frac{100.22}{100}\right)} \times 100\% = 99.78\%$

- وبنفس الأسلوب، يتم حساب بقية النسب، كما هو موضح في العمود (6) من الجدول التالي:

(1) الفصول	(2) المبيعات الفصلية (y)	(3) القيم الاتجاهية للمبيعات $T=\hat{y} = 9$	(4) المؤشرات الموسمية (S%)	(5) النسب الدورية (C%)	(6)=[(2) ÷ ((3)(4)(5)) × 100%] النسب العشوائية $I \times \% = \frac{y}{T \times S\% \times C\%} \times 100\%$
Q_1	20	19	105.26	100.22	99.78

Q_2	16	19	84.21	80.39	124.39
Q_3	22	19	115.79	103.14	96.96
Q_4	18	19	94.74	87.57	114.19