المحاضرة السادسة: اختبار جودة التنبؤ في حالة الارتباط الخطي

1- حساب تباين البواقي:

$$S_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n-2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\widehat{y_i} - y_i)^2}{n-2}$$

2- القدرة التفسيرية للنموذج (R^2):

تتراوح قيمة R^2 بين 0 و1 فإذا كان:

- $R^2=1$: فهذا يعني أن معادلة التمثيل المختارة بشكل صحيح تماما، وأنه لا يؤثر على المتغير التابع (Y) أي متغير آخر مستقل غير المتغير (X).
- $R^2=0$: كل التغيرات التي تحدث في (Y) هي بفعل عوامل أخرى غير (X).

3- اختبار المعنوية الإحصائية لمعالم النموذج (b_0, b_1):

أ- إذا كان n≤30 فينبغي استخدام توزيع ستيودنت (Student's t).

$\frac{\widehat{b_0}-b_0}{\sigma_{\widehat{b_0}}}$: يتبع توزيع ستيودانت بدرجة حرية n-2

- **اختبار معنوية الإحصائية b_0:**

$$\begin{cases} H_0: b_0 = 0 \\ H_1: b_0 \neq 0 \end{cases}$$

تحت الفرضية H_0 ($b_0=0$): تصبح النسبة:

$$t^* = \frac{|\widehat{b_0}|}{\sigma_{\widehat{b_0}}}$$

تتبع توزيع ستيودانت بدرجة حرية n-2، واختبار هذه الفرضية يكون بمقارنة هذه القيمة المحسوبة مع القيمة الجدولية عند مستوى معنوية ($\alpha = 0.05$): $t_{n-2}^{\alpha/2}$

- إذا كانت: $t^* > t_{n-2}^{\alpha/2}$ نرفض H_0 أي أن المعلمة b_0 لها معنوية احصائية.

- إذا كانت: $t^* \leq t_{n-2}^{\alpha/2}$ نقبل H_0 أي أن المعلمة b_0 ليس لها معنوية احصائية.

- **اختبار معنوية الإحصائية b_1:**

$$\begin{cases} H_0: b_1 = 0 \\ H_1: b_1 \neq 0 \end{cases}$$

تحت الفرضية H_0 ($b_0=0$): تصبح النسبة:

$$t^* = \frac{|\widehat{b_1}|}{\sigma_{\widehat{b_1}}}$$

تتبع توزيع ستيودانت بدرجة حرية n-2، واختبار هذه الفرضية يكون بمقارنة هذه القيمة المحسوبة مع القيمة الجدولية عند مستوى معنوية ($\alpha = 0.05$): $t_{n-2}^{\alpha/2}$

- إذا كانت: $t^* > t_{n-2}^{\alpha/2}$ نرفض H_0 أي أن المعلمة b_1 لها معنوية احصائية.

- إذا كانت: $t^* \leq t_{n-2}^{\alpha/2}$ نقبل H_0 أي أن المعلمة b_1 ليس لها معنوية احصائية.

إذا كان n-2≤30 فنأخذ: $\boldsymbol{t_{\infty}^{0,05/2}}$

- إذا كانت: $t^* > t_{\infty}^{0,05/2}$ نرفض H_0 أي أن المعلمة b_0 (b_1) لها معنوية احصائية.

4- اختبار المعنوية الكلية للنموذج:

يهدف جدول تحليل التباين (ANOVA)، إلى توضيح تأثير المتغير المستقل في المتغير التابع، وتزداد أهمية هذا الجدول عند دراسة الانحدار المتعدد حيث يستفاد منه في معرفة تأثير كل متغير من المتغيرات المستقلة في المتغير التابع وبالتالي اعتماد المتغيرات المؤثرة في النموذج.

جدول تحليل التباين للانحدار الخطي البسيط

مصدر التغير	مجموع المربعات	درجة الحرية	المربعات المتوسطة
المتغير المستقل	ESS	1	ESS/1
البواقي	RSS	n-2	RSS/n-2
المجموع	TSS	n-1	

يمكن استنتاج معامل التحديد من خلال الجدول كما يلي: $R^2 = \frac{ESS}{TSS}$

كما يمكننا الحصول على إحصائية فيشر F من العلاقة:

$$F^* = \frac{ESS/_1}{RSS/_{n-2}}$$

إذا كان التباين المفسر له معنوية أكبر من تباين البواقي يمكن اعتبار أن المتغير (x) كمتغير مفسر حقيقي.

حيث نستخدم إحصائية فيشر F لاختبار الفرضية:

$$\begin{cases} H_0: b_1 = 0 \\ H_1: b_1 \neq 0 \end{cases}$$

حيث أن إحصائية فيشر تتبع توزيع فيشر بدرجتي حرية 0 ، n-2 عند مستوى معنوية α.

- إذا كانت: $F^* > (1, n-2, \alpha)$ نرفض H_0 أي أن النموذج معنوي عند مستوى المعنوية α.
- إذا كانت: $F^* \leq (1, n-2, \alpha)$ نرفض H_0 أي أن النموذج معنوي عند مستوى المعنوية α.