

**Institut des sciences et Technologie**  
**Département des Sciences de la Nature et de la Vie**  
**Sciences de la Nature et de la Vie / Sciences biologiques, / Biotechnologies / Ecologie et environnement / Semestre 3 / Section A**

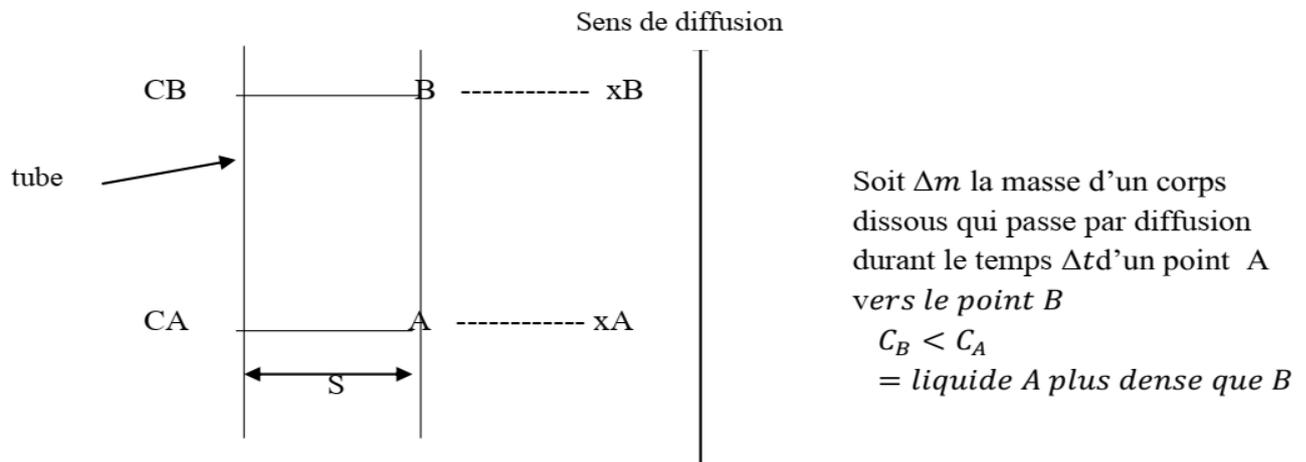
**1- Diffusion :**

Si on mélange 2 liquides différents ( si possible de couleurs différentes) et miscibles , après un temps très court , on remarque que le mélange devient homogène (liquides se mélangent) pour 3 causes :

- a) Les agitations mécaniques, vibrations, etc
- b) Les différences de température des 2 liquides qui entraînent un mouvement de convection (les molécules du fluide chaud sont remplacées par de nouvelles molécules à plus basse température).
- c) L'agitation thermique des molécules.

Donc on appelle diffusion le mélange qui est du exclusivement à l'agitation thermique phénomène de migration libre de molécules parmi d'autres c'est-à-dire que ces molécules se propagent de façon homogène dans tout l'espace qui leur est offert

**1-1 Formule de Fick : Loi qui régit le phénomène de diffusion**



S : Section du tube

Figure 4.1

La loi de Fick s'écrit :

$$\Delta m = -D \frac{C_B - C_A}{x_B - x_A} \Delta t S$$

Si A et B soit très proches, on a une différentielle

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = -D \frac{\Delta C}{\Delta x} S \Rightarrow \Delta m = -D S \frac{\Delta C}{\Delta x} \Delta t = -D \frac{\Delta C}{\Delta x} S \Delta t$$

$\frac{\Delta C}{\Delta x}$  : Gradient de concentration négatif ( $\Delta C < 0, \Delta x > 0$ )

$S$ : Section du tube ou surface de diffusion ( $m^2$  ou  $cm^2$ )

$D$  : Coefficient de diffusion qui ne dépend pas de la nature du solvant ni de la nature du soluté . Unité du coefficient de diffusion ( $\frac{m^2}{s}$  ou bien  $\frac{cm^2}{s}$ )

$\frac{\Delta m}{\Delta t}$  : Débit de diffusion ou masse de soluté qui s'est déplacée pendant le temps  $\Delta t$  du point  $x_A$  de concentration pondérale  $C_A$  au point  $x_B$  de concentration pondérale  $C_B$ .

On peut aussi avoir le nombre de moles qui diffusent (au lieu la masse de molécules) par unité de temps

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} \text{ (}\Phi\text{: flux molaire de diffusion)} \frac{\Delta n}{\Delta t} = -D S \frac{\Delta C^M}{\Delta x}$$

Le coefficient de diffusion  $D$  dépend des conditions expérimentales de la diffusion la température, la nature du soluté et la nature du solvant

$$D = \frac{k_B T}{f}$$

Où le  $k_B$  est la constante de Boltzmann ( $1,38 \cdot 10^{-23} J K^{-1}$ ),  $T$  : Température en  $K^\circ$

$f$  : coefficient de friction qui est défini de la façon suivante ; si la particule se déplace à la vitesse  $v$  dans le milieu liquide, elle doit vaincre une force de frottement  $F$  proportionnelle à  $v$   
 $F = f v$

Dans le cas particulier où la particule est sphérique de rayon  $r$  on peut montrer ( loi de Stokes) que  $F = 6 \pi \eta r v$  c'est-à-dire que  $f = 6 \pi \eta r$

$D$  est proportionnel à la température  $T$ . Si la température et le coefficient de diffusion augmentent alors  $\frac{\Delta n}{\Delta t}$  augmente.

Considérons deux solutés de rayons  $r_1$  et  $r_2$  qui diffusent dans deux milieux de viscosité  $\eta_1$  et  $\eta_2$  et deux températures  $T_1$  et  $T_2$  respectivement.

Nous avons :

$$D_1 = \frac{k T_1}{6 \pi \eta_1 r_1}, \quad D_2 = \frac{k T_2}{6 \pi \eta_2 r_2} \quad \text{donc} \quad \frac{D_2}{D_1} = \frac{T_2 \eta_2 r_1}{T_1 \eta_1 r_2}$$

$$\Rightarrow D_2 = \frac{T_2 \eta_2 r_1}{T_1 \eta_1 r_2} D_1$$

On prend le cas de deux soluté 1 et 2 qui ont différents mais diffusent dans les mêmes conditions expérimentales ( $\eta_1 = \eta_2$ ,  $T_1 = T_2$ ) donc

$$D_2 = \frac{r_1}{r_2} D_1$$

Considérons dans ce cas particulier que la densité volumique des molécules de soluté 1 est égale à celle du 2<sup>ème</sup> soluté ( $\rho_1 \approx \rho_2$ ).

On a  $\rho = \frac{m}{V}$  avec  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$  ( $V$  : volume d'une molécule sphérique)

$$\text{Avec } M = N m \implies \rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3} \pi r^3} \implies r = \sqrt[3]{\frac{M}{\frac{4}{3} \pi N \rho}}$$

Nous obtenons alors pour les deux solutés  $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt[3]{\frac{M_1}{M_2}}$  car ( $\rho_1 \approx \rho_2$ ).

Nous avons alors pour deux solutés de masses molaires  $M_1$  et  $M_2$  diffusant dans les mêmes conditions expérimentales, le coefficient de diffusion  $D_2$  est donné par cette formule :

$$D_2 = \sqrt[3]{\frac{M_1}{M_2}} D_1$$

### 1-2 Expression mathématique complète de la loi de Fick (la 2<sup>ème</sup> loi de Fick) :

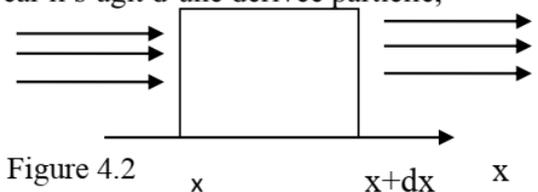
Il faut remplacer l'accroissement finis  $\Delta m$  et  $\Delta t$  par les différentielles, autrement dit les rapports par les dérivées :

$$dm = -D \frac{\partial C}{\partial x} S dt \implies dm = J S dt \quad \text{avec } J = -D \frac{\partial C}{\partial x}$$

On emploie des  $\partial$  ronds pour le gradient de concentration, car il s'agit d'une dérivée partielle,  $C$  étant fonction de 2 variables  $x$  et  $t$ .

Soit l'élément de volume  $dV = S dx$

Le nombre de moles qui rentrent pendant  $dt$



$$dn_1 = J_x S dt$$

Le nombre de moles qui sortent pendant dt

$$dn_2 = J_{x+dx} S dt$$

Le nombre de moles contenues dans l'élément de volume dV est dn

$$dn = dn_1 - dn_2 = dC S dx = J_x S dt - J_{x+dx} S dt$$

$$dn = -(J_{x+dx} S dt - J_x S dt) = -dJ S dt \quad \text{avec } c = \frac{n}{V}$$

donc on obtient  $dC dx = -dJ dt \implies \frac{dC}{dt} = -\frac{dJ}{dx}$

$\implies \frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial J}{\partial x}$  avec  $J = -D \frac{\partial C}{\partial x}$

$\implies \frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$  La 2<sup>ème</sup> loi de Fick

Dans le cas particulier ou  $\frac{\partial C}{\partial t} = 0$  (régime stationnaire)

La 2<sup>ème</sup> loi de Fick implique que  $\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0 \implies C(x) = A x + B$

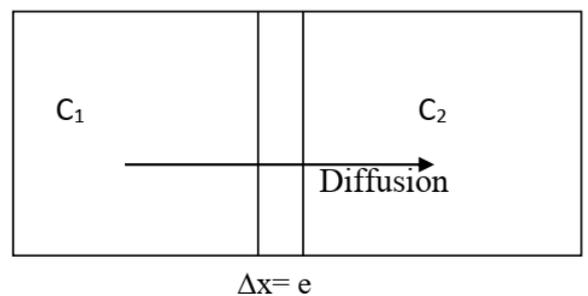
Ou A et B sont des constantes. Dans le cas particulier ou le régime est stationnaire la variation C avec x c'est une droite.

**1-3 Diffusion à travers une membrane :**

On considère que  $C_1 > C_2$  avec

$$C(0) = C_1$$

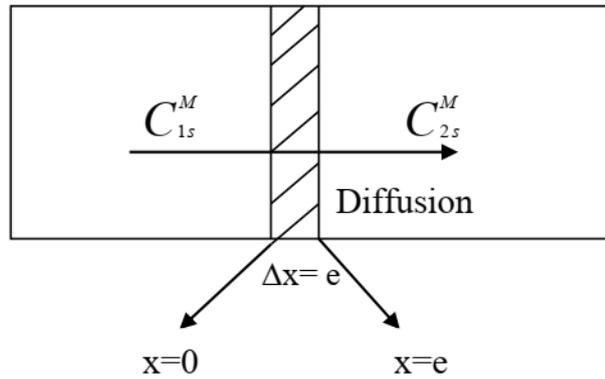
$$C(e) = C_2$$



On considère une membrane de surface S et d'épaisseur e parcourue par des pores dont la surface totale est notée par  $S_p$ . Cette membrane sépare deux milieux dont les concentrations molaires sont respectivement  $C_{1s}^M$  et  $C_{2s}^M$ .

La membrane laisse diffuser les molécules de solutés. En supposant que  $C_{1s}^M > C_{2s}^M$  la diffusion se fait de 1 vers 2.

On propose de trouver le forme de la concentration à l'intérieur de la membrane. Si l'on suppose que le régime de diffusion est stationnaire et que les concentrations  $C_{1s}^M$  et  $C_{2s}^M$  sont maintenues constantes de part et d'autre de la membrane pendant la diffusion.



On cherche la forme de  $C^M$  à l'intérieur de la membrane, on considère que le régime est stationnaire :

$$\frac{\partial C^M}{\partial t} = 0 \quad -1-$$

$$\text{La 2}^{\text{ème}} \text{ loi de Fick : } \frac{\partial C^M}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad -2- \quad \Longrightarrow \quad \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0$$

$$\Longrightarrow C(x) = A x + B \quad -3-$$

En utilisant les conditions aux limites :

$$x=0, \quad C^M(x) = C^M(0) = C_1^M$$

$$x=e, \quad C^M(x) = C^M(e) = C_2^M$$

En utilisant ces conditions aux limites nous obtenons les constantes A et B.

$$A = \frac{C_2^M - C_1^M}{e}, \quad B = C_1^M$$

En remplaçant A et B dans l'équation 3 on obtient :

$$C^M(x) = \frac{C_2^M - C_1^M}{e} x + C_1^M$$

A est exprimé en mol/m<sup>4</sup> et sa valeur est négative, B est exprimé en mol/m<sup>3</sup>

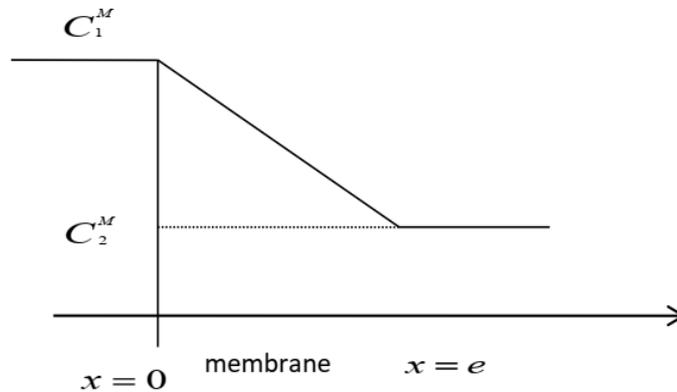


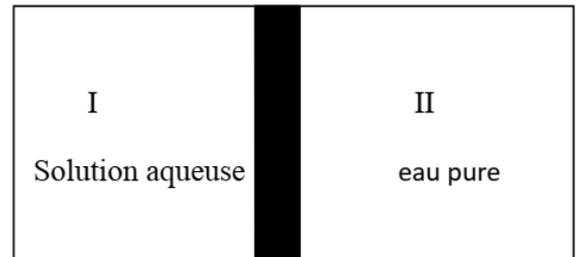
Figure4.3 : Variation de la concentration à l'intérieure de la membrane à l'intérieure de la membrane  $C(x)$  est une droite à pente négative.

## 2-Phénomène d'osmose et pression osmotique :

### 2-1 Définition :

Soit deux compartiments séparés par une membrane sélective et hémiperméable (semi perméable) Figure 4.4, perméable qu'a l'eau.

- Le compartiment I contient une solution Aqueuse d'un corps qui ne peut pas traverser La membrane.
- Le compartiment II contient de l'eau pure.



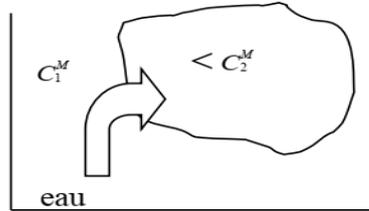
Donc le système n'est pas en équilibre car toute l'eau diffuse de II vers I( compartiment II se vide totalement)

Ce passage de solvant pur à travers une membrane hémiperméable est appelé osmose de la solution la moins concentrée vers la solution la plus concentrée.

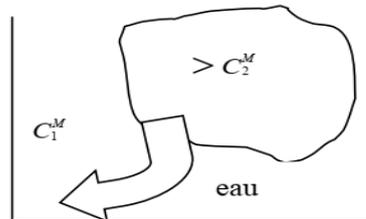
### 2-2 Applications biologiques :

Cas des membranes des cellules ( globules rouges) hématies qui séparent le milieu extracellulaire et le milieu intracellulaire.

- Si le milieu externe est hypotonique (moins concentré), l'eau pénètre dans les cellules et les fait gonfler phénomène de turgescence.  $C_1^M < C_2^M$



- Si le milieu externe est hypertonique (plus concentré), la cellule perd toute son eau et se rétracte (plasmolyse)  $C_1^M > C_2^M$



### 3- Perméabilité :

On définit la porosité de la membrane qui est le rapport de la surface totale des pores  $S_p$  à sa surface.

$$\epsilon_0 = \frac{S_p}{S} < 1$$

La première loi de Fick s'exprime en fonction de S et  $S_p$

$$\frac{dn}{dt} = -D \epsilon_0 S \frac{C_2^M - C_1^M}{e} \longrightarrow \frac{dn}{dt} = -D \frac{\epsilon_0 S}{e} \Delta C^M$$

$\Delta C^M = C_2^M - C_1^M$ , la quantité  $\frac{\epsilon_0 S}{e}$  est appelé la perméabilité de la membrane elle est notée  $P_e$  qui est homogène à une vitesse. Donc la 1<sup>ère</sup> loi de Fick s'écrit de la manière

suivante en fonction de la perméabilité  $\frac{dn}{dt} = -P_e S \Delta C^M$