

**Exercice 1**

On cherche à estimer l'âge moyen, la variance des âges et la proportion de fumeurs dans une population de 5 personnes appelées  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$ .

Les réponses données aux 2 questions suivantes:

- "Quel âge avez-vous"
- "Êtes-vous fumeurs"

sont reproduites dans le tableau ci-dessous:

Personnes	Age	Fumeur
$P_1$	22 ans	oui
$P_2$	20 ans	non
$P_3$	25 ans	non
$P_4$	24 ans	oui
$P_5$	24 ans	oui

Apartir de tous les échantillons de dimension  $n=2$ :

- 1 définir les variables aléatoires  $X_1$  et  $X_2$  de l'échantillon  $(X_1, X_2)$ .
- 2 donner les lois de probabilité des variables aléatoires  $X_1$  et  $X_2$ .
- 3 donner les lois de probabilité de la moyenne d'échantillonnage, de la variance d'échantillonnage et de la proportion d'échantillonnage.
- 4 étudier les propriétés de ces différentes variables d'échantillonnage.

Conclusion.

**Exercice 2**

On considère une population  $U$  de  $N = 5$  individus pour lesquels on connaît les valeurs de la variable  $Y$ :  $y_1 = 3, y_2 = 1, y_3 = 0, y_4 = 1, y_5 = 5$ . On choisit un 3-échantillon aléatoire simple  $S$  dans cette population.

- 1 Donner les valeurs de la moyenne, de la médiane et de la variance de la variable  $Y$  dans la population. Lister tous les échantillons possibles de taille  $n = 3$ . Quelle est la probabilité de sélection de chaque échantillon ?
- 2 Pour un échantillon donné, on estime la moyenne (respectivement la médiane) de la population. Calculer les valeurs de ces estimateurs pour chaque échantillon et en déduire que l'estimateur de la moyenne est sans biais alors que l'estimateur de la médiane est biaisé.
- 3 Pour chaque échantillon, calculer l'estimateur  $S_{Y_S}^2$  de  $S_{Y_U}^2$  et en déduire que cet estimateur est sans biais (on rappelle que  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_i (X_i - \bar{X})^2$ ).

### Exercice 3

Un dosage de sucre dans une solution effectué sur 8 prélèvements provenant d'une même population a donné les résultats suivants exprimés en g=l.

19, 519, 719, 820, 220, 220, 320, 420, 8

- 1 Déterminer les estimations ponctuelles de la moyenne et l'écart-type de cette distribution ?
- 2 Quel est l'intervalle de confiance de la moyenne au niveau 95%?  
Quel est l'intervalle de confiance de la moyenne au niveau 99%?
- 3 Quel est l'intervalle de confiance de la variance au niveau 95%?