Centre universitaire Abdalhafid Boussouf Mila
Institut des Sciences et Technologie
Module : Équations différentielles
$3^{\text{ème}}$ année Maths, 2023-2024

Equations différentielles d'ordre supérieure

Exercice 1

On considère l'équation différentielle suivante

$$(E) : ty^{''} - (t+1)y^{'} + y = t^2,$$

a) Déterminer une solution de l'équation homogène (E_0) de la forme $y(t) = \exp(\alpha t)$, où $\alpha \in \mathbb{R}$.
b) Trouver les solutions de l'équation (E_0).
c) Trouver les solutions de l'équation (E).
d) Déterminer la seule solution de (E) qui vérifiée $y(1) = 0$ et $y'(1) = 2$.

Exercice 2

On considère l'équation différentielle suivante

$$(E_1) : y^{''} - 4y^{'} + 4y = d(x),$$

ou d est une fonction de t.
1) Résoudre (E_1) sans second membre.
2) Trouver la solution particulière de (E_1) quand $d(t) = \exp(-2t)$ puis quand $d(t) = \exp(2t)$.
3) Donner la solution générale de (E_1) quand $d(t) = \dfrac{\exp(2t) + \exp(-2t)}{4}$.

Exercice 3

Résoudre léquations différentielle suivante :

$$y^{''} + y = \tan t.$$

Exercice 4

On considère l'équation différentielle suivante :

$$(E_2) : y^{'''} + 2y^{''} + ty^{'} + 6y + 5\cos t = 0,$$

pour $t \in I \subset \mathbb{R}$.
1) Dire si cette équation différentielle est linéaire ou non et donner son ordre (justifier).
2) Mettre cette équation différentielle sous la forme $Z'(t) = F(t, Z(t))$, où F est une application que l'on déterminera.
3) Soient $t_0, a, b, c \in \mathbb{R}$. Montrer qu'il existe une unique solution maximale y de l'équation (E_2) qui satisfasse aux conditions initiales

$$y(t_0) = a, \;\; y'(t_0) = b \;\; et \;\; y^{''}(t_0) = c.$$

R de la matière : S. Bourourou