

Chapitre III Calcul des portiques sous charges horizontales

Méthode de MUTO

INTRODUCTION :

Pour reprendre les forces horizontales (vent ou séisme), les constructions en béton armé doivent comporter un contreventement qui assure leur stabilité.

Le contreventement peut être assuré par l'un des cas suivants:

- Portique: "système poteaux-poutres".
- Voiles ou murs: appelés couramment refends.
- Noyau: en cage d'escaliers et/ou d'ascenseur.
- Structures mixtes: on peut avoir combinaison de portiques et de refends.

Les méthodes de calcul permettent de déterminer les forces horizontales ou efforts tranchants repris par chaque élément de contreventement en vue de calculer les efforts suivants:

- Moment fléchissant M.
- Effort normal N.
- Effort tranchant V.

L'utilisation des méthodes approchées et rapides nous permet d'obtenir la distribution d'effort tranchant global par étage dans chaque élément propre à chaque type de contreventement.

I. CONTREVENTEMENT PAR PORTIQUE:

METHODE DE MUTO

1. Principe de la méthode:

La méthode de Muto est très utilisée pour ce type de contreventement, elle est basée sur la rigidité relative de niveau d'un portique dont Muto suggère comme valeur, la rigidité avec des poteaux parfaitement encastres multipliée par un coefficient correcteur tenant compte de la flexibilité des poutres arrivant aux noeuds.

Si R^* est la rigidité relative de niveau d'un portique avec poteaux parfaitement encastres (ou bien poutre infiniment rigide) on a:

$$R = \alpha \cdot R^*$$

Avec: R : rigidité relative de niveau d'un portique corrigée au sens de Muto.
 α : coefficient correcteur.

2. Etapes de calcul:

2.1. Calcul des raideurs des poteaux et des poutres:

$$K_{\text{poteau}} = \frac{I}{h}$$

$$K_{\text{poutre}} = \frac{I}{L}$$

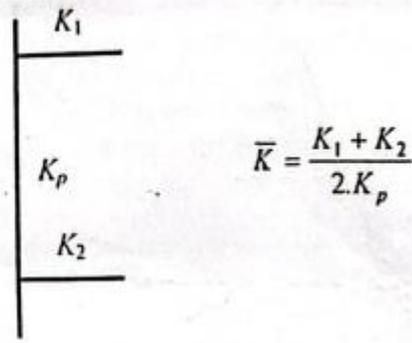
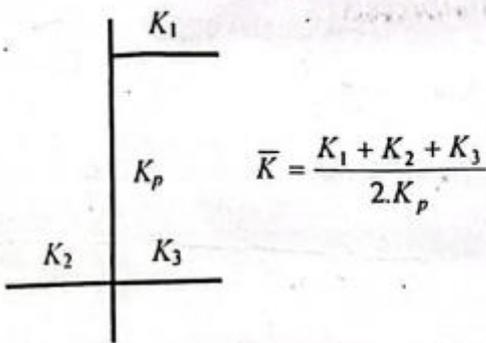
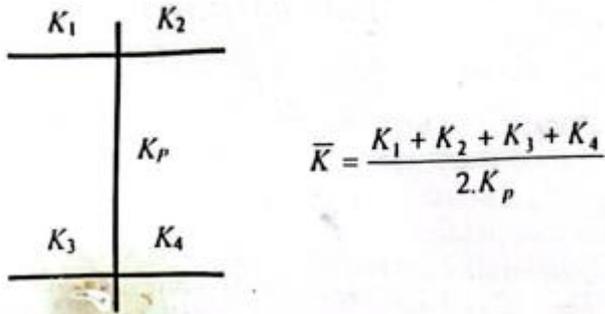
Avec :

I : inertie de l'élément considéré (poteau ou poutre).

L : portée de la poutre considérée.

h : hauteur libre du poteau considéré.

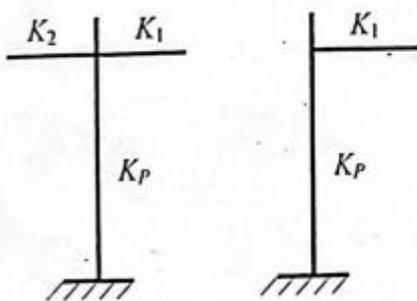
2.2. Calcul des coefficients \bar{K} relatifs aux portiques transversaux et longitudinaux.
a. Etage courant ou niveau courant:



En règle générale: $\bar{K} = \frac{\sum K_i \text{ poutres supérieures et inférieures}}{2.K_p}$

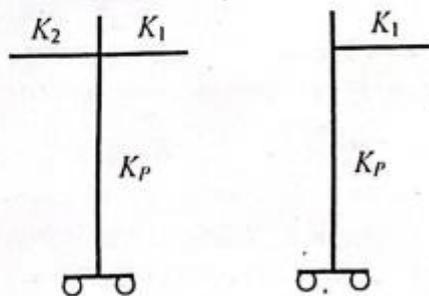
b. Premier niveau, (R.D.C.):

Encastrement parfait:



$$\bar{K} = \frac{K_1 + K_2}{K_p}$$

Articulation:



$$\bar{K} = \frac{K_1}{K_p}$$

En règle générale: $\bar{K} = \frac{\sum K_i \text{ poutres supérieures}}{K_p}$

2.3 Calcul des coefficients correcteurs "a"

a. Etage courant ou niveau courant:

$$a = \frac{\bar{K}}{2 + \bar{K}}$$

b. Premier niveau, (R.D.C.):

Poteau encastré:

$$a = \frac{0,5 + \bar{K}}{2 + \bar{K}}$$

Poteau articulé:

$$a = \frac{0,5 \bar{K}}{1 + 2 \bar{K}}$$

2.4. Calcul des rigidités des poteaux suivant les deux sens:

Etage courant ou niveau courant:

$$r = a \cdot \frac{12 \cdot EI}{h^3}$$

Premier niveau, (R.D.C.):

Poteau encastré à la base: $r = a \cdot \frac{12 \cdot EI}{h^3}$

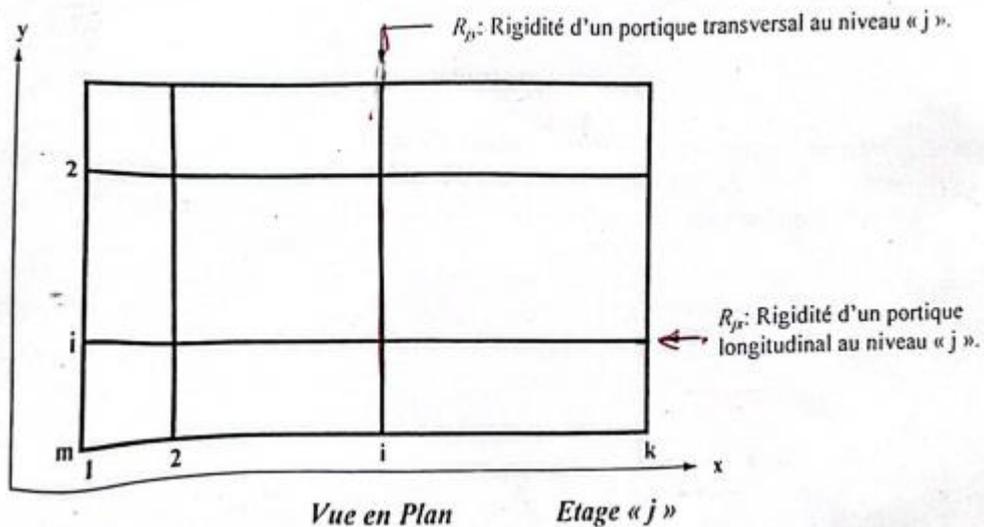
Poteau articulé à la base: $r = a \cdot \frac{3 \cdot EI}{h^3}$

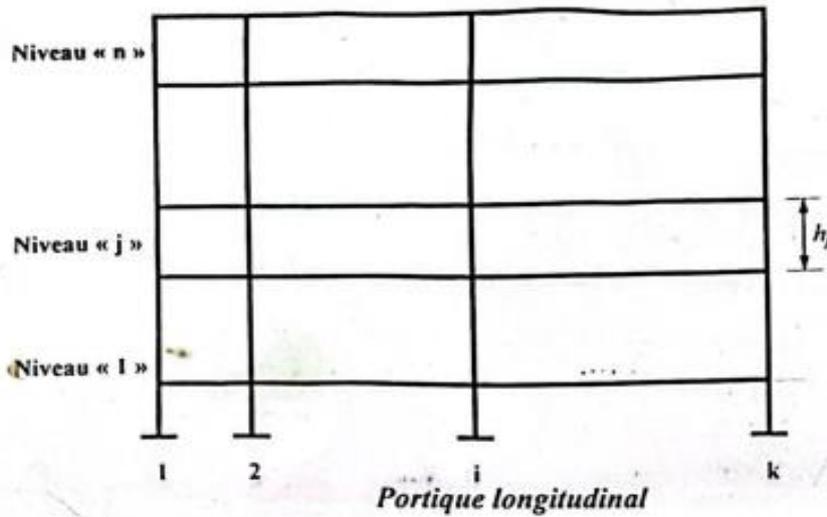
Avec: E : module de Young longitudinal du béton.

I : inertie de la section du poteau suivant le sens considéré.

h : hauteur libre du poteau.

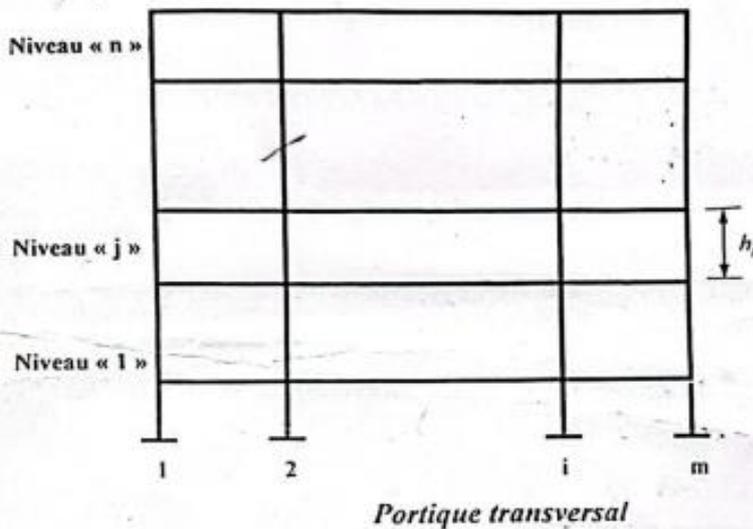
2.5. Calcul des rigidités relatives de niveau des portiques transversaux et longitudinaux.





$$R_{jx} = \sum_{i=1}^{i=k} a_i \frac{12.EI_i}{h_j^3}$$

I_i = inertie par rapport à l'axe passant par le centre de gravité de la section du poteau « i » parallèle à l'axe « y ».

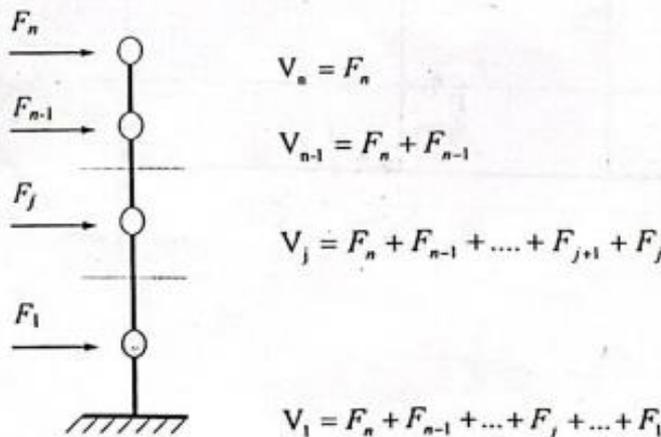


$$R_{jy} = \sum_{i=1}^{i=m} a_i \frac{12.EI_i}{h_j^3}$$

I_i = inertie par rapport à l'axe passant par le centre de gravité de la section du poteau « i » parallèle à l'axe « x ».

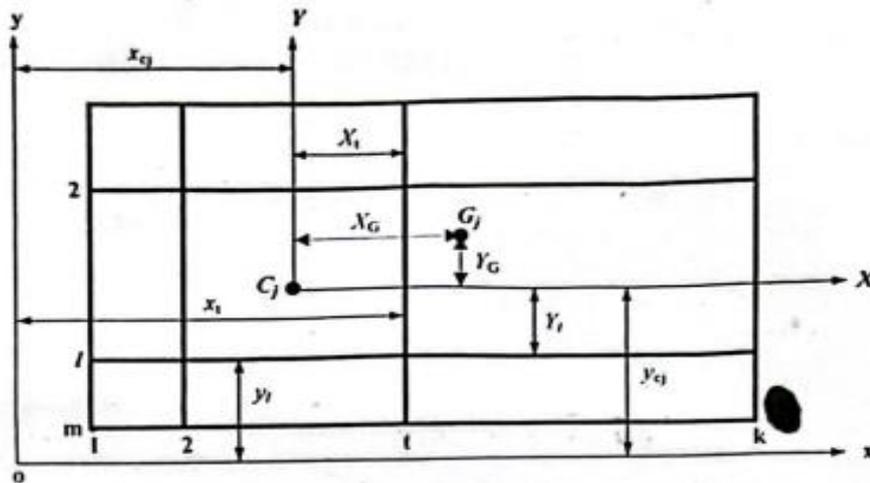
2.6. Détermination des efforts tranchants d'étage:

Soient F_1, F_2, \dots, F_n les forces sismiques calculées d'après le règlement parasismique Algérien (R.P.A.99) ou bien les forces dues au vent (voir normes spécifiques au vent, ex. Eurocode).



L'effort tranchant d'étage est la somme des forces agissant au-dessus de l'étage « j » considéré.

2.7. Détermination du centre de torsion (C_j) à l'étage « j ».



C_j : Centre de torsion à l'étage « j ».

x_{Gj} : Coordonnées de C_j par rapport à (oxy) .

y_{Gj}

G_j : Centre de gravité du plancher « j ».

X_G : Coordonnées de G_j par rapport au nouveau repère (XC_jY) .

Y_G

o : Point quelconque.

ox, oy : Axes parallèles aux directions principales du bâtiment.

x_i : Distance d'un portique transversal à l'axe oy .

y_i : Distance d'un portique longitudinal à l'axe ox .

On a:

$$x_{Gj} = \frac{\sum_{i=1}^{l+k} R_{j(i)} \cdot x_i}{\sum_{i=1}^{l+k} R_{j(i)}} \quad y_{Gj} = \frac{\sum_{i=1}^{l+m} R_{j(i)} \cdot y_i}{\sum_{i=1}^{l+m} R_{j(i)}}$$

2.8. Détermination de la rigidité à la torsion à l'étage « j ».

$$R_{j\theta} = \sum_{i=1}^{l+k} R_{j(i)} X_i^2 + \sum_{i=1}^{l+m} R_{j(i)} Y_i^2$$

$R_{j\theta}$: Rigidité à la torsion à l'étage « j ».

X_i : Distance d'un portique transversal à l'axe C_jY

Y_i : Distance d'un portique longitudinal à l'axe C_jX

2.9. Répartition des efforts tranchants par étage aux différents portiques:

Soient:

v_{jx} : Effort tranchant engendré par le séisme ou le vent dans le sens x à l'étage « j ».

v_{jy} : Effort tranchant engendré par le séisme ou le vent dans le sens y à l'étage « j ».

En supposant que les rigidités de niveau des portiques R_x et R_y ne varient pas ou varient progressivement de la même façon suivant la hauteur du bâtiment on peut dans ce cas considérer que le centre de torsion C et le centre de gravité G varient peu d'un étage à l'autre.

$$X_G = \text{constante} \quad \text{et} \quad Y_G = \text{constante}$$

Les centres de torsion C_j sont sensiblement sur la même verticale.

Les centres de gravités G_j sont sensiblement sur la même verticale.

Alors on aura:

$$V_{jx}^{(l)} = v_{jx} \frac{R_{j(l)}}{\sum_{l=1}^{i=m} R_{j(l)}} + v_{jx} \frac{R_{j(l)} \cdot Y_l}{R_{j0}} \cdot Y_G$$

$V_{jx}^{(l)}$: Effort tranchant de niveau "j" revenant au portique longitudinal "l".

et,

$$V_{jy}^{(t)} = v_{jy} \frac{R_{j(t)}}{\sum_{t=1}^{k} R_{j(t)}} + v_{jy} \frac{R_{j(t)} \cdot X_t}{R_{j0}} \cdot X_G$$

$V_{jy}^{(t)}$: Effort tranchant de niveau "j" revenant au portique transversal "t".

3. SOLLICITATIONS DANS LES DIFFERENTS ELEMENTS DE CONTREVENTEMENT.

3.1. Différentes étapes de calcul du moment de flexion dans les poutres et les poteaux.

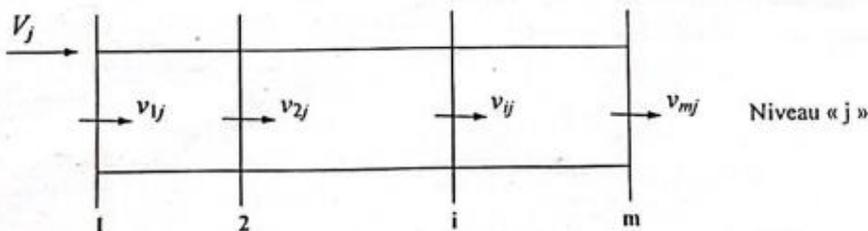
3.1.1. Calcul de la rigidité de niveau des poteaux et des portiques.

(voir sections 2.4 et 2.5)

3.1.2. Calcul des efforts tranchants de niveau pour chaque portique.

(voir section 2.9)

3.1.3. Calcul des efforts tranchants v_{ij} relatifs repris par chaque poteau.



$$v_{ij} = V_j \frac{r_{ij}}{R_j}$$

$$\text{avec: } r_{ij} = a_i \frac{12 \cdot E I_i}{h_j^3}$$

Etage courant et R.D.C.
avec poteaux encastés.

$$r_{ij} = a_i \frac{3 \cdot E I_i}{h_j^3}$$

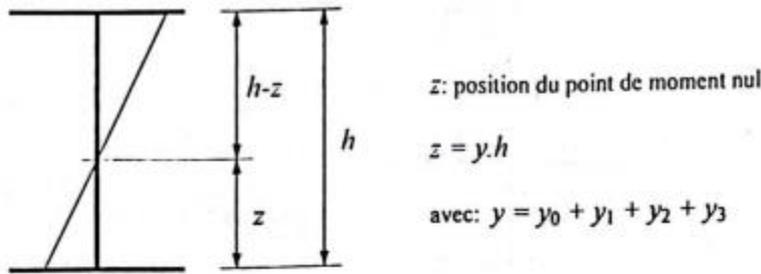
R.D.C. avec poteaux
articulés à la base.

$$R_j = \sum_{i=1}^{i=m} r_{ij}$$

a_i : coefficient correcteur (voir section 2.3).

I_i : inertie du poteau de la file « i » au niveau j.

3.1.4. Détermination de la position du point de moment nul dans les poteaux



y_0 : coefficient en fonction de \bar{K} , du nombre total de niveaux, et du rang du niveau occupé par le poteau considéré, (Tableaux : 7.1.a et 7.1.b).

y_1 : terme de correction dû à la variation de la rigidité linéaire (I/L) des poutres supérieures et inférieures, du poteau considéré, (Tableau : 7.2).

$$y_1 = f(\alpha_1, \bar{K}) \quad \alpha_1 = \frac{K_1 + K_2}{K_3 + K_4} = \frac{K_s}{K_i} \begin{matrix} \Leftarrow \text{poutres supérieures} \\ \Leftarrow \text{poutres inférieures} \end{matrix}$$

Si $K_s > K_i$, on prend $\alpha_1 = \frac{K_i}{K_s}$ et on affecte la valeur lue par le signe (-)

Pour $\alpha_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 0$

y_2 : terme de correction dû à la variation de la hauteur d'étage par rapport à l'étage supérieur adjacent et donné en fonction de α_2 et de \bar{K} , (Tableau : 7.3).

$$y_2 = f(\alpha_2, \bar{K}) ; \quad \alpha_2 = \frac{h_j}{h}$$

h_j : hauteur du poteau adjacent supérieur. h : hauteur du poteau considéré.
 Au dernier niveau: $y_2 = 0$

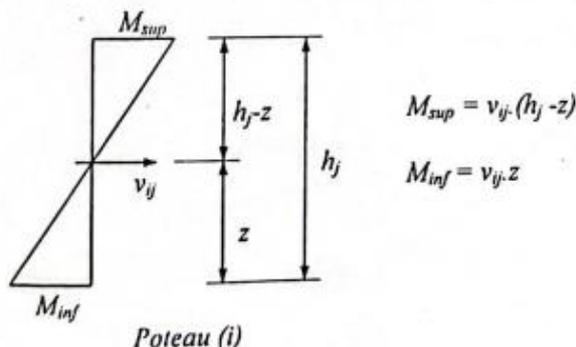
y_3 : terme de correction dû à la variation de la hauteur d'étage par rapport à l'étage inférieur adjacent et donné en fonction de α_3 et de \bar{K} , (Tableau : 7.3).

$$y_3 = f(\alpha_3, \bar{K}) ; \quad \alpha_3 = \frac{h_i}{h}$$

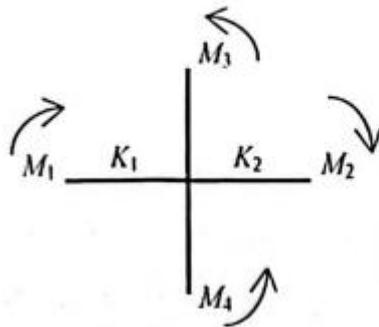
h_i : hauteur du poteau adjacent inférieur. h : hauteur du poteau considéré.

Au premier niveau: $y_3 = 0$

3.1.5. Calcul des moments en têtes des poteaux.

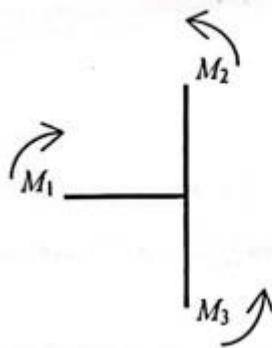


3.1.6. Calcul des moments dans les poutres.



$$M_1 = \frac{K_1}{K_1 + K_2} (M_3 + M_4)$$

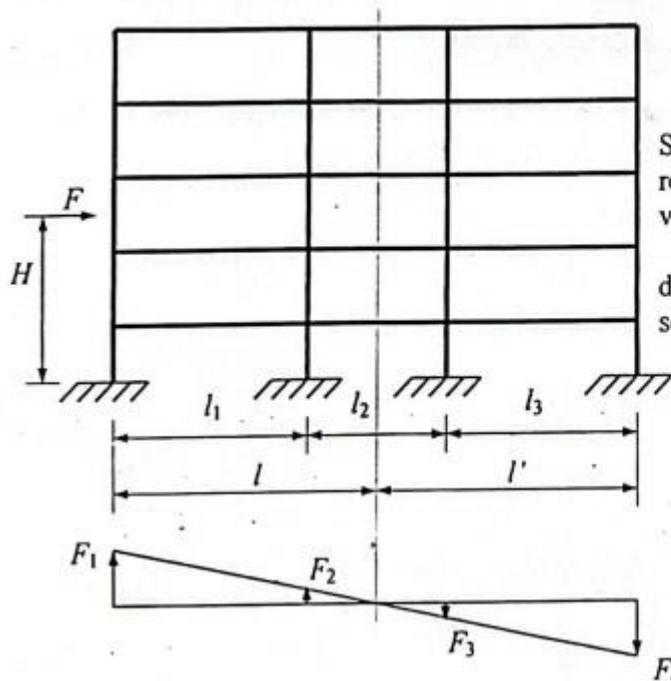
$$M_2 = \frac{K_2}{K_1 + K_2} (M_3 + M_4)$$



$$M_1 = M_2 + M_3$$

4. EFFORTS NORMAUX VERTICAUX DES POTEAUX RESULTANTS DE L'ACTION DES FORCES HORIZONTALES :

4.1. Portiques symétriques:



Sous l'action du moment de renversement total, dû au séisme ou au vent:

$$M = F \cdot H$$

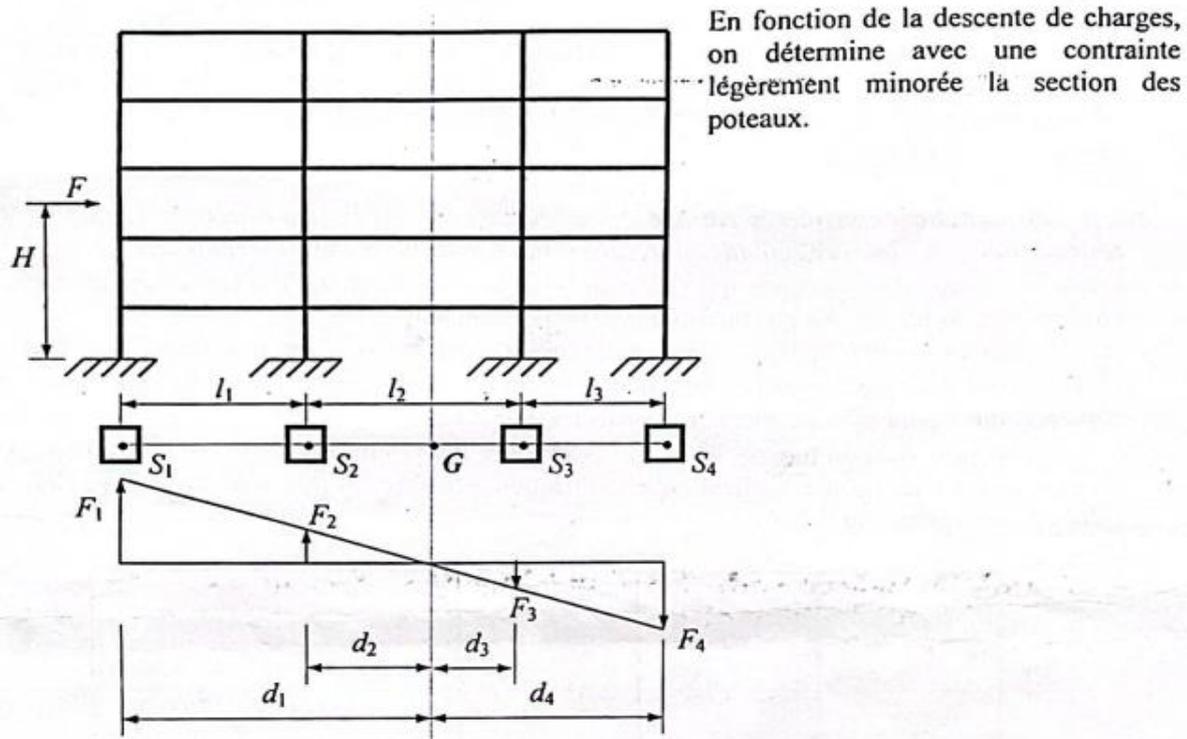
des efforts de traction ou de compression se produisent dans les poteaux.

Les règlements nous permettent d'admettre que les efforts normaux verticaux des poteaux d'une même file, résultant de l'action des forces horizontales sont proportionnels à la distance de chacun des poteaux au point équidistant des deux poteaux de rive.

$$F.H = F_1.l + F_2.(l - l_1) + F_3.(l' - l_3) + F_4.l'$$

avec $l = -l'$ d'où $F_1 = -F_4$

4.2. Portiques asymétriques:



Soient: $S_1, S_2, S_3,$ et S_4 les sections des poteaux, au niveau des fondations déterminées en fonction de la descente de charges.

$d_1, d_2, d_3,$ et d_4 les distances des poteaux au centre de gravité de l'ensemble de ces poteaux.

Le moment d'inertie de la section totale est:

$$I = S_1.d_1^2 + S_2.d_2^2 + S_3.d_3^2 + S_4.d_4^2$$

Comme :

$$\sigma = \frac{M}{I} y \quad \text{d'où: } F = \sigma.S \quad \text{avec: } M = F.H$$

donc: $F_1 = \frac{M.d_1.S_1}{I} \quad F_2 = \frac{M.d_2.S_2}{I}$

$$F_3 = \frac{M.d_3.S_3}{I} \quad F_4 = \frac{M.d_4.S_4}{I}$$

Les forces F_1, F_2, F_3 et F_4 sont en valeurs absolues.

