C.U. Mila 2023 – 2024

ST

$2^{ème}$ Année G.P, GM, E.M Maths 03

Série de TD N°1

Intégrales doubles et triples

Exercice 01: Calculer les intégrales simples suivantes

$$A = \int_0^1 \frac{\arctan x}{1+x^2}\,dx \quad , \quad B = \int_0^{\pi^2} \sin\sqrt{x}\,dx$$

$$C = \int_2^e \frac{\ln x + 1}{x(\ln x)^2}\,dx \quad , \quad D = \int_{-1}^3 e^{|x|}\,dx$$

Exercice 02: Calculer les intégrales doubles suivantes

$I = \iint_D xy^2\,dx\,dy$ où $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1\}$

$J = \iint_D x\cos(x+y)\,dx\,dy$ où $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq x\}$

$K = \iint_D e^{x-y}\,dx\,dy$ où $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2, x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 1\}$

$L = \iint_D |x-y|\,dx\,dy$ où $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2, x \geq 0, x^2 \leq y \leq 1\}$

Exercice 03: Calculer les intégrales triples suivantes.

$I = \iiint_D \cos(x+y-z)\,dx\,dy\,dz$ où

$$D = [0, \tfrac{\pi}{2}] \times [0, \tfrac{\pi}{2}] \times [0, \tfrac{\pi}{2}].$$

$J = \iiint_D (x-y)\,dx\,dy\,dz$ où

$$D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3, 0 \leq x \leq 2, x \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq y^2\}$$

$K = \iiint_D \frac{1}{(1+x+y+z)^3}\,dx\,dy\,dz$ où

$$D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x, y, z \geq 0, x+y+z \leq 1\}$$

Exercice 05 : (Changement de Variable)

$$I_1 = \iint_D \sin\left((x-3)^2 + y^2\right)\, dx\, dy$$

où $D = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x-3)^2 + y^2 \leq \pi \}$

$$I_2 = \iint_D \frac{y}{x^2+y^2}\, dx\, dy \quad \text{où} \quad (b > a > 0)$$

$D = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : a^2 \leq x^2 + y^2 \leq b^2 , y \geq 0 \}$

$$I_3 = \iint_D x^2\, dx\, dy \quad \text{où } D = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4 \}$$

$$J = \iiint_V (x^2 + y^2 + 1)\, dx\, dy\, dz \quad \text{où}$$

$V = \{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1 \text{ et } 0 \leq z \leq 2 \}$

$$L = \iiint_{\Gamma} \frac{dx\, dy\, dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-a)^2}} \quad \text{où } \Gamma \text{ la boule unité.}$$

Exercice 06 : (Application)

1- Calculer la surface d'un cercle.

2- Calculer le volume d'un cylindre et d'une Shère.