

SÉRIE 2 La logique des prédicats

Exercice 1.

Traduitsez les énoncés suivants en formules de la logique des prédicats

- Jean est plus grand que Marie
- Paul a vu Léa et elle ne l'a pas vu
- Si Jean est un homme, alors il est mortel
- Un chat est entré
- Certains enfants ne sont pas malades
- Tous les éléphants ont une trompe
- Tous les hommes n'aiment pas Marie
- Il y a une chanson qu'aucun enfant ne chante
- Si tous les hommes aiment Marie, alors elle est contente
- Tous les fermiers apprécient un ministre

Exercice 2.

Dans les formules suivantes, dites si les variables utilisées sont des variables libres ou des variables liées

- $\forall z((\forall xP(x, y)) \Rightarrow P(z, a))$
- $\forall yP(z, y) \Rightarrow \forall zP(z, y)$
- $(\forall y\exists x\exists yQ(x, y, f(x, y))) \vee \neg P(y, g(x))$

Exercice 3.

Mettre les parenthèses dans les formules suivantes

- $\forall x\forall y\forall zP(x) \Rightarrow Q(y) \wedge P(x)$
- $\exists x\forall y\exists zP(x) \vee \exists y\neg\forall zQ(z, y)$
- $\forall xP(x) \Rightarrow P(y)$
- $\forall x\forall yP(x, y) \wedge \forall xP(x, x)$

Exercice 4.

Soit E l'ensemble des formules F_1, F_2, F_3 où $F_1 : \forall x\exists yP(x, y)$ $F_2 : \forall xP(x, y)$; $F_3 : \exists yP(x, y)$, et F la formule $\forall xP(x, y)\forall y\neg P(x, y)$

- Montrer que F_1, F_2, F_3 sont satisfiables
- Pour chacun des formules F_1, F_2, F_3 trouver un modèle
- Montrer que E est satisfiable
- Montrer que $E \not\equiv F$

Exercice 5.

Soit F la formule : $\exists x\forall yR(x) \Rightarrow R(y)$

- Trouver un modèle pour F
- F est-elle valide
- Donner la forme prénexe de F
- Donner la forme prénexe de $\neg F$
- Donner la forme Skolem de F