

المحور 01: عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها

المحاضرة 03

6- طرق الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية:

6-2- طرق الكشف عن المركبة الفصلية: توجد العديد من الطرق للكشف عن وجود المركبة الفصلية من عدمها، إلا أننا نهتم بأحسن وأكثر الطرق استعمالاً وهما طريقتا "كروسكال واليس" و"اختبار تحليل التباين ليفيشر" بالإضافة إلى اختبار دالة الارتباط الذاتي (Correlogram):

• طريقة Kruskal- Wallis: تهتم هذه الطريقة باختبار الفرضية التالية:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: \text{لا توجد مركبة فصلية} \\ vs \\ H_1: \text{توجد مركبة فصلية} \end{array} \right.$$

وعلاقته معطاة بالشكل الرياضي التالي:

$$KW = \frac{12}{n(n+1)} \sum \frac{R_i^2}{n_i} - 3(n+1) \sim \chi^2_{(p-1)}$$

حيث:

R_i : تمثل مجموع رتب المشاهدات المقابلة للفصل i .

n_i : تمثل عدد المشاهدات المقابلة للفصل i .

P : تمثل الدورة (Période)، وهي تساوي 4 في المشاهدات الفصلية و12 في المشاهدات الشهرية وهكذا.

القرار: نرفض الفرضية H_0 إذا كان $KW > \chi^2_{(p-1)}$

✓ خطوات تطبيق اختبار KW:

- نرتب المشاهدات من الأصغر إلى الأكبر وكل مشاهدة نعطيها رتبته.
- تنظيم الرتب إذا كان هناك تساوي في قيم الرتب، ففي حالة وجود رتب متساوية نضع الوسط الحسابي لها والرتبة الأكبر منهما مباشرة تأخذ الترتيب الموالي.
- حساب قيمة KW.
- مقارنة قيمة احصاء KW مع القيمة المجدولة لـ χ^2 عند درجة حرية $(p-1)$ وبمستوى معنوية 5%.

ملاحظة مهمة جدا:

حتى يكون تطبيق اختبار KW صحيحا يجب أولا التأكد من عدم وجود مركبة الاتجاه العام في السلسلة قبل محاولة الكشف عن المركبة الفصلية.

• اختبار تحليل التباين (اختبار فيشر): ويتركز هذا الاختبار على نقطتين أساسيتين هما:

- أن تكون X_t دورية وذلك على حسب المعطيات أي أن $n = 12$ أو $n = 4$

- إقصاء مركبة الاتجاه العام من السلسلة قبل الشروع في الكشف ولهذا الاختبار مبدأ أساسي هو:

H_0 : عدم وجود (المركبة الفصلية) تأثير الشهر والسنة .

H_1 : وجود تأثير الشهر والسنة .

وكل ملاحظة أو مشاهدة لـ X_t لها علاقة بالسنة و الشهر ونضع $X_t = X_{ij}$

حيث: $i = 1, \dots, n$ Indice de l'annee

$j = 1, \dots, m$ Indice du mois

ومنه العدد الإجمالي للملاحظات $n.m = T$

حيث:

$$\bar{X} = \frac{1}{n.m} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m X_{ij} \quad \bar{X}: \text{المتوسط الحسابي لـ } T \text{ حيث}$$

$$\bar{X}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ij} \quad \bar{X}_j: \text{المتوسط الحسابي لكل شهر}$$

$$\bar{X}_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m X_{ij} \quad \bar{X}_i: \text{المتوسط الحسابي لكل سنة}$$

V_T : التباين الإجمالي لـ X_j

$$V_T = \frac{1}{n.m} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (X_{ij} - \bar{X})^2$$

الجدول التالي يمثل الشكل العام للتباين ودرجة الحرية والمتوسطات الحسابية:

المتوسطات الحسابية	درجة الحرية	التباين
$S_M = n \sum_j^m (\bar{X}_j - \bar{X})^2$	$m - 1$	$V_M = S_M / (m - 1)$
$S_A = m \sum_i^n (\bar{X}_i - \bar{X})^2$	$n - 1$	$V_A = S_A / (n - 1)$
$S_R = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (X_{ij} - \bar{X}_i - \bar{X}_j - \bar{X})^2$	$(m - 1)(n - 1)$	$V_R = S_R / (m - 1)(n - 1)$
$S_T = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\bar{X}_{ij} - \bar{X})^2$	$n.m - 1$	$V_T = S_T / (n.m - 1)$

ومنه نقوم بحساب القيمة F_C ونقارنها مع F_{tab} حيث:

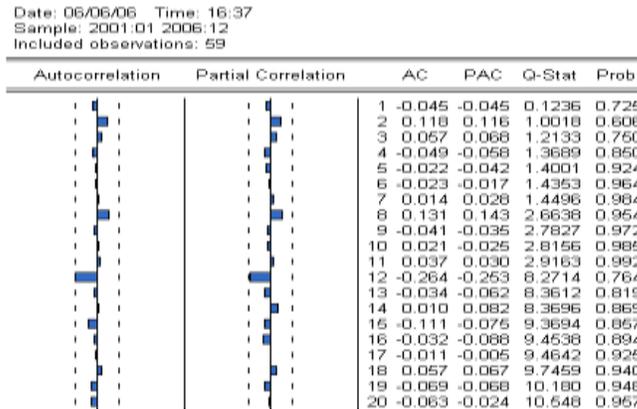
$$F_{tab} = F^{\alpha}_{(p-1), (N-1)(p-1)}, \quad F_C = \frac{V_m}{V_R}$$

والاختبار يكون:

$F_{cal} > F_{tab}$ رفض الفرضية H_0 وهذا يستلزم وجود المركبة الفصلية.

$F_{cal} < F_{tab}$ رفض الفرضية H_1 يستلزم عدم وجود المركبة الفصلية.

- اختبار دالة الارتباط الذاتي (Correlogram): وهو اختبار بياني، ويعتبر اختبار ضعيف في الكشف عن المركبة الفصلية مقارنة بالاختبارات الاحصائية السابقة. وبالاعتماد على هذا الاختبار البياني يمكننا الكشف عن المركبة الفصلية، ففي حالة وجودها فإنه يظهر لنا قمم (peaks)، أو انخفاضات بشكل منتظم وفي نفس الفترات.



فمثلا عند الرتبة 12 ($k=12$) نجد أنّ القيمة تجاوزت مجال الثقة وهو ما يعني مبدئيا وجود مركبة فصلية في السلسلة.