

Série N°2

Exercice 1: Etudier la convergence des intégrales suivantes

$$I_1 = \int_1^{+\infty} \frac{dt}{t\sqrt{1+t^2}}, \quad I_2 = \int_1^{+\infty} \frac{dt}{54t^2}, \quad I_3 = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\ln t}{t^{\alpha}} dt, \alpha > 0$$

$$I_4 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{t} \cos\left(\frac{1}{t}\right) dt, \quad I_5 = \int_1^{+\infty} \frac{\ln t}{t+4} dt.$$

Exercice 2: Etudier la convergence absolue des intégrales suivantes

$$J_1 = \int_1^{+\infty} \frac{1 - \cos t}{t^2} dt, \quad J_2 = \int_0^{+\infty} \frac{t^2}{t^{\frac{1}{5}} + 1} dt.$$

Exercice 3: Soient a et b deux paramètres réels. Discuter selon leurs valeurs la convergence de

$$\int_x^{+\infty} \frac{dt}{t^a (\ln t)^b}$$

On pourra

1. lorsque $a \neq 1$, utiliser les règles de Riemann.
2. lorsque $a = 1$, calculer explicitement $\int_x^{+\infty} \frac{dt}{t (\ln t)^b}$ pour x réel destiné à tendre vers $+\infty$.