المحاضرة 3 :
طرق الكشف عن النموذج وعن المركبات

سوف يتم التطرق إلى:

- طرق الكشف عن النموذج؛
- طرق الكشف عن مركبات السلسلة؛

طرق الكشف عن النموذج الاحصائي

- الطريقة البيانية وقد تم التطرق لها في المحاضرات السابقة؛
- الطريقة الانحدارية: من خلال طريقة المربعات الصغرى.

الطريقة الانحدارية

تعتبر من أهم الطرق في تحديد نوع النموذج بعد الطريقة البيانية، تعتمد هذه الطريقة على معامل الانحدار للمعادلة التالية:

$$SD_i = \mathrm{b} + a\bar{Y}_i$$

- حيث SD يمثل الانحراف المعياري

الطريقة الانحدارية

من خلال معامل الانحدار b يمكن تحديد نوع النموذج:

نموذج جمعي ← $a < 0.05$

نموذج جدائي ← $a > 0.1$

نموذج مختلط ← $0.05 \leq a \leq 0.1$

مثال: ليكن لديك المعطيات التالية:

المطلوب: حدد النموذج المناسب

t	SD	¥
2013	850.7	2652.8
2014	782.3	2650.3
2015	803.6	3029.4
2016	946.6	3415.8
2017	1023.4	3525.3

طريقة إيجاد المعادلة

يحسب معامل الانحدار(a) والثابت(b) في الدالة بطريقة المربعات الصغرى كما يلي:

أولا نقوم بحساب: $m_{\bar{Y}}$ ، m_{SD}

$$m_{\bar{Y}} = \frac{\sum \bar{Y}}{n}$$

$$m_{SD} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} SD$$

طريقة إيجاد المعادلة

ثانيا نقوم بحساب: a

طبعا الأهم هو تقدير معاملات المعادلة

$$SD = a(\bar{Y}) + b$$

$$a = \frac{\sum (\bar{Y} - m_{\bar{Y}})(SD - m_{SD})}{\sum_{i=1}^{n} (\bar{Y} - m_{\bar{Y}})^2}$$

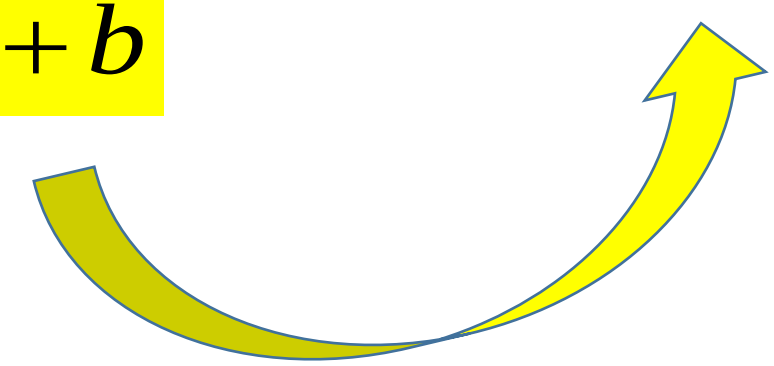
طريقة إيجاد المعادلة

ثالثا نقوم بحساب: b

أما طريقة إيجاد b

$$SD = a(\bar{Y}) + b$$

$$b = m_y - a(m_t)$$



الحسابات:

t	¥	SD	(¥-m¥)	(SD-msd)	(¥-m¥)(S-ms)	(¥-m¥)^2
2013	2652.8	850.7	-401.92	-30.62	12306.7904	161539.7
2014	2650.3	782.3	-404.42	-99.02	40045.6684	163555.5
2015	3029.4	803.6	-25.32	-77.72	1967.8704	641.1024
2016	3415.8	946.6	361.08	65.28	23571.3024	130378.8
2017	3525.3	1023.4	470.58	142.08	66860.0064	221445.5
	3054.72	881.32			144751.638	677560.6

$$a = \frac{144751.64}{677560.6} = 0.2136$$

نلاحظ أن معامل الانحدار أكبر من 0.1 وبالتالي النموذج جدائي

طريقة إيجاد المعادلة

ثالثا نقوم بحساب: b

أما طريقة إيجاد b

$$b = m_{SD} - a(\bar{Y})$$

$$b = 881.32 - 0.2136(3054.72) = 228.72$$

كيفية الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية

الكشف عن الاتجاه العام

أختبار التوالي Run Test

- يعرف هذا الاختبار بإختبار العشوائية وهو يستعمل لمعرفة وجود مركبة الاتجاه العام في السلسلة، يقوم على فرضيتين:
- H0: السلسلة عشوائية؛ أي لا يوجد إتجاه عام.
- H1: يوجد إتجاه عام.
- تقوم هذه الطريقة من خلال القيام بـ:
- ترتيب قيم الظاهرة ترتيبا تصاعديا؛
- حساب قيمة الوسيط Me من خلال تحديد رتبة الوسيط m

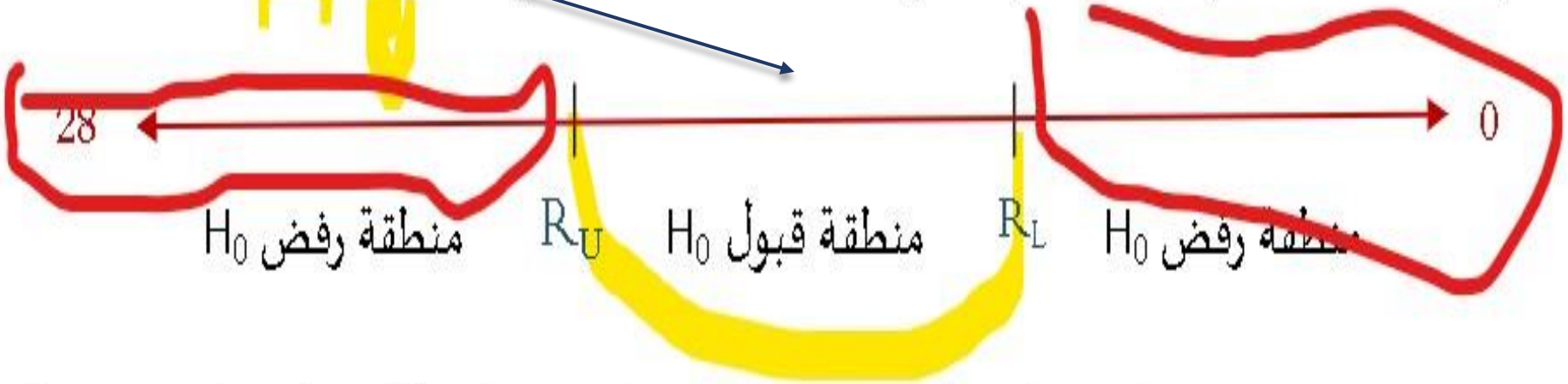
- نقوم بإعطاء إشارة سالبة للقيم التي تكون أصغر من الوسيط وإشارة موجبة للقيم التي أكبر من الوسيط.
- حساب R والذي يمثل عدد المرات توالي الإشارة من السالب إلى الموجب أو العكس.
- ثم نأخذ القرار على كما يلي

$$m \leq 20$$

$$R_U < R < R_L$$

إتخاذ القرار

* إذا كان m≤20، يتم رفض أو قبول الفرضية وفقا للمخطط التالي:[1]



حيث R_L و R_U تمثل القيم الحرجة الجدولية الدنيا والعليا و المقابلة للرتبة m (حسب جدول القيم الحرجة لاختبار R)

جدول القيم الحرجة الدنيا والعليا

R_U	R_L	m	R_U	R_L	m
19	8	13	10	2	5
20	9	14	11	3	6
22	10	15	13	3	7
23	11	16	14	4	8
25	11	17	15	5	9
26	12	18	16	6	10
27	13	19	17	7	11
28	14	20	17	7	12

$$m \leq 20$$

$$R_{\mathrm{U}} < R < R_{\mathrm{L}}$$

إذا كانت $m > 20$

يتم حساب القيمة Z

$$|Z| = \frac{R - U_R}{\sigma_R}$$

حيث يتم حساب كل من:

$$U_R = m + 1$$

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{m(m+1)}{2m-1}}$$

يتخذ القرار حسب قيمة Z

* إذا كانت $|Z| > Z_{\alpha/2}$: فيتم رفض الفرضية H_0 أي السلسلة ليست عشوائية، أي وجود مركبة الاتجاه العام.

* إذا كانت $|Z| < Z_{\alpha/2}$: فيتم قبول الفرضية H_0 أي السلسلة الزمنية عشوائية، و لا وجود لمركبة الاتجاه العام.

$Z_{\alpha/2}$ هي Z الجدولية في غالب الأحيان تساوي 1.96 عند مستوى معنوية $\alpha=5\%$ (القيمة الموجودة في جدول التوزيع الطبيعي المعياري).

مثال

t	Y	الترتيب	الإشارة Y
1	155	153	-
2	158	155	-
3	163	156	+
4	171	158	+
5	153	162	-
6	156	162	-
7	162	163	-
8	172	164	+
9	162	171	-
10	164	172	+
11	173	173	+
12	181	181	+

m=6

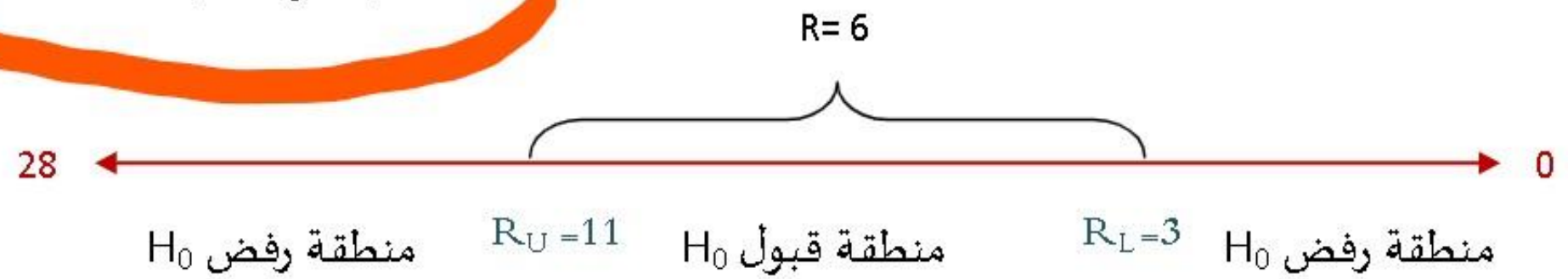
Me=162.5

R=6

القرار

5- اتخاذ القرار: حسب جدول القيم الحرجة لاختبار R، نجد أنه عند:

$m = 6 \Rightarrow R_L = 3$ و $R_U = 11$



بما أن **R = 6** موجودة في منطقة القبول H_0، هذا يعني أن السلسلة عشوائية، أي لا يوجد لأي مركبة اتجاه عام.

نقطة الإنعطاف

تعني عدد مرات تغير الإشارة من خلال حساب الفروقات من الدرجة الأولى؛ أي:

$$\Delta Y = Y_t - Y_{t-1}$$

إذا كانت السلسلة الزمنية ذو اتجاه عام، فإن توزيع عدد مرات تغير الإشارة يكون تقريبا طبيعيا؛ وعلى هذا الأساس تعتمد هذه الطريقة على التوزيع الطبيعي.

H0: السلسلة عشوائية؛

H1: توجد مركبة الاتجاه العام.

الخطوات:

- ❖ حساب الفروقات من الدرجة الأولى؛
- ❖ إعطاء إشارة موجة للفروقات الموجبة وإشارة سالبة للفروقات السالبة؛
- ❖ حساب U والذي يمثل عدد مرات تغير الإشارة.
- ❖ اتخاذ القرار: يتم رفض الفرضية الصفرية إذا كانت: $|Z| > Z_{\alpha/2}$

$$|Z| = \frac{U - \mu_u}{\sigma_u}$$

مع العلم ان:

$$\mu_u = \frac{2(T-2)}{3} \qquad \sigma u = \sqrt{\frac{16T-29}{90}}$$

يستخدم هذا الاختبار إلا في حالة عدد المشاهدات أكبر من 10 (T >10)

مثال:

12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	t
181	173	164	162	172	162	156	153	171	163	158	155	y_t

الحل:

12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	t
181	173	164	162	172	162	156	153	171	163	158	155	y_t
8	9	2	-10	10	6	3	-18	8	5	3	___	Δy_t
+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+	___	الإشارة

من الجدول نجد: T=12 ; U=5

$$|Z| = \frac{U-\mu u}{\sigma u} = \frac{U-(\frac{2(T-2)}{3}}{\sqrt{\frac{16T-29}{90}}} \Rightarrow |Z| = \frac{5-(\frac{2(12-2)}{3}}{\sqrt{\frac{16(12)-29}{90}}}$$

$$|Z| = 1.23$$

بما أن: $|Z| < Z_{\alpha/2}$ أي: 1.23<1.96 أي قبول الفرضية العديمة، و بالتالي: السلسلة الزمنية عشوائية. يعني عدم وجود مركبة الإتجاه العام.

الطريقة المعلمية (اختبار ستودنت)

يتم الكشف عن مركبة الاتجاه العام من خلال تقدير معادلة خط الاتجاه العام واختبار معنوية معلمة الاتجاه العام بالاعتماد على اختبار Student.

$$\hat{y}_t = b(t) + a$$

طريقة إيجاد المعادلة

يحسب معامل الانحدار(b) والثابت(a) في الدالة بطريقة المربعات الصغرى كما يلي:

أولا نقوم بحساب: m_t; m_y

$$m_t = \frac{n+1}{2}$$

$$m_y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$$

طريقة إيجاد المعادلة

ثانيا نقوم بحساب: a

طبعا الأهم هو تقدير معاملات المعادلة

$$\hat{y}_t = b(t) + a$$

$$b = \frac{\sum (t - m_t)(y_i - m_y)}{\sum_{i=1}^{n} (t_i - m_t)^2}$$

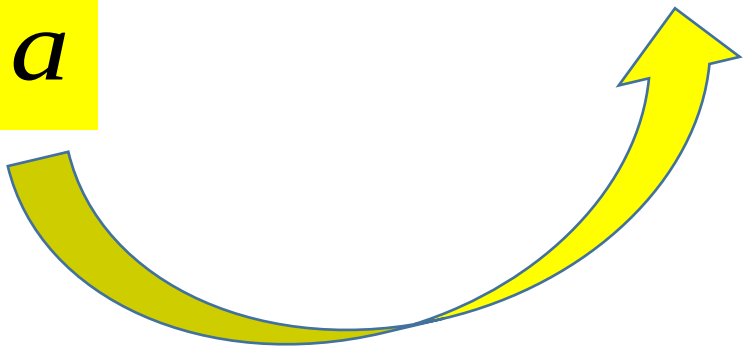
طريقة إيجاد المعادلة

ثالثا نقوم بحساب: b

أما طريقة إيجاد b

$$\hat{y}_t = b(t) + a$$

$$a = m_y - b(m_t)$$



بعد استخراج معادلة الاتجاه العام يتم اختبار معنوية المعاملات كل على حدا.

$$t_{\widehat{a}} = \frac{\widehat{a} - a}{s_{\widehat{a}}}$$

$$t_{\widehat{b}} = \frac{\widehat{b} - b}{s_{\widehat{b}}}$$

الانحراف المعياري للمقدرتين:

نقوم بحساب كل من الانحراف المعياري لـ:

$$s_{\widehat{a}} = \sqrt{s_{\varepsilon}^2 \left(\frac{1}{T} + \frac{\bar{t}^2}{\sum_{i=1}^{T} (t_i - \bar{t})^2} \right)}$$

$$s_{\widehat{b}} = \sqrt{\frac{s_{\varepsilon}^2}{\sum_{i=1}^{T} (t_i - \bar{t})^2}}$$

تباين البواقي:

نشير هنا أن K يمثل عدد المعلمات التي تم تقديرها:

$$s_{\varepsilon}^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{T} \varepsilon^{2}}{T - K}$$

الفرضيات

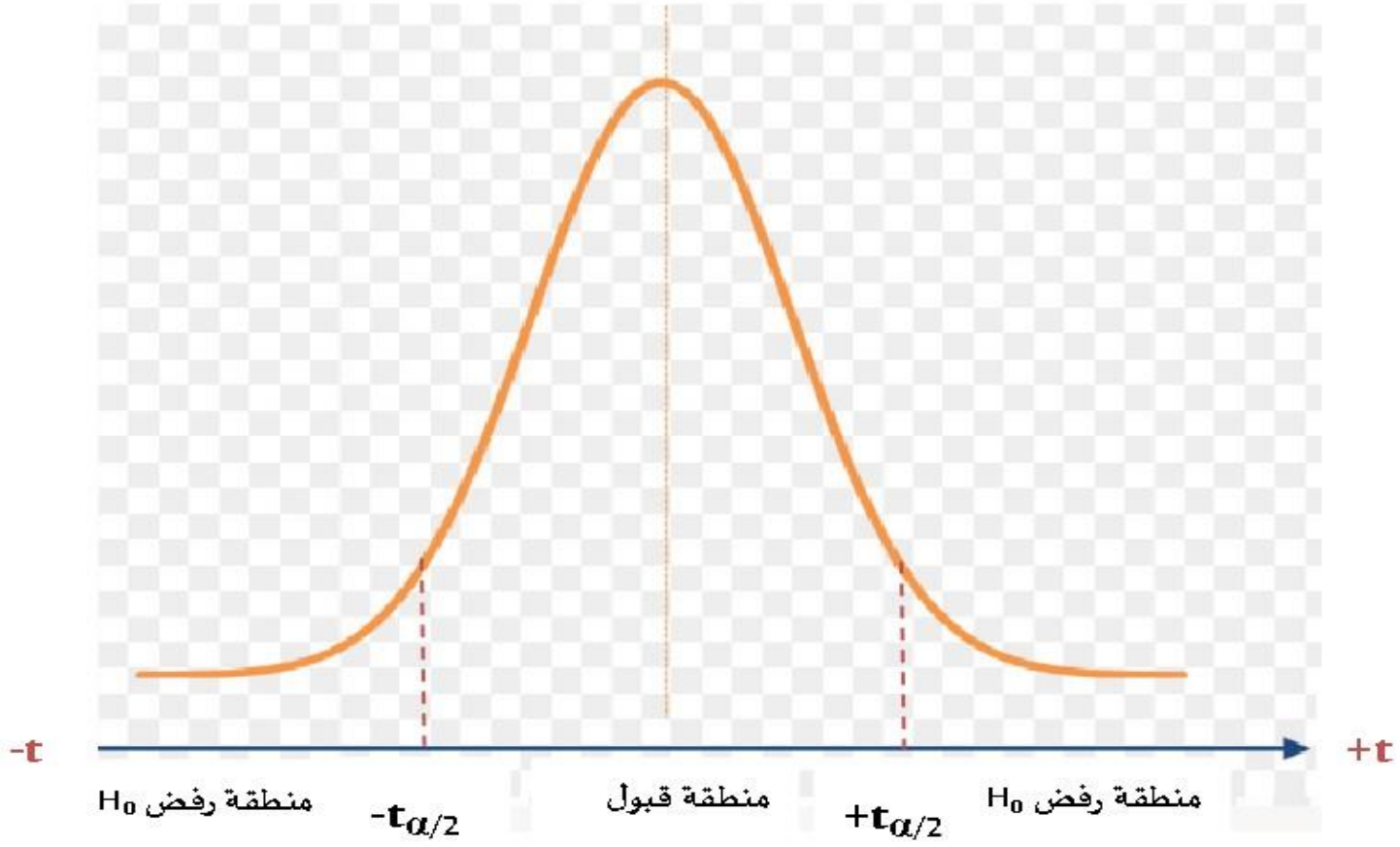
- H0: السلسلة عشوائية؛
- H1: السلسلة ذات مركب اتجاه عام.
- لقبول أو رفض الفرضيات يتم مقارنة t المحسوبة مع t الجدولية والتي يتم استخراجها من جدول student، فإدا كانت t المحسوبة محصورة بين $\pm t_{\alpha/2}$

يتم قبول الفرضية العدمية

أما إذا كانت خارج المجال فيتم رفضها.

$$t \pm (\alpha/2 ، T - K)$$

منطقة القبول والرفض



مثال: ليكن لديك السلسلة التالية، المطلوب أكشف عن مركبة الاتجاه العام.

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	t
150	200	250	300	200	150	300	320	350	400	y

الحسابات

t	Y	t-mt	Y-my	(t-mt)(Y-my)	(t-mt)^2
1	400	4.5-	138	621-	20.25
2	350	3.5-	88	308-	12.25
3	320	2.5-	58	145-	6.25
4	300	1.5-	38	57-	2.25
5	150	0.5-	112-	56	0.25
6	200	0.5	62-	31-	0.25
7	300	1.5	38	57	2.25
8	250	2.5	12-	30-	6.25
9	200	3.5	62-	217-	12.25
10	150	4.5	112-	504-	20.25
5.5	262	0	0	1800-	82.5

ميل المعادلة	a	21.818-
الثابت	b	382

$$\widehat{Y_t} = 382 - 21.818t$$

حساب البواقي: $e=Y-Y_{est}$

t	Y	Y estimation	e	e^2
1	400	360.182	39.818	1585.47312
2	350	338.364	11.636	135.396496
3	320	316.546	3.454	11.930116
4	300	294.728	5.272	27.793984
5	150	272.91	122.91-	15106.8681
6	200	251.092	51.092-	2610.39246
7	300	229.274	70.726	5002.16708
8	250	207.456	42.544	1809.99194
9	200	185.638	14.362	206.267044
10	150	163.82	13.82-	190.9924
				26687.2727

حساب التباين والانحراف المعياري:

تباين البواقي	S^2 e	**3335.91**
الانحراف م. لـ a	Sa	**S^2=1556.75758** **39.456**
الانحراف م. لـ b	Sb	**S^2=40.4352617** **6.359**
حسابta	ta	**9.682**
حسابtb	tb	**3.431 -**

الجدولية t استخراج

	γ										
k	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.0025	0.0010	0.0005
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	127.3	318.3	636.6
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	14.09	22.33	31.60
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	7.453	10.21	12.92
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.197	3.610	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.104	3.485	3.767
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725

نلاحظ أن ta وtb يقعان خارج منطقة القبول(رفض H0)؛ أي هناك مركبة اتجاه عام.