CHAPITRE 2 : Généralités et définitions de base

2.1. Introduction

Dans ce chapitre on aborde des notions sur le point matériel, le corps solide parfait, la force, types des forces, le moment d'une force et les modèles mécaniques.

2.2. Notions fondamentales de la statique

2.2.1. Point matériel

On appelle un point matériel, une particule matérielle dont les dimensions sont négligeables dans les conditions du problème considéré. La différence par rapport au point géométrique, réside en le fait que le point matériel est supposé contenir une certaine quantité de matière concentrée. Un point matériel jouit donc de la propriété d'inertie, et d'interactions avec d'autres points matériels.

2.2.2. Corps solide parfait

Tout corps physique se présente en mécanique comme un système de points matériels : on entend par-là un ensemble de particules matérielles qui agissent les unes sur les autres conformément au principe d'égalité de l'action et de la réaction. Par corps solide, on entend un corps dont deux points quelconques restent en toutes circonstances séparés par une distance inchangée. Autrement, le corps solide conserve une forme géométrique constante (il reste indéformable) tant dans son ensemble qu'en chacune de ses parties.

2.2.3. Force

On appelle force la grandeur vectorielle décrivant une Interaction capable de produire un mouvement ou de créer une déformation. D'une façon générale, les forces représentent l'action d'un corps sur un autre. Toute force peut être représentée par un vecteur dont les quatre propriétés sont :

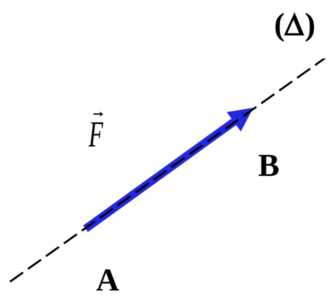

Figure 2.1 : Représentation vectorielle d'une force.

- ✓ Direction : (Δ)
- ✓ Sens : A ⟶ B
- ✓ Point d'application : A point où l'action s'exerce sur le corps
- ✓ Le module : la valeur (norme) de la force : $\left\|\vec{F}\right\| = \left\|\vec{AB}\right\|$

2.2.4. Opérations sur forces

2.2.4. a. Somme vectorielle

Soit n vecteurs $\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F}_n$, de coordonnées: $\vec{F}_i = F_{ix}.\vec{i} + F_{jy}.\vec{j} + F_{kz}.\vec{k}$

$$\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F} = \sum_1^n Fi = \sum_1^n F_{ix}.\vec{i} + F_{ix}.\vec{j} + F_{ix}.\vec{k}$$

Exemple : déterminons la somme des trois vecteurs $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$.

$$\vec{F}_1 = -\vec{i} + 2\vec{j} \;, F_2 = 3\vec{i} + 3\vec{j} \;, F_3 = 4\vec{i} + \vec{j}$$

$$F_1.\vec{i} + F_2.\vec{j} + F_3.\vec{k} = (-1+3+4)\vec{i} + (2+3+1)\vec{j} = 6\vec{i} + 6\vec{j} .$$

✓ **Propriétés de la somme vectorielle**

- La somme vectorielle est commutative : $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_2 + \vec{F}_1$
- La somme vectorielle est associative : $(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) + \vec{F}_3 = \vec{F}_1 + (\vec{F}_2 + \vec{F}_3)$
- L'élément neutre est défini par : $\vec{F} + \vec{0} = \vec{F}$
- A tout vecteur $\vec{F}$ correspond un vecteur opposé noté $\vec{F}$ tel que $\vec{F} + (-\vec{F}) = 0$

✓ **Formules utiles pour les additions de vecteur**

$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$

$$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB.\cos c}$$

$$B = \sqrt{C^2 + A^2 - 2CA.\cos b}$$

$$A = \sqrt{B^2 + C^2 - 2BC.\cos a}$$

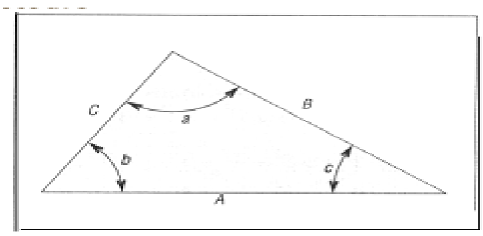

Figure 2.2 : Triangle.

2.2.4.b. Composition orthonormé

Les systèmes de forces sont classés en trois catégories : Concourants dont les lignes d'action de toutes les forces du système passent par un même point. Parallèles : les lignes d'actions des forces sont toutes parallèles.

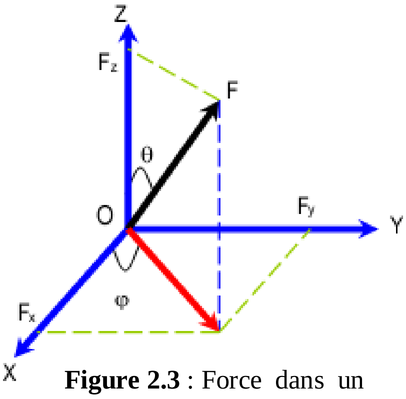

Figure 2.3 : Force dans un repère orthonormé.

Non concourantes et non parallèles : les forces ne sont pas toutes concourantes et pas toutes parallèles. Soit une force $\vec{F}$ appliquée à l'origine O d'un repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ comme il est indiqué sur la figure 2.2. Les composantes de cette force sont définies par $\vec{F} = F_x.\vec{i} + F_y.\vec{j} + F_z.\vec{k}$, $\vec{F} = F\cos\theta\cos\varphi.\vec{i} + F.\sin\theta\sin\varphi.\vec{j} + F\cos\theta.\vec{k}$ avec $\|\vec{F}\| = F = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2} + F_z^{\,2}}$

La projection de la force $\vec{F}$ sur les trois axes OX, OY, OZ donne respectivement les angles $\theta_x, \theta_y, \theta_z$, voir la figure 2.3.

Nous aurons alors : $\begin{array}{l} F_x = F\cos\theta_x \\ F_y = F\cos\theta_y \\ F_z = F\cos\theta_z \end{array}$

donc : $\vec{F} = F(\cos\theta_x.\vec{i} + \cos\theta_y\vec{j} + \cos\theta_z\vec{k}) = F\vec{u}$

Le vecteur $\vec{u}$ a la même direction que la force $\vec{F}$ et présente le vecteur unitaire.

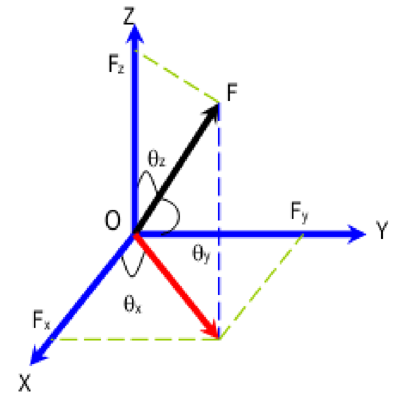

Figure 2.4 : Force dans un repère orthonormé.

2.2.4.c. Composition quelconque

Si deux forces appliquées en même point peuvent être remplacées par leur résultante, inversement, on peut remplacer une force $\vec{F}$ par deux autres

(a) Directions de la décomposition forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$

de direction quelconque comme il est illustré dans la figure 2.5. Les grandeurs de $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ se déterminent on utilisant la formule de sinus. $\dfrac{F_1}{\sin\alpha} = \dfrac{F_2}{\sin\beta} = \dfrac{F}{\sin(\pi - (\alpha+\beta))}$

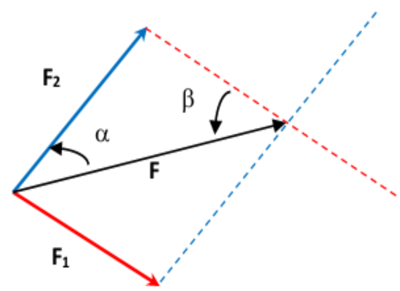

Figure 2.5 : La résultante de la force.

2.2.4.d. Décomposition de force

La décomposition d'un vecteur $\vec{F}$ consiste à écrire le vecteur comme une somme de deux autres vecteurs $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ appelés **composantes** du vecteur :

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

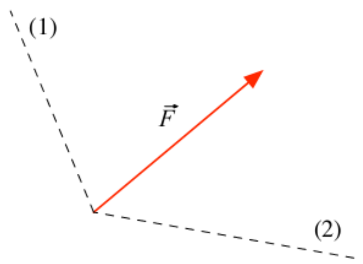

Figure 2.6. (a) Directions de la décomposition.

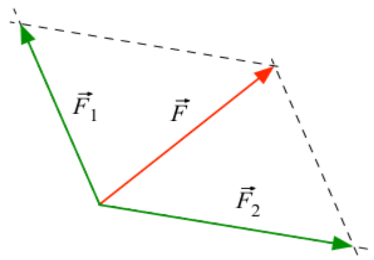

Figure 2.6. (b) Composantes du vecteur.

La figure 2.6.a montre le vecteur $\vec{F}$ et les directions (1) et (2) suivant lesquelles on veut le décomposer. Sur ces directions on construit le parallélogramme dont $\vec{F}$ est la diagonale. Les composantes cherchées $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ sont alors les côtés du parallélogramme (figure 2.6.b).

2.3. Moment d'une force par rapport a un point

2.3.1. Définition du moment d'une force par rapport à un point

Le moment d'une force $\vec{F}$ par rapport à un point *O* est égal au produit vectoriel du rayon vecteur $\vec{r} = \vec{OA}$, joignant le point *O* à l'origine *A* de la force, par la force $\vec{F}$ elle-même.

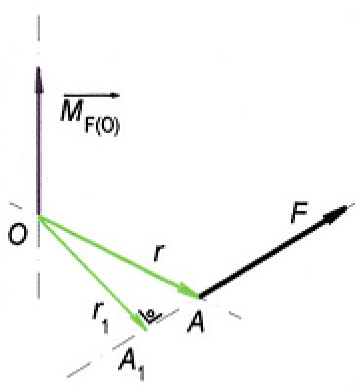

Figure 2.7. (a) Moment d'une force $\vec{F}$ par rapport à un

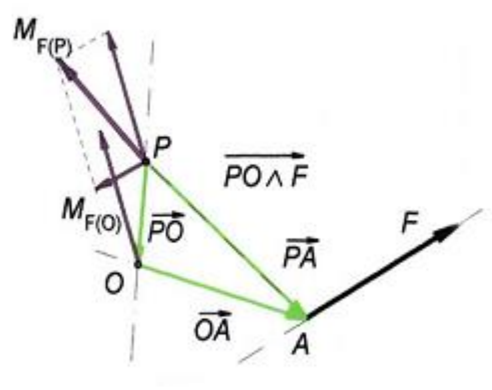

Figure 2.7. (b) Moment d'une force $\vec{F}$ par rapport un

Remarques

- ✓ Le moment de la force par rapport à un point est une grandeur vectorielle liée au point ayant pour origine le point considéré.
- ✓ La définition du moment de la force est indépendante de la position du point A choisi sur la ligne d'action de la force $\vec{F}$.

En effet, on peut écrire :

$$(\vec{r}_1 + A_1\vec{A}) \wedge \vec{F} = \vec{r}_1 \wedge \vec{F} + A_1\vec{A} \wedge \vec{F}$$

Le produit vectoriel $A_1\vec{A} \wedge \vec{F}$ est nul car le s deux vecteurs $A_1\vec{A}$ et $\vec{F}$ sont alignés. Ainsi :

$$(\vec{r}_1 + A_1\vec{A}) \wedge \vec{F} = \vec{r}_1 \wedge \vec{F}$$

- ✓ Le moment d'une force par rapport à un point est très souvent défini comme le produit de la force par son « bras de levier ». Cette définition est incorrecte au point de vue vectoriel.
- ✓ Système d'unités : la force $\vec{F}$ s'exprime en newtons, la longueur du rayon vecteur $\vec{r}$ en mètres. En conservant la définition fondamentale, le moment d'une force par rapport à un point doit se donner en mN.

2.4. Types de force (ponctuelle, linéique, surfacique, volumique)

Selon le type de contact nous pouvons classer les forces en :

- ✓ **Force ponctuelle :** contact ponctuel ;
- L'action passe par le point de contact A.
- La direction de l'action de S_1 sur S_2 notée A est perpendiculaire au plan tangent commun si on néglige les frottements.

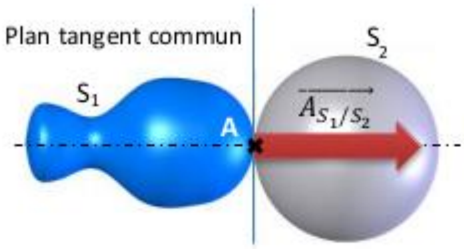

Figure 2.8 : Contact ponctuelle.

- Le sens est du solide S_1 vers le solide S_2.
- Le module $\left\|\vec{A}_{S_1/S_2}\right\|$ est défini par la longueur du vecteur $\vec{A}_{S_1/S_2}$, l'unité est le newton.
- ✓ **Force linéique :** contact linéique dans le cas d'une répartition uniforme, on remplacera une force par une action unique au milieu de la ligne de contact ;

On supposera l'action répartie uniformément sur toute la ligne du contact.

- Dans le cas d'une répartition uniforme, on peut remplacer cette charge linéique par une action concentrée en C au milieu du contact [AB] telle que :
- $\left\|\vec{C}_{1/2}\right\| = q.l$ avec l la longueur du segment [AB].

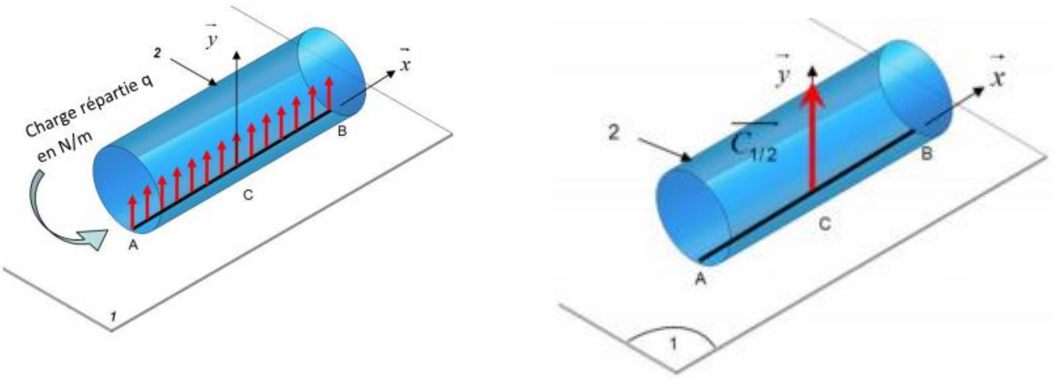

Figure 2.9 : Contact linéique.

✓ **Force surfacique :** contact surfacique, par exemple force de pression ;

Dans le cas d'une répartition uniforme d'une pression sur une surface, ente deux solides ou entre un solide et un fluide, on modélisera l'ensemble des micro-actions mécaniques par une résultante globale au centre de gravité qui vaudra :

$$\left\|\vec{F}_{fluide/1}\right\| = P.S$$

- p : pression du fluide en pascal (Pa).
- S : surface de contact en m^2.
- $\left\|\vec{F}_{fluide/1}\right\|$: Résultante des forces de pression en N.

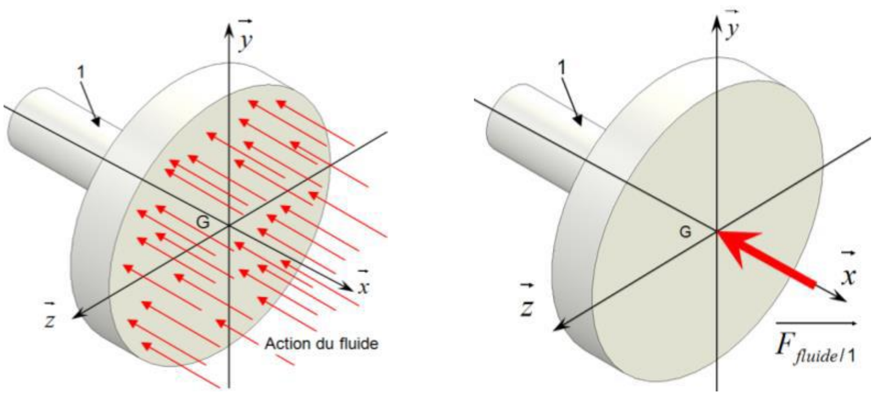

Figure 2.10 : Contact surfacique.

- ✓ **Force volumique :** ce sont des forces qui s'exercent sur la totalité du corps, par exemple la force de gravité.

Il est possible de ranger la plupart des forces par famille telles que : Les forces de réaction : chaque corps exerce une force sur un autre corps qui est en contact avec lui. Par exemple, si un objet repose sur une table, cette table exerce une force égale et opposée sur l'objet avec cette force est toujours à la verticale du point de contact.

Les forces de frottement : la force de frottement existe lorsque deux corps sont en contact. Elle s'oppose toujours au mouvement (par exemple : contact des pneus sur la route, freinage, etc.).

Les forces de tension: est une force qui tire sur un élément d'un corps comme par exemple, la tension exercée par un fil ou par un ressort.

Les forces à distance : ce sont les forces qui agissent par l'intermédiaire de champs vectoriels comme par exemple le champ électrique, le champ magnétique, le champ gravitationnel. Ce dernier a comme particularité s'il est isotrope de pouvoir se réduire à l'étude du centre de gravité du corps.

Nous devons donc pouvoir différentier les efforts intérieurs et extérieurs à un système matériel.

2.5. Classification de forces

Il s'agit une classification des forces ou actions mécaniques suivant leur situation par rapport au système matériel.

2.5.1. Les forces externes

Correspondent aux forces qui sont exercées par le milieu extérieur sur le système étudie.

2.5.2. Les forces internes

Correspondent, quant à elles, aux forces exercées par une partie du système sur une autre partie du système. Cette distinction entre forces internes et forces externes dépend du système étudie.

Considérons le système matériel formé par les solides 1 et 2

- ✓ L'action de 3 sue 2 est extérieure à S
- ✓ L'action de 1 sue 2 est extérieure à S

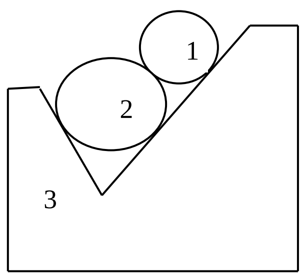

Figure 2.11 : Système matériel.

2.6. Modèles mécaniques

- ✓ Le plus simple est celui **du point matériel.**

La description du solide est réduite à la position de son centre de gravité et à sa masse. Ce modèle est adapté aux cas ou l'on ne s'intéresse qu'aux mouvements du centre de gravité. En particulier, il ne prend en compte ni les rotations propres de l'objet, ni ses déformations.

- ✓ La seconde modèle est le modèle du **solide indéformable.**

Il est bien adapté pour l'étude des mouvements mécanique du solide et des efforts mis en œuvre dynamique tant que les efforts restent modérés. Il permet de prendre en compte les rotations propres.

2.7. Exercices sur les généralités et définitions de base

Exercice N° 01 :

Soient deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ faisant chacune respectivement un angle de 25° et 35° avec la résultante $\vec{R}$ qui a une valeur de 400 N.

- Déterminer les modules des deux forces.

Exercice N° 02 :

La résultante de deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ est égale à 50 N et fait un angle de 30° avec la force $F_1 = 15N$.

- Trouver le module de la force $\vec{F}_2$ et l'angle entre les deux forces.

Exercice N° 03 :

La ligne d'action d'une force $\vec{F}$ de 800 N, passe par les points $A\begin{cases}1{,}22\\0\\2{,}74\end{cases}$ et $B\begin{cases}0\\1{,}22\\0{,}61\end{cases}$ dans un repère orthonormé. Déterminer les composantes de cette force

Exercice N° 04 :

Déterminer le moment par rapport à l'origine **O** de la force : $\vec{F} = -2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$ appliquée au point **A** pour les cas suivants :

Le vecteur position du point **A** est donné par :

a) $\vec{r}_1 = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$; **b)** $\vec{r}_2 = 4\vec{i} + 6\vec{j} - 10\vec{k}$

Déterminer dans les deux cas l'angle que fait la force avec le vecteur position : $\vec{r}$.