CHAPITRE V : ÉCOULEMENT EN CHARGE.

V.1. Introduction :

L'hydraulique est l'étude des écoulements. On distingue deux types d'écoulements :

- Les écoulements en charge, dans lesquels l'eau remplit complètement la canalisation, c'est le cas notamment des réseaux d'eau potable,
- Les écoulements à surface libre (interface entre l'eau et l'air), c'est le cas des rivières et des réseaux d'assainissement.

V.2. ***La quantité de mouvement:***

La quantité élémentaire de mouvement de la masse liquide qui pendant l'intervalle de temps dt traverse l'élément ds de la surface S avec la vitesse V, est:

$$\rho dQdtV = \rho V^2 dsdt..........V.1$$

- La quantité de mouvement de la masse liquide qui traverse toute la section S pendant le temps dt est: $\int_s \rho V^2 dsdt = \rho dt \int_s V^2 ds.............V.2$

- La quantité de mouvement fictive serait pour toute la section S:

$\rho QdtU.$ $/ Q = S \times U$ Ce qui donne:

$$\rho dtU^2 S.............V.3$$

U: La vitesse moyenne

$\int_s V^2 ds$ Pour la valeur réelle et $U^2.S$ pour la valeur fictive.

- Désignons par v l'excès, positif, négatif ou nul, de la valeur V de la vitesse d'un filet traversant la section S sur la valeur moyenne U, on a donc:

$$V = U + v \qquad \text{Ou} \qquad V^2 = U^2 + 2Uv + v^2$$

- Multiplions les deux membre par ds et intégrant dans toute la section :

$$\int_s V^2 ds = U^2 S + 2U \int_s vds + \int_s v^2 dS$$

Par ce que $\int_s vds = 0$, la somme des écarts (de la vitesse de pulsation) est nul, donc :

$$\int_s V^2 ds = U^2 S + \int_s v^2 dS$$

On divise par $U^2.S$: $\Rightarrow \dfrac{\int_s V^2 ds}{U^2 S} = 1 + \dfrac{\int_s v^2 ds}{U^2 S}$

$\forall v, v^2 > 0$, donc en posant : $\dfrac{\int_s V^2 ds}{U^2 S} = \eta$ ou $\eta > 0$

On $\dfrac{\int_s V^2 ds}{U^2 S} = 1+\eta$ / $\beta = 1+\eta$ > 1

Le coefficient β est appelé "coefficient de quantité de mouvement" ou "cœfficient de Bonssinesq"

- La quantité de mouvement réelle du courant donc:

$$\rho dt \int_s V^2 dS = \beta \rho dt U^2 S \text{..........} V.4$$

Quantité de mouvement réel = $\beta \times$ quantité de mouvement fictive.

V.3 ***Energie cinétique:***

- L'énergie cinétique réelle du courant est:

$$\int_s \frac{1}{2}\rho dQ dt V^2 = \frac{1}{2}\rho dt \int_s V^3 ds \text{.........} V.5$$

- L'énergie cinétique fictive est:

$$\frac{1}{2}\rho dQ dt U^2 = \frac{1}{2}\rho dt U^3 S \text{.............} V.6$$

Du même raisonnement de la quantité de mouvement:

$$V = U + v \Rightarrow V^3 = U^3 + 3U^2 v + 3v^2 U + v^3$$

- Multiplions chaque terme par ds et intégrons dans toute la section S:

$$\int_s V^3 ds = U^3 S + 0 + 3U \int_s v^2 ds + \int_s v^3 ds$$

On divise par U^3S: $\dfrac{\int_s V^3 ds}{U^3 S} = 1 + \dfrac{3\int_s v^2 ds}{U^2 S} + \dfrac{\int_s v^3 ds}{U^3 S}$

- Le dernier terme du deuxième nombre est négligeable puisque v est petit par rapport U

Donc, il reste: $\dfrac{\int_s V^3 ds}{U^3 S} = 1 + 3\eta$ On pose $1 + 3\eta = \alpha$

- Le coefficient α est appelé " coefficient d'énergie cinétique" ou "coefficient de Coriolis"

- L'énergie cinétique réelle du courant est donc:

$$\frac{1}{2}\rho dt \int V^3 ds = \alpha \frac{1}{2}\rho dt U^3 . S \text{ ....V.7}$$

Energie cinétique réelle = $\alpha \times$ énergie cinétique fictive

- En particulier l'application à un filet liquide du théorème de l'énergie cinétique conduit, à l'expression du théorème de Bernoulli.

- Compte tenu du coefficient de Coriolis, le théorème de Bernoulli prend cette forme:

$$Z+\frac{\rho}{\varpi}+\alpha\frac{U^2}{2g}+j=Cte.$$

- La valeur des coefficients $\eta,\alpha.et.\beta$ varie avec le degré d'inégalité des vitesses c à d pratiquement avec la forme de section d'écoulement et la nature des parois qui limitent ces sections.

- Dans la pratique usuelle de l'écoulement

* α = 1,04 pour les conduites de faible et moyen diamètre (0,2 à 1 m)
* α = 1,02 pour les conduites de diamètre supérieures à 1 m.
* α = 1,01 pour les conduites aqueduc de section circulaire.

- Dans la pratique, comme on néglige η c à d on prend $\alpha=\beta=1$

V.4. ***Perte de charge :***

La perte de charge ou perte d'énergie est due au frottement des molécules liquides entre elles et contre la paroi.

La perte de charge totale est égale à la somme des pertes de charges linéaires et des pertes de charges singulières.

$$J = j_l + j_s \;\ldots\ldots\; (m)\ldots\ldots\ldots\ldots V.8$$

VI.4.1 *Perte de charge linéaire:*

L'expression de la perte de charge le long d'une conduite rectiligne et d'une section transversale constante est:

$$j_l=\frac{\lambda}{D}.\frac{V^2}{2g}.L...(m).............V.9$$

Où: λ : c'est un coefficient adimensionnel qui dépend de la nature de l'écoulement (R_e) et de la rugosité de la paroi de la canalisation, appelée aussi coefficient de frottement.

D: diamètre de la conduite (m).

V: vitesse moyenne de l'écoulement (m/s).

g: accélération de la pesanteur (m/s^2).

L: longueur de la conduite (m).

➢ *Détermination du coefficient de frottement λ :*

1 . **Cas d'un régime laminaire:**

Dans ce cas $\lambda = f(R_l)$, est donné par la formule suivante: $\lambda=\frac{64}{R_l}$ ………..V.10

2. **Cas d'un régime turbulent:**

λ Dépend de plusieurs facteurs, comme : le type des parois de la conduite, la rugosité,….etc.

a .Ecoulement turbulent lisse:

La surface de la paroi solide n'a pas d'influence sur le corps d'écoulement c à d sur l'intensité d'agitation, celle-ci est appelée surface lisse. Il existe plusieurs formules, par exemple :

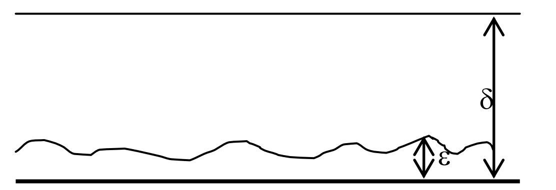


Fig.V.1.a

***** *Formule de VAN KARMAN:*

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\frac{2{,}51}{R\sqrt{\lambda}}\text{...........}V.11$$

***** *Formule de BLASUIS:*

$$\lambda = \frac{0{,}3164}{R^{0{,}25}}\text{..........}V.12$$

b. Ecoulement turbulent rugueux:

$\varepsilon > \delta \Rightarrow$ donc la surface de la paroi a une action directe sur le corps de l'écoulement c à d sur l'intensité d'agitation, celle-ci est appelée surface rugueuse ou bien surface à paroi rugueuse.

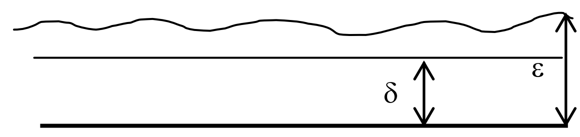


Fig.V.1.b

$*$ *Formule de NIKURADZE:*

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\frac{\varepsilon}{3{,}7D}\text{...........................}V.13$$

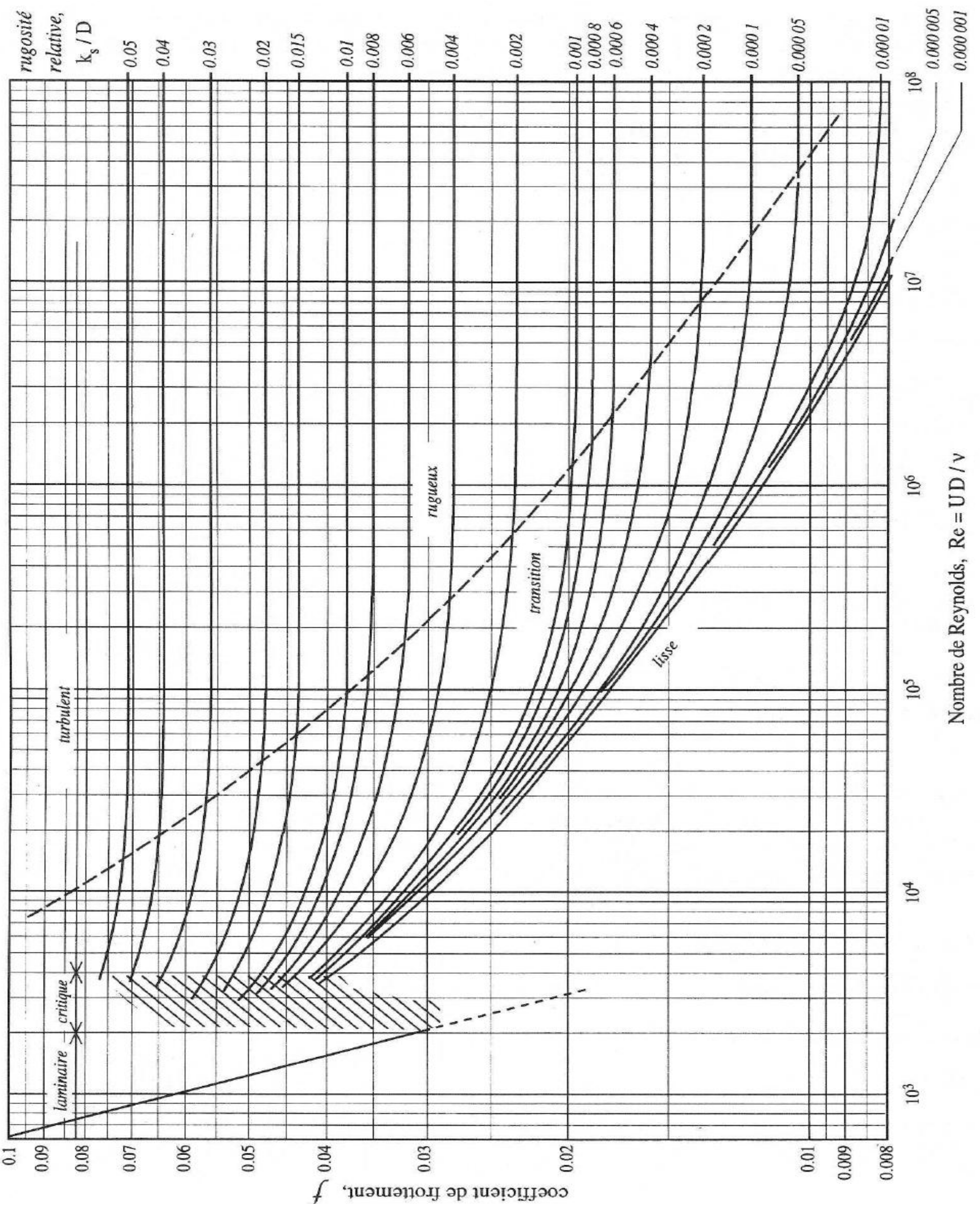
c. Si la hauteur des aspérités $\varepsilon = \delta$ à l'épaisseur du film laminaire, dans ce cas, le régime est de faible turbulence ou de transition.

$\lambda = f(R, \frac{\varepsilon}{D})$, on utilise:

$*$ *Formule de COLEBROUK-WHITE:*

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left[\frac{\varepsilon}{3{,}7D} + \frac{2{,}51}{R\sqrt{\lambda}}\right]\text{..........}V.14$$

3. *Diagramme universel de MOODY:* On peut utiliser le diagramme de Moody (Fig. V.2) pour la détermination de λ , $\lambda = f(R, \frac{\varepsilon}{d})$



V.4.2 Perte de charge singulière:

La perte de charge singulière J_s, localisée dans une section de la conduite est provoquée par un changement de direction et d'intensité de vitesse, cette perte de charge peut être provoquée par:

- Un changement de section de la conduite
- Un changement de la direction d'écoulement.
- Un branchement ou un raccordement de conduite.
- Les dispositifs mesurent le débit.
- Les dispositifs contrôlent le débit.

La perte de charge singulière est généralement exprimée comme suit:

$$j_s = \zeta \frac{V^2}{2g} \text{..............} V.14$$

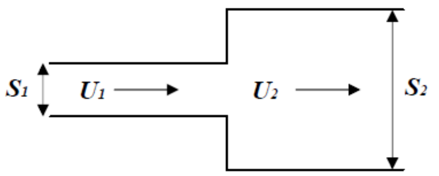
Avec: V: vitesse moyenne de l'écoulement (m/s)

g: accélération de la pesanteur, (m/s^2)

: Coefficient de la perte de charge singulière qui dépend de la géométrie (forme, dimension).

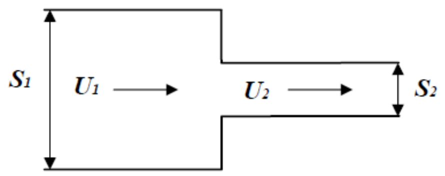
V.4.2.1 Changement de section :

* *Elargissement brutal*



$$j_s = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} = (1 - \frac{s_1}{s_2})^2 . \frac{V_1^2}{2g}$$

* *Rétrécissement brutal*

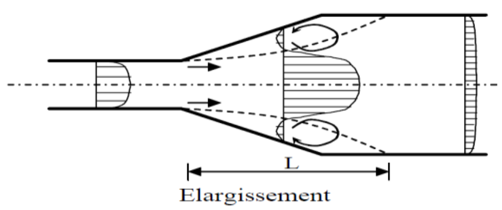


$$j_s = \xi \frac{V_2^2}{2g} \quad \xi = (\frac{1}{C_c} - 1)^2 \,/\, C_c = \frac{S_c}{S_2}$$

S_c : section contractée

$$C_c = 0{,}63 + 0{,}37(\frac{S_2}{S_1})^3 \text{ (Formule Wisbatch)}$$

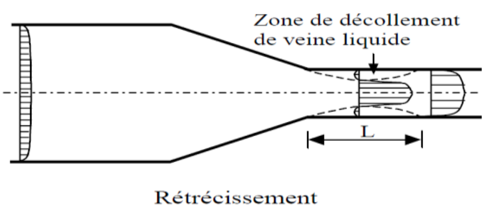
* *Elargissement progressif*



$$j_s = \xi \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$$

Où $\xi = f(\theta, \frac{s_1}{s_2})$

******Rétrécissement progressif*

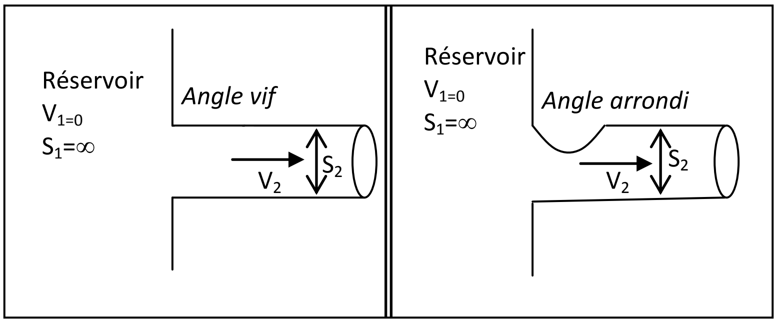


$$\xi = (\frac{1}{C_c} - 1)^2 \sin\theta \ , C_c = 0{,}63 + 0{,}37(\frac{S_2}{S_1})^3$$

- Si θ<7°, il n'y a pas de décollement et la perte de charge singulière ≈ 0, mais si le divergent est long, il faut tenir compte de la perte de charge linéaire ;

- Si 120<θ<180°, l'écoulement se décolle de la paroi, le coefficient $\xi \approx 1$

** Sortie d'un réservoir :*

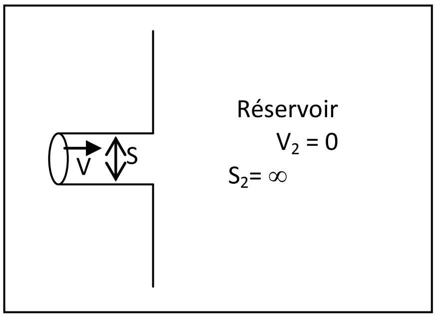


Cas d'une conduite part d'un réservoir

$$\xi = 0{,}5, C_c = 0{,}6 \Rightarrow angle.vif$$

$$\xi = 0{,}01, C_c = 1 \Rightarrow angle.arrondi$$

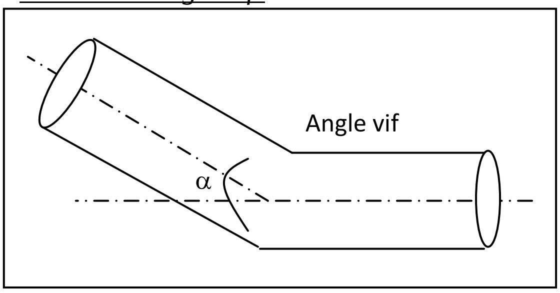
**Entrée dans un réservoir :*



$$\xi \approx 1$$

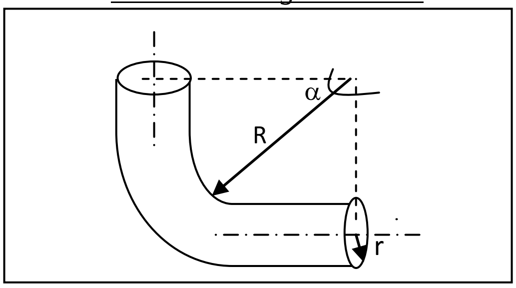
V.4.2.2 Changement de direction :

***** *<u>Coudes à angle vif:</u>*



$$\xi = 0{,}946.\sin^2(\frac{\alpha}{2}) + 2{,}05\sin^4(\frac{\alpha}{2})$$

* *<u>Coudes à angle arrondi:</u>*



$$\xi = [0{,}131 + 1{,}847(\frac{r}{R})^{3,5}]\frac{\alpha}{90°}$$

V.4.2.3 Vannes :

a : degré d'ouverture de le vanne

ζ= f(a)