

CHAPITRE IV : HYDRODYNAMIQUE DES LIQUIDES.

IV.1 Hydrodynamique des liquides parfaits:

L'hydrodynamique des liquides consiste à étudier le mouvement des particules liquides soumises à un système de forces. Dans l'hydrodynamique les forces de compressibilité sont négligées. Si les forces dues à la viscosité ne manifestent pas (force de frottement = 0), il n'y a pas donc de mouvement relatif entre les particules de liquides, on parle alors de l'*hydrodynamique des liquides parfaits*.

IV.1.1 Equation de la dynamique des liquides parfaits (Equation d'EULER) :

En hydrodynamique, il suffit d'ajouter au second membre a l'équation fondamentale de l'hydrostatique des liquides, qui est la force d'inertie par l'unité de masse, c à d au signe négatif, l'accélération absolue soit $-\vec{a}$, ce qui conduit à l'*équation fondamentale de l'hydrodynamique des liquides parfaits*.

$$\frac{1}{\rho} \vec{\text{grad}}P = \vec{F} - \vec{a} \dots\dots\dots\text{IV.1}$$

Cette équation vectorielle projetée sur les trois axes fournis les trois équations suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = X - \frac{d^2x}{dt^2} \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} = Y - \frac{d^2y}{dt^2} \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = Z - \frac{d^2z}{dt^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Ce sont les équations générales du mouvement appelées équations d'EULER}$$

- Equation de Bernoulli:

Soit l'écoulement permanent d'un liquide parfait et incompressible soumis au champ gravitationnel (champ de pesanteur); le long d'une ligne de courant confondue avec la trajectoire. (Écoulement unidimensionnel), l'équation de Bernoulli s'écrit comme suit :

$$z + \frac{P}{\varpi} + \frac{V^2}{2g} = H = Cte \dots\dots\dots\text{IV.2.}$$

Cette équation est homologue à celle obtenue en hydrostatique, sauf le terme $\frac{V^2}{2g}$ est plus, qui représente la hauteur de la vitesse (m).

→ L'équation de Bernoulli est valable en tout point du fluide incompressible en mouvement permanent et ir-rotationnel et la somme des termes reste constante le long d'une ligne de courant.

→ Représentation graphique:

$$Z + \frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} = H = C$$

Z: côte du point (m).

$\frac{P}{\rho g}$: Hauteur due à la pression (m).

$\frac{V^2}{2g}$: Hauteur due à la vitesse (m).

H: charge totale (m).

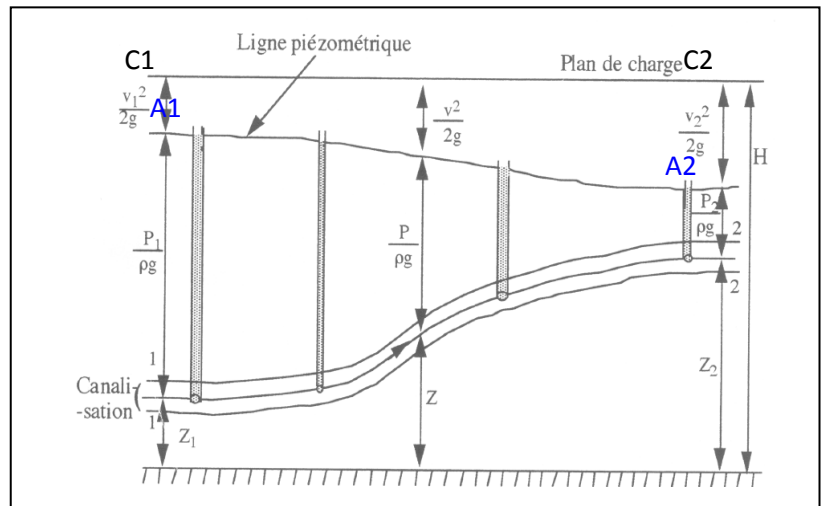


Fig. (IV.1) : Représentation graphique de l'équation de Bernoulli pour un liquide parfait.

- La ligne reliant les points C₁ et C₂ est la ligne de charge qui à pour un liquide de fluidité parfaite est horizontale.
- La ligne reliant les points A₁ et A₂ est la ligne piézométrique.

IV.1.2. Application du théorème de Bernoulli:

➤ Tube de pito:

On considère un liquide en écoulement permanent dans une canalisation, et deux tubes plongeant dans le liquide, l'un débouchant en A face au courant, et l'autre en B, le liquide à la même vitesse V qui dans la canalisation et la pression est la même que celle du liquide P_B = P

En A, point d'arrêt, V = 0 et P = P_A

(D'après le théorème de Bernoulli)

$$Z_A + \frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\rho g} + \frac{V_B^2}{2g}$$

$$\Rightarrow \frac{P_A}{\rho g} = \frac{P_B}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} \Rightarrow P_A = P + \frac{1}{2} \rho V^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \rho V^2 = P_A - P \Rightarrow \frac{1}{2} \rho V^2 = \rho g h$$

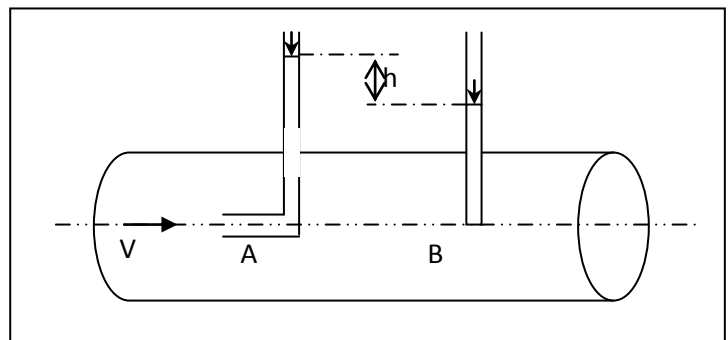


Fig. (IV.2) : Tube de Pito

$$\Rightarrow h = \frac{1}{2} \frac{V^2}{g} \Rightarrow h = \frac{V^2}{2g}$$

Donc d'après la Fig. (IV.2) la différence de niveau h c'est la hauteur due à la vitesse V.

Les vitesses totales sont déterminées à l'aide du tube de Pito suivant la formule suivante:

$$V = k\sqrt{2gh} \dots\dots\dots IV.3$$

Où k c'est un coefficient de correction déterminé expérimentalement.

➤ **Tube de Venturi " Phénomène de Venturi":**

Une conduite de section principale S_A ,
subit un étranglement en B ou sa section S_B .

La vitesse d'un fluide augmente dans
l'étranglement donc sa pression se diminue

$$V_B > V_A \Rightarrow P_B < P_A.$$

Le théorème de Bernoulli s'écrit ici:

$$Z_A + \frac{P_A}{\varpi} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\varpi} + \frac{V_B^2}{2g}$$

$$\text{Et on a } Q = V_A S_A = V_B S_B$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{S_A^2} - \frac{1}{S_B^2} \right) Q^2 \Rightarrow P_A - P_B = kQ^2 \dots\dots\dots IV.4$$

La différence de pression aux bornes aux extrémités du tube de Venturi est proportionnelle au carré du débit (Q).

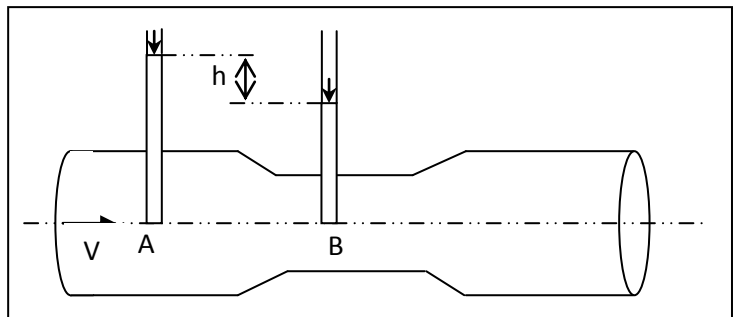


Fig. (IV.3) : Tube de Venturi

IV.2 Hydrodynamique des liquides réels :

L'écoulement d'un liquide réel engendre des forces de frottement dues à la viscosité et à la turbulence, sous ce titre on étudiera les conditions d'équilibre des fluides réels et incompressibles c à d ou les forces de frottement jouent un rôle important.

IV.2.2. Equation de l'hydrodynamique des liquides réels " Équation de Navier stokes" :

L'équation générale de la dynamique des liquides réels ou équation de Navier stokes. Elle est valable pour les écoulements laminaires d'un fluide incompressible. L'équation est la suivante :

$$\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}}P + \overrightarrow{F} + \overrightarrow{a} + \nu \nabla^2 \overrightarrow{V} \dots\dots\dots IV.5$$

$\frac{1}{\rho} \text{grad}P$: Force de pression

\vec{F} : Force extérieure (de volume) ou massique.

\vec{a} : Force d'inertie résultante du mouvement

$\nu \nabla^2 \vec{V}$: Force de viscosité.

- Si $\nu = 0 \Rightarrow$ on trouve l'équation d'Euler pour les liquides parfaits ;
- Si $\nu = 0$ et $\vec{a} = 0 \Rightarrow$ on trouve l'équation de l'hydrostatique.

➤ **Extension du théorème de Bernoulli, pour un cas de liquide réel:**

L'équation de Bernoulli s'écrit sous la manière suivante:

$$Z + \frac{P}{\varpi} + \frac{V^2}{2g} + j = \text{Cte} = H \dots \dots \dots \text{IV.6}$$

→ Représentation graphique du théorème de Bernoulli pour un liquide réel:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\varpi} + \frac{V_1^2}{2g} + j_1 = Z_2 + \frac{P_2}{\varpi} + \frac{V_2^2}{2g} + j_2$$

$j_2 - j_1$: Représente la perte de charge entre les deux points 1 et 2.

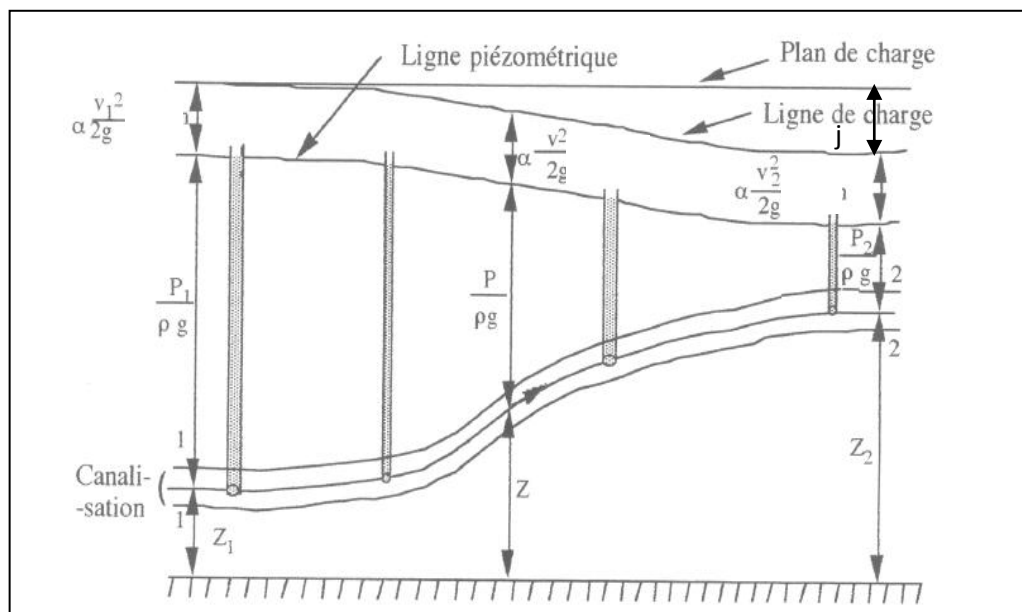


Fig. (IV.4) : Représentation graphique de l'équation de Bernoulli pour un liquide réel.

IV.3 Les régimes d'écoulement :

Le régime d'un écoulement se caractérise par la fluctuation temporelle des vitesses et des pressions au sein de la veine liquide.

IV.3.1 Expérience de Reynolds:

L'expérience fondamentale de Reynolds (Fig. IV.5) consiste à envoyer à l'aide du dispositif représenté en liquide coloré au sein d'une masse liquide en mouvement dans un tube en verre.

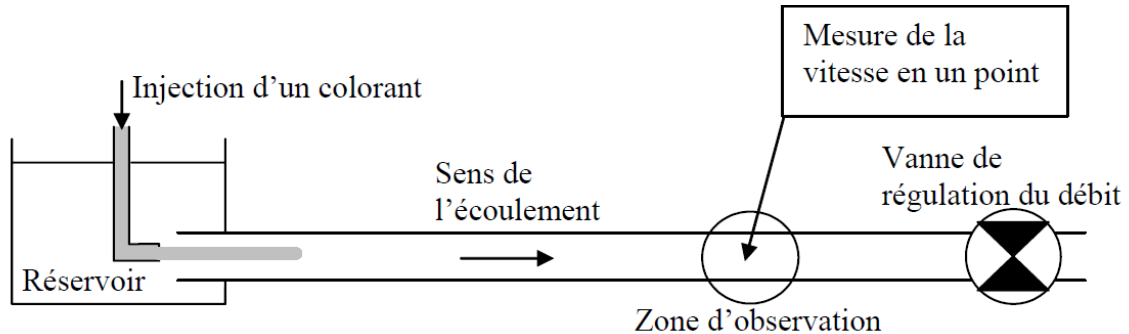


Fig. (IV.5) : Expérience de Reynolds.

Si on désigne par U la vitesse moyenne dans le tube, D est le diamètre du tube et par ν la viscosité cinématique du liquide en mouvement, le nombre adimensionnel appelé **nombre de Reynolds** est le suivant :

$$R = \frac{U \cdot D}{\nu} \dots\dots\dots IV.7$$

Le nombre de Reynolds peut servir à caractériser les régimes d'écoulement.

- Si $R < 2320 \Rightarrow$ le régime est tranquille ou laminaire.
- Si $R > 2320 \Rightarrow$ le régime est turbulent.

1. En ouvrant légèrement le robinet de vidange, le filet liquide coloré commence à passer lentement dans le tube de verre et ne se mélange pas avec les autres coudes du liquide (fig. IV.6). Les lignes de courant dans le liquide sont toujours rectilignes de telle sorte que la coloration reste uniforme. Ce régime est dit **Régime laminaire**.

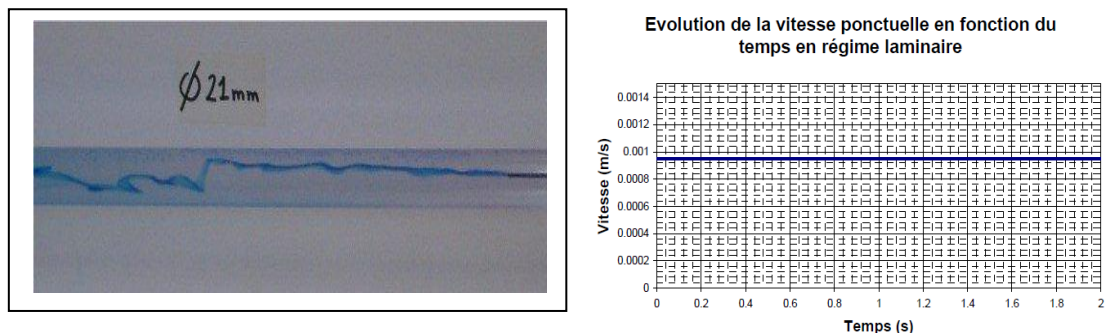


Fig. (IV.6) Régime laminaire.

2. Quand la vitesse est plus élevée (augmentera l'ouverture du robinet). Le filet coloré devient ondulé et instable; il se mélange rapidement au liquide ambiant. Les autres couches du liquide dont lesquelles chaque particule est projetée dans toutes les directions d'une manière irrégulière et désordonnée (Fig. IV.7). ce régime est dit **turbulents**.

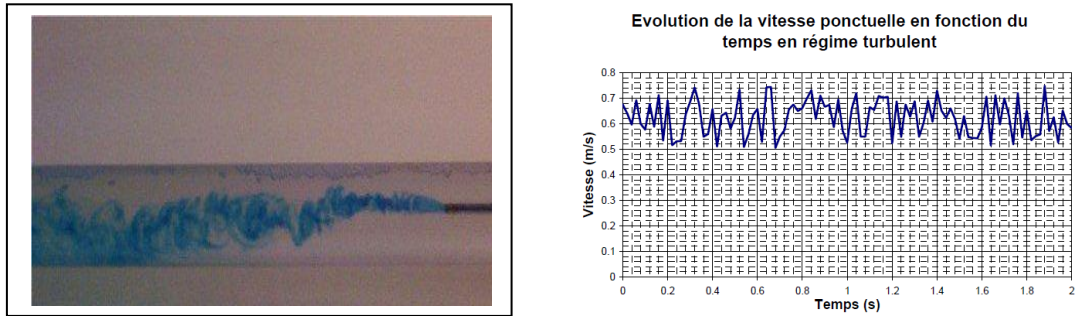


Fig. (IV.7) régime turbulent.

3. Le changement du régime d'écoulement de laminaire à turbulent est un problème de stabilité de l'écoulement. La valeur du nombre de Reynolds est devient R critique (R_{cr}).

$R = 2320 \Rightarrow$ régime de transition (transitoire)

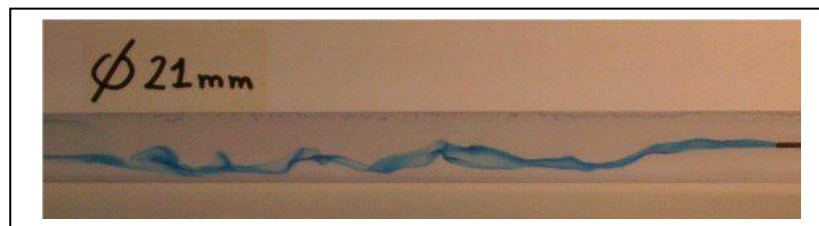


Fig. (IV.8) Régime transitoire.

IV.3.2 Distribution des vitesses dans un tuyau rectiligne:

Le graphique suivant compare la forme du profil de la vitesse en régimes laminaire et turbulent dans une conduite circulaire. En ordonnée est représenté le rapport entre la distance à la paroi (r) et le rayon de la conduite (R). L'abscisse représente le pourcentage du rapport entre la vitesse maximale du profil et la vitesse ponctuelle $V(r/R)$.

On constate que la vitesse maximale est au centre de la canalisation. Par contre, le profil de vitesse turbulent varie beaucoup plus qu'en laminaire au voisinage de la paroi. Cette zone de fort gradient de vitesse est appelée couche limite.

Fig. IV.9 : Evolution de la vitesse dans une conduite circulaire.

