Moteur à courant continu

L'objet de cette étude est un moteur à courant continu.

Lorsque l'on impose une tension continue aux bornes de ce moteur, celui-ci accélère jusqu'à une vitesse donnée.
Les équations physiques qui régissent le fonctionnement de ce moteur sont les suivantes :

(1)	$u(t) = e(t) + Ri(t) + L\dfrac{di(t)}{dt}$	Equations électriques du moteur à courant continu
(2)	$e(t) = K_e\omega(t)$	
(3)	$c_m(t) = K_c i(t)$	
(4)	$c_f(t) = f\omega(t)$	Couple de frottement proportionnel à la vitesse de rotation
(5)	$c_m(t) - c_f(t) - c_r(t) = J\dfrac{d\omega(t)}{dt}$	Equation issue du principe fondamental de la dynamique

Avec :

- $u(t)$: Tension d'entrée aux bornes du moteur (V)
- $e(t)$: Force contre électromotrice (V)
- $i(t)$: Intensité (A)
- $\omega(t)$: Vitesse de rotation du moteur ($rad.s^{-1}$)
- $c_m(t)$: Couple moteur ($N.m$)
- $c_f(t)$: Couple de frottement ($N.m$)
- $c_r(t)$: Couple résistant ($N.m$)
- L : Inductance de la bobine (H)
- f : coefficient de frottement visqueux ($N.m.s.rd^{-1}$)
- J : Inertie équivalente en rotation de l'arbre moteur ($Kg.m^2$)
- R : Résistance électrique du moteur (Ω)
- K_e : Constante de force électromotrice ($V.rad^{-1}.s$)
- K_c : Constante de couple ($N.m.A^{-1}$)

Remarque : En supposant l'absence de pertes dans la transformation de la puissance électromagnétique ($P_{em} = EI = K_e\Omega I$)/mécanique ($P_m = c_m\Omega = K_c I\Omega$), on a $P_{em} = P_m$, soit $K_e = K_c$!!!

Objectif

L'objectif de cet exercice est d'obtenir le schéma bloc du moteur et d'en déterminer la fonction de transfert.

Schéma bloc et fonction de transfert

On supposera toutes les conditions initiales nulles.

Question 1: Traduire ces équations dans le domaine de Laplace (fréquentielle)

Question 2: Représenter les équations (1) (2) (3) $(4+5)$ par 4 schémas bloc et mettre en place le schéma bloc du moteur

Question 3: Le moteur à courant continu est-il un système asservi ?

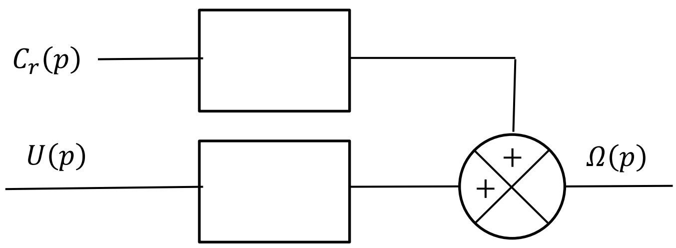
Question 4: Donner l'expression des fonctions de transfert $H_U(p)$ et $H_{C_r}(p)$ telles que $\Omega(p) = H_U(p)U(p) + H_{C_r}(p)C_r(p)$

Question 5: Préciser l'ordre du moteur à courant continu en fonction des coefficients L et J

Oui, pour le même moteur, on peut avoir un modèle différent ! Tout dépend des caractéristiques. Par ailleurs, pour un même modèle (1° ou 2° ordre), les fonctions de transfert peuvent varier. En effet, selon les cas, il est possible de **simplifier les fonctions de transfert du MCC** en calculant les valeurs de K_eK_c, Rf, RJ et Lf afin de simplifier les sommes $K_eK_c + Rf$ $(Rf \ll K_eK_c?)$ et $RJ + Lf$ $(Lf \ll RJ?)$. Attention, en aucun cas on peut se permettre de dire : $f \ll 1$ donc je fais comme si $f = 0$!!!!!!!

Question 6: Mettre les fonctions de transfert sous forme canonique en identifiant leurs coefficients caractéristiques

Question 7: Compléter le schéma bloc suivant, équivalent au schéma bloc du moteur



On met en entrée une tension constante U_0 et on suppose un couple résistant constant C_0 :

$$U(t) = U_0 u(t) \quad ; \quad C_r(t) = C_0 u(t)$$

Question 8: Déterminer l'influence du couple résistant sur la vitesse de rotation finale ω_∞ du moteur

Simplification du modèle

On ne s'intéresse plus qu'à la réaction du moteur à une tension d'entrée, soit la fonction H_U.
On note, dans le cas général :

- $\tau_e = \frac{L}{R}$ la constante de temps électrique du moteur
- $\tau_m = \frac{RJ}{k_e k_c + Rf}$ sa constante de temps électromécanique
- $\alpha = \frac{Rf}{k_e k_c + Rf} < 1$

Maxpid

τe	0,0003
τm	0,391678
α	0,251753
τe/τm	0,000765
ατe/τm	0,000193

Remarque : il arrive que $\tau_m = \frac{RJ}{k_e k_c}$ si $Rf \ll k_e k_c$, par exemple si les frottements sont très faibles

En général, $\tau_e \ll \tau_m$ (constante de temps électrique petite devant la constante de temps électro mécanique, autrement dit très souvent, quand $L \ll 1$), et comme $\alpha < 1$, on a aussi $\alpha\tau_e \ll \tau_m$. (cf exemple pour Maxpid)

Soit la fonction de transfert :

$$G_U(p) = \frac{K_U}{1 + (\tau_m + \alpha\tau_e)p + \tau_e\tau_m p^2}$$

Question 9: Montrer que $\boldsymbol{G_U(p) = H_U(p)}$

On propose H'_U, forme simplifiée de H_U :

$$H'_U(p) = \frac{K}{(1 + \tau_e p)(1 + \tau_m p)}$$

Les deux questions suivantes on pour but de justifier de la pertinence de proposer cette fonction simplifiée H'_U :

- Peut-on factoriser le dénominateur ?
- Est-elle presque égale à H_U

Question 10: Après avoir exprimé le coefficient d'amortissement du système en fonction de $\boldsymbol{\tau_e}$ et $\boldsymbol{\tau_m}$ en tenant compte des hypothèses précédentes, justifier la forme de $\boldsymbol{H'_U}$ proposée

Question 11: Montrer que la fonction de transfert du moteur peut s'écrire $\boldsymbol{H_U(p) \approx H'_U(p)}$

On s'arrête ici pour cette partie, mais cette fonction de transfert est très intéressante ! En effet, nous verrons plus tard (cours réduction de modèles) que le pôle dominant de cette fonction de transfert est le pôle de partie réelle la plus proche de 0, soit $-\frac{1}{\tau_m}$. La réponse d'un moteur à courant continu est généralement proche de la réponse du premier ordre $\frac{K_U}{1+\tau_m p}U(p) - \frac{K_{Cr}}{1+\tau_m p}C_r(p)$, dont le temps de réponse à 5% vaut $3\tau_m$.