**2-Les mathématiques grecques.**

**1 VIème siècle avant notre ère : La fondation pythagoricienne.**

Les pères fondateurs : **Thalès de Milet (625-547**), géomètre et astronome, aurait donné les premiers théorèmes et les premières démonstrations. **Pythagoras de Samos (585-500),** thaumaturge, moraliste et législateur grec, fonde la philosophie et les mathématiques : « Tout est nombre ». Contemporain de Zarathoustra (628-551), du Buddha (563-483) et de Confucius (551479), Pythagore fut, comme eux, un fondateur d’ordre religieux. Mais à la différence des trois autres, la religion pythagoricienne donne une place éminente à la connaissance mathématique

Ainsi, les anciens étaient conscients de la double coupure pythagoricienne : **•coupure religieuse:** le nombre est divin, il enferme la beauté et l’ordre du monde.

**• coupure rationnelle:** il ne suffit pas d’observer les propriétés des nombres et des figures, il faut les démontrer.

« Au VIè siècle avant Jésus-Christ, nous trouvons tout à coup, comme créée de rien, une galaxie de philosophes de la nature à Milet, Élée, Samos, qui disputent des origines et de l’évolution de l’univers, de sa forme et de sa substance, de sa structure et de ses lois en des termes qui depuis lors sont à jamais incorporés à notre vocabulaire et à nos matrices de pensée. Ils sont en quête de principes fondamentaux et de substances primordiales sous-jacents à toute diversité : quatre éléments, quatre humeurs, atomes tous identiques se mouvant selon des lois absolues. Les pythagoriciens tentent la première grande synthèse : ils essayent de tisser les fils séparés de la religion, de la médecine, de l’astronomie et de la musique pour en faire une seule étoffe à dessin géométrique austère. Cette étoffe n’est pas encore achevée aujourd’hui, mais le canevas en fut composé au cours des trois siècles de l’âge héroïque de la science grecque entre Thalès et Aristote. » (A. Koestler, Le cri d'Archimède).

**Vème siècle avant notre ère** , les pythagoriciens : Philolaos de Crotone (nombres premiers et composés), Hippase de Métaponte (découverte des irrationnels), Hippocrate de Chios, Démocrite l’atomiste (formule du volume d’une pyramide), les Éléates (Élée, ville du sud de l’Italie) : Parménide et Zénon, et leurs fameux paradoxes. Le sophiste Hippias d’Élis, et son frère Dinostrate, géomètres.

150 ans avant Euclide, Hippocrate de Chios (~460 av. J.C.) écrit les premiers Éléments de mathématiques, il démontre l’ensemble des propositions mathématiques à l’aide d’un petit nombre de principes : définitions, postulats et axiomes ; il invente le raisonnement par l’absurde, et établit la quadrature des lunules.

Avec les pythagoriciens, l’univers des mathématiques s’est agrandi. Ils ont introduit la musique et la mécanique. Leur vision mystique des nombres ne les a pas empêchés de fonder l’arithmétique comme la science des nombres ; ils classifient les nombres entiers. C’est à eux que l’on doit les 2 premières véritables démonstrations de l’Histoire. Ils démontrent, par exemple, que tous les triangles ont en commun d’avoir la somme de leurs angles égale à 180 degrés, et découvrent le tétraèdre, le cube et le dodécaèdre. Trois problèmes fameux vont traverser les siècles : duplication du cube, trisection de l’angle et quadrature du cercle. Première crise des fondements : la découverte des irrationnels. On attribue la découverte de l’irrationnalité de 2 (rapport de la diagonale au côté du carré) à Hippase de Métaponte. La légende dit qu’elle s’est produite au cours d’un voyage en mer des pythagoriciens, et qu’ils ont jeté Hippase par-dessus bord, car il contredisait un élément central de la doctrine de Pythagore, qui énonce que tout phénomène naturel se mesure par des rapports en nombres entiers.

**IVème siècle avant notre ère.** École d’Athènes. Théodore de Cyrène, professeur de mathématiques de Platon, démontre l’irrationalité des rcines de 3, 5 , 7 , 11 et 17 . Théétète, ami de Platon, généralise ce résultat et découvre les deux derniers polyèdres réguliers, l’octaèdre et l’icosaèdre.

**Platon (428-347 av. J. C.)** et son Académie : « Que nul n’entre ici s’il n’est géomètre ». « Si la géométrie oblige à contempler l'essence, elle nous convient ; si elle s’arrête au devenir, elle ne nous convient pas. (…) Elle a pour objet la connaissance de ce qui est toujours et non de ce qui naît et périt. Par suite, mon noble ami, elle attire l'âme vers la vérité, et développe en elle cet esprit philosophique qui élève vers les choses d'en haut les regards que nous abaissons à tort vers les choses d'ici-bas. Il faut donc, autant qu'il se peut, prescrire aux citoyens de ta Callipolis de ne point négliger la géométrie ; elle a d'ailleurs des avantages secondaires qui ne sont pas à mépriser. Ceux que tu as mentionnés, et qui concernent la guerre ; en outre, pour ce qui est de mieux comprendre les autres sciences, nous savons qu'il y a une différence du tout au tout entre celui qui est versé dans la géométrie et celui qui ne l'est pas. » (La République, Livre VII, 526) Tout est dit... Eudoxe de Cnide, créateur avec Antiphon de la méthode d'exhaustion, ancêtre du calcul intégral. Alexandre le Grand a pour précepteurs le philosophe Aristote, qui écrit la Logique (science du raisonnement), et le mathématicien Ménechme, qui définit et classifie les coniques. Le péripapéticien Eudème de Rhodes est historien des mathématiques et de l’astronomie. Aristoxène de Tarente écrit un grand traité de musique.

**IIIème siècle av. J.-C . : L’âge d’or des mathématiques grecques.** Le Grand Trio: Euclide de Mégare (365-300) publie les Éléments, présentation axiomatique des théorèmes obtenus depuis trois siècles en géométrie et en arithmétique. Nette prédominance de la géométrie. Les Éléments d’Euclide vont marquer les esprits : Spinoza, Li Shan Lan, Bourbaki. Archimède de Syracuse (287-212) : géométrie, prémices du calcul intégral et de la physique... et premières applications militaires des mathématiques. Apollonios de Perge (262-190) écrit un grand traité sur les Coniques.

À partir du IIIème siècle avant notre ère (presque) tout va se passer à Alexandrie. Période dite hellénistique. Nées après les voyages de Thalès et Pythagore en Égypte, les maths grecques retournent au pays de leurs origines. Aristarque de Samos (310-230), astronome, conçoit le premier système héliocentrique, affirmant que la Terre tourne sur elle-même et autour du Soleil. Ératosthène (276-197), mathématicien (le crible), astronome, géographe, directeur de la bibliothèque d’Alexandrie, a effectué la première mesure rigoureuse de la Terre.

IIème siècle avant notre ère : Hipparque précurseur de la trigonométrie et Théodose, l'astronome. Héron, le mécanicien. La réflexion philosophique et scientifique se poursuit dans la moitié grecque de l’Empire romain, notamment à Alexandrie, avec ses écoles et sa bibiothèque, jusqu’au Vème siècle de notre ère.

IIème siècle ap. J.-C. : Claude Ptolémée, géographe et astronome, et son système géocentrique. Nicomaque de Gérase, Théon de Smyrne (théorie des nombres), Ménélaos (sections coniques).

**IIIème siècle ap. J.-C. : L’âge d’argent des mathématiques grecques.** Diophante, précurseur de l’algèbre. Dans les mathématiques euclidiennes, «la prépondérance écrasante de la Géométrie (en vue de laquelle est manifestement conçue la théorie des grandeurs) paralyse tout développement autonome de la notation algébrique : les éléments entrant dans les calculs doivent, à chaque moment, être "représentés" géométriquement.» (Bourbaki, loc cit.) Or la somme de deux longueurs est une longueur, leur produit est une aire, ce qui interdit la notion de polynôme. Les Arithmétiques de Diophante contiennent 13 livres. Elles renouent avec la tradition des calculateurs professionnels, égyptiens et babyloniens, et introduient les exposants, la règle des signes, etc. Mais la découverte de l’algèbre est trop tardive pour relancer la science antique, et ne sera exploitée que par les Arabes.

IVème siècle . Pappus, synthèse de la géométrie des siècles précédents. Le géomètre Théon d’Alexandrie, commentateur d’Euclide, et sa fille et collaboratrice Hypatie, mathématicienne et néoplatonicienne, massacrée en 415 par des chrétiens fanatiques.

Vème siècle . Les "grands commentateurs" des mathématiques grecques : Proclus commente Euclide, Eutocius Apollonios et Archimède.

VIème siècle . Le sénateur Boèce, dernier mathématicien de l’Antiquité… et le seul romain ! Fin des mathématiques grecques. Avant de poursuivre, on peut se demander, avec Ch. Morazé et A. Schiavone, pourquoi la Chine et la Rome antique ont raté le chemin de la modernité, et qu’il ait fallu attendre mille ans pour qu’éclate, en Occident, la révolution scientifique et technique. En Grèce, la connaissance n’a pour but que la contemplation de la vérité et l’amélioration de soi ; entre science et transformation de la nature, le passage est bloqué, faute d’articulation entre science et pouvoir. A Rome, qui pourtant dispose de grands ingénieurs et architectes, les élites méprisent le travail et l’entreprise (esclavage). L’invention de la machine à vapeur par Héron d’Alexandrie reste sans lendemain ! Pour la Chine, voir plus bas.