

## Corrigé type de l'examen final en traitement d'image

### Exercice 1 (opérations morphologiques)

Soit **I** l'image binaire suivante :

						<b>1</b>		
			<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
			<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>		<b>1</b>
			<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
				<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	
	<b>1</b>				<b>1</b>	<b>1</b>		
					<b>1</b>			
<b>1</b>	<b>1</b>			<b>1</b>				
<b>1</b>								

Image binaire **I**

et soit **e1** et **e2** les deux types d'élément de structure suivants :

<b>1</b>	<b>1</b>	
<b>1</b>	<b>1</b>	

**e1**

	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>1</b>	

**e2**

- 1) Calculer le résultat de l'érosion et de la dilatation de l'image binaire **I** en utilisant les deux types d'élément de structure **e1** et **e2**.
- 2) Calculer le résultat l'ouverture et de la fermeture de l'image **I** en utilisant les éléments de structure **e1** et **e2**.
- 3) Montrer comment obtenir le contour d'un objet dans une image binaire en utilisant les opérations morphologiques.

### Solution :

- 1) Calcul de l'érosion et de la dilatation de l'image binaire **I** par les éléments de structure **e1** et **e2** :

				<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>		
				<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>		
					<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	
						<b>1</b>		
<b>1</b>								

Érosion de **I** par **e1**

			<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>		<b>1</b>
			<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>1</b>
				<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	
					<b>1</b>	<b>1</b>		
					<b>1</b>			
<b>1</b>								

Érosion de **I** par **e2**

		1	1	1	1	1	1	1
		1	1	1	1	1	1	1
		1	1	1	1	1	1	1
		1	1	1	1	1	1	1
1	1		1	1	1	1	1	
1	1			1	1	1		
1	1		1	1	1			
1	1		1	1				
1								

Dilatation de I par e1

						1	1	
			1	1	1	1	1	1
			1	1	1	1	1	1
			1	1	1	1	1	1
			1	1	1	1	1	1
			1	1	1	1	1	1
	1	1		1	1	1	1	
	1				1	1		
1	1	1		1	1			
1	1			1				

Dilatation de I par e2

2) Calcul de l'ouverture et la fermeture de l'image I en utilisant les éléments de structure e1 et e2 :

				1	1	1		
				1	1	1		
					1	1	1	
						1		
1								

Ouverture de I par e1

			1	1	1	1		1
			1	1	1			1
				1	1	1	1	
					1	1		
					1			
1								

Ouverture de I par e2

			1	1	1	1	1	1
			1	1	1	1	1	1
			1	1	1	1	1	1
			1	1	1	1	1	1
				1	1	1	1	
1	1				1	1		
1	1				1			
1	1			1				
1								

Fermeture de I par e1

						1		
			1	1	1	1	1	1
			1	1	1	1	1	1
			1	1	1	1	1	1
				1	1	1	1	
	1				1	1		
					1			
1	1			1				
1								

Fermeture de I par e2

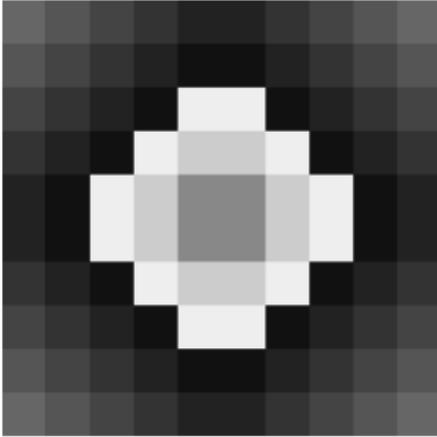
3) La frontière d'un ensemble A dénotée  $\beta(A)$  peut être obtenue par la différence d'une image avec son érosion :

$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$

où l'ensemble A représente l'image d'entrée et B est un élément de structure.

## Exercice 2 (Filtrage et réduction de bruit)

L'image **I** suivante est une image à niveaux de gris de taille 10×10 pixels dont les valeurs des niveaux de gris sont codées sur 4 bits. Cette image représente un cercle sur un fond sombre.



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	6	5	4	3	2	2	3	4	5	6
2	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5
3	4	3	2	1	14	14	1	2	3	4
4	3	2	1	14	12	12	14	1	2	3
5	2	1	14	12	8	8	12	14	1	2
6	2	1	14	12	8	8	12	14	1	2
7	3	2	1	14	12	12	14	1	2	3
8	4	3	2	1	14	14	1	2	3	4
9	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5
10	6	5	4	3	2	2	3	4	5	6

Un bruit est ajouté à cette image tel que :

$$I(2,2) = I(4,7) = I(5,5) = I(5,9) = 0 \text{ et } I(6,2) = I(6,6) = I(7,4) = I(9,9) = 15.$$

- 1) Quel est le type de ce bruit ?
- 2) Appliquer un filtre moyenneur de taille 3×3 sur les pixels de l'image **I** de coordonnées (2,2), (4,7), (5,5), (5,9), (6,2), (6,6), (7,4), (9,9).
- 3) Appliquer un filtre médian de taille 3×3 sur les pixels de l'image **I** de coordonnées (2,2), (4,7), (5,5), (5,9), (6,2), (6,6), (7,4), (9,9).
- 4) Quel est le meilleur résultat entre les deux? Justifier votre réponse.

### Solution :

- 1) Ce bruit est de type poivre et sel.
- 2) Filtre moyenneur:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2		4								
3										
4							7			
5					10				4	
6		6				10				
7				9						
8										
9									5	
10										

3) Filtre médian :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2		4								
3										
4							8			
5					12				2	
6		2				12				
7				12						
8										
9									4	
10										

4) Le **filtre médian** est meilleur par rapport au filtre moyenneur cela est justifié par le fait que **le type de bruit** correspond au **bruit poivre et sel**.

### Exercice 3 (Algorithme d'Otsu)

Considérons l'image **I** de l'exercice 2 et soit **L** le nombre de niveaux de gris.

1) Donner les expressions mathématiques et calculer les éléments suivants :

- l'histogramme normalisé de l'image  $p_i, i = 0, \dots, L - 1$ .
- les sommes cumulatives  $P_k(k), k = 0, \dots, L - 1$ .
- les moyennes cumulatives  $M_c(k), k = 0, \dots, L - 1$ .
- la moyenne globale  $m_G$ .
- la variance inter-classes  $\sigma_B^2(k)$ .

2) Quel est le meilleur seuil obtenu par l'application de la technique d'Otsu ?

### Solution :

1) Les expressions mathématiques:

- Histogramme normalisé de l'image  $p_k, k = 0, \dots, L - 1$  :

$$p_k = n_k / (10 \times 10)$$

- Sommes cumulatives  $P_1(k), k = 0, \dots, L - 1$  :

$$P_1(k) = \sum_{i=0}^k p_i$$

- Moyennes cumulatives  $M_c(k), k = 0, \dots, L - 1$  :

$$M_c(k) = \sum_{i=0}^k i \times p_i$$

- Moyenne globale  $m_G$  :

$$m_G = \sum_{i=0}^{L-1} i \times p_i$$

- Variance interclasses  $\sigma_B^2(k), k = 0, \dots, L - 1$  :

$$\sigma_B^2(k) = \frac{(m_G \times P_1(k) - M_c(k))^2}{P_1(k) \times (1 - P_1(k))}$$

### Application numérique :

$k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$p_i$	0,00	0,16	0,20	0,16	0,12	0,08	0,04	0,00	0,04	0,00	0,00	0,00	0,08	0,00	0,12	0,00
$P_1(k)$	0,00	0,16	0,36	0,52	0,64	0,72	0,76	0,76	0,80	0,80	0,80	0,80	0,88	0,88	1,00	1,00
$M_c(k)$	0,00	0,16	0,56	1,04	1,52	1,92	2,16	2,16	2,48	2,48	2,48	2,48	3,44	3,44	5,12	5,12
$m_G$	5,12	5,12	5,12	5,12	5,12	5,12	5,12	5,12	5,12	5,12	5,12	5,12	5,12	5,12	5,12	5,12
$\sigma_B^2(k)$	non définie	3,23	7,15	10,55	13,40	15,48	<b>16,43</b>	<b>16,43</b>	16,32	16,32	16,32	16,32	10,75	10,75	non définie	non définie

2) Le meilleur seuil obtenu par l'application de la technique d'Otsu :

$$k^* = \operatorname{argmax}_k(\sigma_B^2(k)), k = 0, \dots, L - 1$$

### Application numérique :

La valeur de k qui maximise  $\sigma_B^2(k)$  est  $k^* = 7$  avec  $\sigma_B^2(k^*) = 16.43$ .

## ANNEXE (PROGRAMME MATLAB)

```
%% Exercice 1 (opérations morphologiques)
```

```
% Initialiser l'image I
```

```
I = [0 0 0 0 0 0 1 0 0
      0 0 0 1 1 1 1 1 1
      0 0 0 1 1 1 1 0 1
      0 0 0 1 1 1 1 1 1
      0 0 0 0 1 1 1 1 0
      0 1 0 0 0 1 1 0 0
      0 0 0 0 0 1 0 0 0
      1 1 0 0 1 0 0 0 0
      1 0 0 0 0 0 0 0 0];
```

```
% Convertir l'image en binaire
```

```
I = logical(I);
```

```
% Initialiser les éléments de structure
```

```
se1 = [1, 1, 0;
        1, 1, 0;
        0, 0, 0];
```

```
se2 = [0, 0, 0;
```

```
        0, 1, 1;
        0, 1, 0];
```

```

% Calculer le résultat de l'érosion et de la dilatation
I_ero1 = imerode(I,se1);
I_ero2 = imerode(I,se2);
I_dil1 = imdilate(I,se1);
I_dil2 = imdilate(I,se2);

% Calculer le résultat de l'érosion et de la dilatation
I_op1 = imopen(I,se1);
I_op2 = imopen(I,se2);
I_cl1 = imclose(I,se1);
I_cl2 = imclose(I,se2);

%% Exercice 2 (Filtrage et réduction de bruit)
% Initialiser l'image
I = [6 5 4 3 2 2 3 4 5 6
     5 4 3 2 1 1 2 3 4 5
     4 3 2 1 14 14 1 2 3 4
     3 2 1 14 12 12 14 1 2 3
     2 1 14 12 8 8 12 14 1 2
     2 1 14 12 8 8 12 14 1 2
     3 2 1 14 12 12 14 1 2 3
     4 3 2 1 14 14 1 2 3 4
     5 4 3 2 1 1 2 3 4 5
     6 5 4 3 2 2 3 4 5 6];

% Appliquer le bruit
I_bruit = I;
I_bruit(2,2) = 0;I_bruit(4,7) = 0;I_bruit(5,5) = 0;I_bruit(5,9) = 0;
I_bruit(6,2) = 15;I_bruit(6,6) = 15;I_bruit(7,4) = 15;I_bruit(9,9) = 15;

% Application du filtre moyennneur de taille 3*3 :
H = [1/9 1/9 1/9; 1/9 1/9 1/9; 1/9 1/9 1/9];
I_moy = uint8(filter2(H, I_bruit, 'full'));

% Application du filtre median de taille 3*3 :
I_med = uint8(medfilt2(I_bruit,[3 3]));

%% Exercice 3 (Algorithme d'Otsu)
% Calculer et afficher l'histogramme
I = uint8(I);
[N,X] = hist(I(:,), [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15]);
h = bar(X,N);
ylim([0 21]);
grid on;

% Algorithme d'Otsu
L = 16;
% histogramme normalisé de l'image p_i:
p_i = N/100;
% les sommes cumulatives P_k:
P_k = cumsum(p_i);
% les moyennes cumulatives M_c:
M_c = cumsum(p_i.*X);
% la moyenne globale m_G:
m_G = sum(X.*p_i);
% la variance inter-classes ?_B^2:
sigma2B = (m_G.*P_k - M_c).^2./(P_k.*(1-P_k));

% plot sigma2B
plot(sigma2B)

% le meilleur seuil
[maxsig, k] = max(sigma2B)

```