الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المركز الجامعي عبد الحفيظ بوالصوف –ميلة–

محاضرات وتطبيقات في مادة الرياضيات المالية

لطلبة السنة الثانية علوم تسيير –LMD–

من إعداد الدكتور ريغي هشام

السنة الجامعية 2015–2016

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المركز الجامعي عبد الحفيظ بوالصوف –ميلة–

محاضرات وتطبيقات في مادة الرياضيات المالية

لطلبة السنة الثانية علوم تسيير -LMD-

من إعداد الدكتور ريغي هشام

السنة الجامعية 2015–2016

فهرس المحتويات

مقدمة..5

الفصل الأول:

الفائدة البسيطة والخصم

I. الفائدة البسيطة

1- تعريف الفائدة البسيطة..7

2- عناصر قانون الفائدة البسيطة...7

3- حالات حول المدة...8

4- العلاقة بين الفائدة البسيطة التجارية والفائدة البسيطة الصحيحة...........................11

5- طريقة النمر والقواسم لحساب الفائدة البسيطة......................................12

6- جملة القرض...13

6-1- تعريف جملة القرض وقانونها...13

6-2- قوانين حساب جملة القرض وعناصرها حسب نوع المدة.........................14

II. الخصم

1- السندات التجارية وخصمها..16

1-1- السندات التجارية..16

1-2- خصم السندات التجارية...16

2- أنواع الخصم..16

3- قانون الخصم التجاري...17

4- قانون الخصم الصحيح..19

5- العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الصحيح......................................20

6- الآجيو...22

تمارين مقترحة...24

الفصل الثاني:

الفائدة المركبة والدفعات

I. الفائدة المركبة

1- تعريف الفائدة المركبة..26

2- قانون الفائدة المركبة...26

3- طرق حساب الجملة المركبة..27
4-إيجاد الجملة المركبة في حالة المدة غير الكاملة (تحتوي شهور و/أو أيام)........................29
5- إيجاد الجملة المركبة في حالة المعدل غير مجدول..31
6- إيجاد الجملة المركبة في حالة المعدل يُحسب على أساس جزء من السنة........................32
7-عمليات على القانون الأساسي للفائدة المركبة..32

II. الدفعات المتساوية

1- تعريف الدفعات المتساوية..38
2- أنواع الدفعات المتساوية..38
3- دفعات نهاية المدة..38
3-1- جملة دفعات نهاية المدة..38
3-1-1- قانون جملة دفعات نهاية المدة..38
3-1-2- إيجاد جملة دفعات نهاية المدة في حالة معدل الفائدة يُحسب على أساس جزء من السنة....41
3-1-3- إستخدام قانون جملة دفعات نهاية المدة..41
3-2- القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة..47
3-2-1- قانون القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة..47
3-2-2- إستخدام قانون القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة..49
4- دفعات بداية المدة..54
4-1- جملة دفعات بداية المدة..54
4-1-1- قانون جملة دفعات بداية المدة..54
4-1-2- إستخدام قانون جملة دفعات بداية المدة..57
4-2- القيمة الحالية لدفعات بداية المدة..63
4-2-1- قانون القيمة الحالية لدفعات بداية المدة..63
4-2-2- إستخدام قانون القيمة الحالية لدفعات بداية المدة..66
تمارين مقترحة..71

الفصل الثالث:

تكافؤ المعدلات ورؤوس الأموال

I. المعدلات المتناسبة والمعدلات المتكافئة

1- المعدلات المتناسبة..73
2- المعدلات المتكافئة..74

II. تكافؤ رووس الأموال

1- مفهوم تكافؤ رؤوس الأموال..75
2- تكافؤ رؤوس الأموال أو الديون قصيرة الأجل..75
2-1- قانون التكافؤ...75
2-2- تكافؤ عدة رؤوس أموال أو ديون...76
2-3- إستخدام قانون التكافؤ...77
2-4- مدة الإستحقاق المتوسطة...78
3- تكافؤ رؤوس الأموال أو الديون الطويلة الأجل..79
3-1- قانون التكافؤ...79
3-2- تكافؤ عدة رؤوس أموال أو ديون...80
3-3- إستخدام قانون التكافؤ...80
3-4- تاريخ الإستحقاق المتوسط...81
تمارين مقترحة..83

الفصل الرابع:

معايير إختيار الإستثمارات

1- تعريف الإستثمار..85
2- المبادئ التي يقوم عليها قرار الإستثمار..85
3- العوامل المؤثرة في إختيار الإستثمارات..85
4-طرق إختيار الإستثمارات...86
4-1- الطرق التقليدية لتقييم المشاريع..87
4-1-1- طريقة فترة الإسترداد..87
4-1-2- طريقة معدل العائد المحاسبي..90
4-2- الطرق الحديثة في تقييم المشاريع...91
4-2-1- طريقة صافي القيمة الحالية...91
4-2-2- طريقة معدل العائد الداخلي...93
4-2-3- طريقة دليل الربحية أو نسبة المنفعة إلى الكلفة.................................95
تمارين مقترحة..97

الفصل الخامس:

القروض واهتلاكها

1- تعريف القرض وقيمته الإسمية...99
2- طرق إستهلاك القروض...99
2-1- طريقة إستهلاك القروض بالدفعات الثابتة.................................99
2-2- طريقة إستهلاك القروض بالإستهلاكات الثابتة.........................104
تمارين مقترحة...108

الفصل السادس:

التقنيات البورصية: تقييم السندات والأسهم

1- تعريف البورصة..110
2- السندات وتقييمها...110
2-1- تعريف وأنواع السندات...110
2-1-1- تعريف السندات..110
2-1-2- أنواع السندات..111
2-2- تقييم السندات..112
3- الأسهم وتقييمها...116
3-1- تعريف وأنواع الأسهم...116
3-1-1- الأسهم العادية...116
3-1-2- الأسهم الممتازة..117
3-2- تقييم الأسهم..117
3-2-1- تقييم الأسهم الممتازة...117
3-2-2- تقييم الأسهم العادية...118
3-2-2-1- نموذج التوزيعات..119
3-2-2-2- طريقة مضاعف الأرباح...122
تمارين مقترحة...124
الجداول المالية...131-126
قائمة المراجع..132

مقدمة:

تُعتبر الرياضيات المالية مقياساً في غاية الأهمية بالنسبة للكثير من الطلبة في مختلف التخصصات التي يتم فيها تدريس هذا المقياس، بالإضافة إلى أهميتها العملية لرجال الأعمال والمستثمرين في البنوك، البورصات أو حتى في المساعدة على إختيار المشاريع الإنتاجية.

ولقد تم إعداد هذا المؤلَف خصيصاً لطلبة السنة الثانية علوم التسيير من نظام LMD مراعينا في ذلك البرنامج الرسمي المتكون من ستة فصول تغطي جانباً هاماً من الرياضيات المالية.

ومن أجل فهم أفضل، تم إرفاق مختلف القوانين المتناولة على طول فصول هذا المؤلَف بأمثلة تطبيقية مباشرة ، بالإضافة إلى مجموعة تمارين مقترحة غير محلولة في آخر كل فصل. وتم إرفاق المؤلَف بعدد من الجداول المالية التي تساعد على التوفير من الجهد والوقت في العمليات الحسابية التي يتطلبها حل الكثير من مسائل الرياضيات المالية.

وبالرغم من أن محتوى هذه المؤلَف موجه أساساً إلى طلبة السنة الثانية علوم التسير نظام LMD، كما أسلفنا، إلا أنه يُمكن أن يكون مرجعاً مفيداً لكل مهتم بموضوعات الرياضيات المالية ومدخلاً للتعمق أكثر في هذا المجال الواسع.

ولا بد أن نشير هنا، وهي كلمة لا بد أن تُقال بالنظر إلى مرجعيتنا الدينية الإسلامية، أن معدلات الفائدة التي تتم في عمليات الإقراض والإقتراض تُعتبر من الناحية الإسلامية ربا محرم بنص القرآن والسنة.

وفي الأخير أرجو من الله سبحانه وتعالى أن أكون قد وُفقت في إعداد هذا العمل المتواضع.

الفصل الأول:

الفائدة البسيطة والخصم

I. **الفائدة البسيطة:**

1- تعريف الفائدة البسيطة:

هي المبلغ المكتسب أو المدفوع مقابل إستخدام النقود المقترضة من البنك مثلا أو التي أُقرضت للغير.

2- عناصر قانون الفائدة البسيطة:

يُقصد بعناصر قانون الفائدة البسيطة العوامل المحددة لها ، ويتوقف حساب الفائدة البسيطة على العناصر التالية:

- أصل المبلغ: ويُقصد به المبلغ المقترض أو المودع مقابل الاستفادة من الفائدة؛
- معدل الفائدة: ويُعبر عن المقدار المحصل من الفائدة لقاء إيداع أو إقتراض وحدة واحدة من النقد وخلال وحدة واحدة من الزمن؛
- المدة: ويُقصد بها الزمن الذي يُستفاد من خدمات الأموال المقترضة أو المودعة خلاله.

لنفترض أن:

I: الفائدة البسيطة؛

C: أصل المبلغ؛

i: معدل الفائدة؛

n: المدة (عدد السنوات، و/أو عدد الأشهر و/أو عدد الايام).

ومنه فإن قانون الفائدة البسيطة يُكتب كما يلي:

$$\boxed{I = C \times i \times n}$$

مثال 1-1:

أودع أحد الأشخاص مبلغ من المال قدره 2000 وحدة نقدية لدى أحد البنوك بمعدل فائدة 8% ولمدة 3 سنوات.

المطلوب:

أحسب الفائدة البسيطة؟

الحل:

C=2000 وحدة نقدية

i=8%

n=3 سنوات

$$I = C \times i \times n \Longrightarrow I = \frac{2000 \times 8 \times 3}{100} = \boxed{480 \text{ وحدة نقدية}}$$

3- حالات حول المدة:

3-1-التعامل بعدد من الأشهر:

نضع: $n = \frac{m}{12}$

حيث : m هو عدد الأشهر

وبالتالي فإن قانون الفائدة البسيطة يُكتب كما يلي:

$$I = \frac{C \times i \times m}{12}$$

مثال 1-2:

أودع أحد الأشخاص مبلغ من المال قدره 2000 وحدة نقدية لدى أحد البنوك بمعدل فائدة 8% ولمدة 9 أشهر.

المطلوب:

أحسب الفائدة البسيطة؟

الحل:

$c = 2000$ وحدة نقدية

$i = 8\%$

$m = 9$ أشهر $\Rightarrow n = \frac{9}{12}$

$$I = \frac{C \times i \times m}{12} \Longrightarrow I = \frac{2000 \times 8 \times 9}{100 \times 12} = \boxed{120 \text{ وحدة نقدية}}$$

3-2- التعامل بعدد من الأيام:

عند التعامل بعدد من الأيام علينا التفريق بين نوعين من الفوائد البسيطة:

* *الفائدة البسيطة التجارية*: وهي الفائدة التي تُحسب على أساس أن عدد أيام السنة تساوي 360 يوماً أي إعتبار أن كل شهر يساوي 30 يوماً أي :30x12 = 360 يوماً.

نضع: $n = \frac{j}{360}$

حيث : j هو عدد الأيام

وبالتالي فإن قانون الفائدة البسيطة التجارية يُكتب كما يلي:

$$I_c = \frac{C \times i \times j}{360}$$

حيث : c (الصغيرة) تعني تجارية (Commercial).

* الفائدة البسيطة الصحيحة: وهي الفائدة التي تُحسب على أساس عدد الأيام الحقيقية من كل شهر وهنا نكون أمام نوعين من السنوات:

السنة البسيطة: وهي السنة التي يكون فيها عدد الأيام 365 يوماً في حالة كان شهر فيفري من تلك السنة يتكون من 28 يوماً. والسنة البسيطة هي السنة التي لا تقبل القسمة على 4.

نضع: $n = \frac{j}{365}$

حيث: j هو عدد الأيام

وبالتالي فإن قانون الفائدة البسيطة الصحيحة يُكتب كما يلي :

$$I_r = \frac{C \times i \times j}{365}$$

حيث: r تعني صحيحة (Réel).

السنة الكبيسة: وهي السنة التي يكون فيها عدد الأيام 366 يوماً في حالة كان شهر فيفري من تلك السنة يتكون من 29 يوماً. والسنة الكبيسة هي السنة التي تقبل القسمة على 4.

نضع: $n = \frac{j}{366}$

حيث: j هو عدد الأيام

وبالتالي فإن قانون الفائدة البسيطة الصحيحة يُكتب كما يلي :

$$I_r = \frac{C \times i \times j}{366}$$

مثال 1-3:

قام أحد الاشخاص بتاريخ 2000/01/10 بإيداع مبلغ من المال لدى أحد البنوك قدره 4500 وحدة نقدية بمعدل فائدة 4% ليسحبه بتاريخ 2000/03/30.

المطلوب:

أحسب كل من الفائدة البسيطة التجارية والفائدة البسيطة الصحيحة؟

الحل:

1. حساب الفائدة البسيطة التجارية:

$C = 2000$ وحدة نقدية
$i = 8\%$

حساب عدد الأيام:

- جانفي:(31-10)= 21 يوماً
- فيفري: 29 يوماً (لأن سنة 2000 تقبل القسمة على 4 وبالتالي هي سنة كبيسة)
- مارس: 30 يوماً

ومنه: $n = \dfrac{80}{360}$

$$I_c = \frac{C \times i \times j}{360} \Longrightarrow I_c = \frac{4500 \times 4 \times 80}{100 \times 360} = \boxed{40 \text{ وحدة نقدية}}$$

2. حساب الفائدة البسيطة الصحيحة:

حساب عدد الأيام:

- جانفي:(31-10)= 21 يوماً
- فيفري: 29 يوماً (لأن سنة 2000 تقبل القسمة على 4 وبالتالي هي سنة كبيسة)
- مارس: 30 يوماً

ومنه: $n = \dfrac{80}{360}$

وبما أن سنة 2000 هي سنة كبيسة وبالتالي إحتواء شهر فيفري على 29 يوماً، فإننا نستخدم قانون الفائدة البسيطة كما يلي:

$$I_r = \frac{C \times i \times j}{366} \Longrightarrow I_r = \frac{4500 \times 4 \times 80}{100 \times 366} = \boxed{39.34 \text{ وحدة نقدية}}$$

والجدول التالي يبين مختلف المعادلات التي تحدد كل عنصر من عناصر الفائدة البسيطة حسب المدة:

عناصر الفائدة البسيطة / المدة	الفائدة	الأصل	المعدل	المدة
السنوات	$I = C \times i \times n$	$C = \frac{I}{i \times n}$	$i = \frac{I}{C \times n}$	$n = \frac{I}{C \times i}$
الأشهر	$I = \frac{C \times i \times m}{12}$	$C = \frac{I \times 12}{i \times m}$	$i = \frac{I \times 12}{C \times m}$	$m = \frac{I \times 12}{C \times i}$
الأيام – السنة التجارية	$I_c = \frac{C \times i \times j}{360}$	$C = \frac{I_c \times 360}{i \times j}$	$i = \frac{I_c \times 360}{C \times j}$	$j = \frac{I_c \times 360}{C \times i}$
الأيام – السنة الصحيحة – سنة بسيطة	$I_r = \frac{C \times i \times j}{365}$	$C = \frac{I_r \times 365}{i \times j}$	$i = \frac{I_r \times 365}{C \times j}$	$j = \frac{I_r \times 365}{C \times i}$
الأيام – السنة الصحيحة – سنة كبيسة	$I_r = \frac{C \times i \times j}{366}$	$C = \frac{I_r \times 366}{i \times j}$	$i = \frac{I_r \times 366}{C \times j}$	$j = \frac{I_r \times 366}{C \times i}$

مثال 1-4:

أوجد معدل الفائدة السنوي الذي يعطينا فائدة قدرها 600 وحدة نقدية من رأس مال موظف في البنك قدره 3000 وحدة نقدية لمدة 4 سنوات.

الحل:

$C = 2000$ وحدة نقدية

$I = 600$ وحدة نقدية

$n = 3$ سنوات

$$i = \frac{I}{C \times n} \Longrightarrow i = \frac{600}{3000 \times 4} = 0.05 = \boxed{5\%}$$

4- العلاقة بين الفائدة البسيطة التجارية والفائدة البسيطة الصحيحة:

4-1- نسبة الفائدة البسيطة التجارية للفائدة البسيطة الصحيحة:

$$\frac{I_c}{I_r} = \frac{C \times i \times \frac{j}{360}}{C \times i \times \frac{j}{365}} = \frac{365}{360} = \frac{73}{72} \Rightarrow I_c = I_r \frac{73}{72}$$

وبالتالي فإن العلم بإحدى الفائدتين يسمح لنا بمعرفة الفائدة المجهولة.

4-2- الفرق بين الفائدة البسيطة التجارية والفائدة البسيطة الصحيحة:

$$I_c - I_r = C \times i \times \frac{j}{360} - C \times i \times \frac{j}{365} = \frac{365 \times C \times i \times j - 360 \times C \times i \times j}{360 \times 365}$$

$$I_c - I_r = \frac{5 \times C \times i \times j}{360 \times 365} = \frac{C \times i \times j}{360} \times \frac{5}{365} = \frac{I_c}{73}$$

مثال 1-5:

إذا علمت أن الفرق بين الفائدة البسيطة التجارية والفائدة البسيطة الصحيحة هو 500 وحدة نقدية.

المطلوب:

أوجد كل من الفائدة البسيطة التجارية والفائدة البسيطة الصحيحة؟

الحل:

$$I_c - I_r = \frac{I_c}{73} \Rightarrow 500 = \frac{I_c}{73} \Rightarrow \boldsymbol{I_c = 35600}$$ وحدة نقدية

ومنه:

$$I_r = 35600 - 500 = \mathbf{35100}$$ وحدة نقدية

5-طريقة النمر والقواسم لحساب مقدار الفائدة البسيطة:

إنطلاقاً من:

$$I = \frac{C \times j \times i}{36000}$$

وبقسمة البسط والمقام على i نحصل على:

$$I = \frac{C \times j}{36000/_{i}}$$

ويُطلق على ناتج ضرب $C \times j$ بالنمر (nombre). ونرمز له بـ N

أما ناتج القسمة $\frac{36000}{i}$ فيُطلق عليه بالقاسم (Diviseur). ونرمز له بـ D

وبذلك تكون علاقة الفائدة البسيطة كما يلي:

$$I = \frac{\text{النمر}}{\text{القاسم}} = \frac{N}{D}$$

وفي حالة كانت المدة بالأشهر فإن النمر يساوي: $C \times m$، والقاسم يساوي $\frac{1200}{i}$

مثال 1-6:

وُظف مبلغ قدره 4000 وحدة نقدية بمعدل فائدة 3.5% ولمدة 88 يوماً.

المطلوب:

أحسب الفائدة البسيطة بطريقة النمر والقاسم؟

الحل:

$$I = \frac{\text{النمر}}{\text{القاسم}} = \frac{4000 \times 88}{36000/3.5} = \mathbf{34.22} \text{ وحدة نقدية}$$

6- جملة القرض:

6-1- تعريف جملة القرض وقانونها:

يُقصد بجملة القرض المبلغ الكلي الذي يحصل عليه المقرض بعد إنقضاء مدة القرض، أي الأصل مضاف إليه الفوائد الناتجة عن عملية الإقراض.

لنفرض أن Y تعني الجملة، ومنه فإن قانون الجملة يكون كما يلي:

$$Y = C + I$$

نعوض معادلة الفائدة البسيطة في معادلة الجملة فنحصل على:

$$Y = C + C \times i \times n \Rightarrow \boxed{Y = C(1 + i \times n)}$$

مثال 1-7:

ماهي جملة رأس مال قدره 4000 وحدة نقدية موظفة في أحد البنوك لمدة سنتين بمعدل فائدة 5%.

الحل:

$C = 4000$ وحدة نقدية

$i = 5\%$

$n = 2$ سنة

$$Y = C(1 + i \times n) \Rightarrow Y = 4000(1 + \frac{5}{100} \times 2) = \boxed{4400 \text{ وحدة نقدية}}$$

6-2- قوانين حساب جملة القرض وعناصرها حسب نوع المدة:

إنطلاقاً من معادلة قانون الجملة، يمكننا إستخلاص مختلف المعادلات التي تحدد كل عنصر من عناصر هذا القانون حسب نوع المدة :

المدة			حساب الجملة وعناصرها	الجملة	الأصل	المعدل	المدة
السنوات				$Y=C(1+i\times n)$	$C=\frac{Y}{1+i\times n}$	$i=\frac{I}{C\times n}$	$n=\frac{I}{C\times i}$
الأشهر				$Y=C(1+i\times\frac{m}{12})$	$C=\frac{12Y}{12+i\times m}$	$i=\frac{I\times 12}{C\times m}$	$m=\frac{I\times 12}{C\times i}$
الأيام	السنة التجارية			$Y_c=C\left(1+i\times\frac{j}{360}\right)$	$C=\frac{Y_c\times 360}{360+i\times j}$	$i=\frac{I_c\times 360}{C\times j}$	$j=\frac{I_c\times 360}{C\times i}$
	السنة الصحيحة	سنة بسيطة		$Y_r=C\left(1+i\times\frac{j}{365}\right)$	$C=\frac{Y_r\times 365}{365+i\times j}$	$i=\frac{I_r\times 365}{C\times j}$	$j=\frac{I_r\times 365}{C\times i}$
		سنة كبيسة		$Y_r=C\left(1+i\times\frac{j}{366}\right)$	$C=\frac{Y_r\times 366}{366+i\times j}$	$i=\frac{I_r\times 366}{C\times j}$	$j=\frac{I_r\times 366}{C\times i}$

مثال 1-8:

أودع أحد الأشخاص مبلغ من المال قدره 3500 وحدة نقدية لدى أحد البنوك لمدة 8 أشهر ليتحصل بعد تلك المدة على مبلغ 3780 وحدة نقدية.

المطلوب:

ماهو معدل الفائدة الذي يُطبقه البنك؟

الحل:

$C = 3500$ وحدة نقدية

$Y = 3780$ وحدة نقدية

$$n = \frac{m}{12} = \frac{8}{12}$$

نحسب أولا قيمة الفائدة البسيطة:

$$I = Y - C \Longrightarrow I = 3780 - 3500 = \boxed{280}$$ **وحدة نقدية**

$$i = \frac{I\times 12}{C\times m} \Longrightarrow i = \frac{280\times 12}{3500\times 8} = \mathbf{0.12} = \boxed{\mathbf{12\%}}$$

مثال 1-9:

أودع أحد الأشخاص مبلغ من المال لدى أحد البنوك بمعدل فائدة بسيطة 5% ليتحصل بعد سنتين على مبلغ إجمالي قدره 2200 وحدة نقدية.

المطلوب:

ماهي قيمة المبلغ المودع لدى البنك؟

الحل:

$Y = 2200$ وحدة نقدية

$i = 5\%$

$n = 2$ سنة

$$C = \frac{Y}{1 + i \times n} \Longrightarrow C = \frac{2200}{1 + \frac{5}{100} \times 2} = \boxed{2000 \text{ وحدة نقدية}}$$

ملاحظات:

1- عند حساب الفائدة البسيطة التجارية بالأيام، فإننا نحسب عدد الأيام الحقيقية ونقسم على 360 (أي إعتبار أن كل شهر من شهور السنة يساوي 30 يوما وبالتالي 30*12=360).

2- عند وجود تاريخين : تاريخ الإيداع وتاريخ السحب فإننا نحسب عدد الأيام بين هذين التاريخين مع عدم إحتساب يوم الإيداع واحتساب يوم السحب.

3- إذا كان المطلوب حساب الفائدة البسيطة ولم يتم تحديد نوع الفائدة البسيطة (تجارية أو صحيحة) فإنه يتم حساب الفائدة البسيطة التجارية.

II. الخصم:

1- السندات التجارية وخصمها:

1-1- السندات التجارية:

من أجل ضمان البائع لحقوقه اتجاه العميل الناتجة عن العمليات الآجلة يشترط الأول على الثاني قبول أنواع من السندات التجارية، هذه الأوراق تعطي ضماناً أكثر للمورد- البائع-، كما تعطيه أولوية التحصيل مقارنة ببعض الدائنين الآخرين. ومن بين هذه السندات السندات الاذنية والكمبيالات. والسند الاذني هو تعهد من المدين للدائن بدفع مبلغ معين بتاريخ معين، ويكون فيه طرفان فقط: المحرر والمستفيد. أما الكمبيالة (السفتجة) فيها ثلاثة أطراف: الساحب (عادة المدين) الذي يسحب الكمبيالة، والمسحوب عليه والذي يلتزم بدفع الكمبيالة (بنك متخصص في هذا النوع من التعامل) ثم المستفيد (عادة الدائن) والذي تُدفع له قيمة الكمبيالة.

وهذه السندات تمثل إعترافاً من قبل المدين لدائنه بمبلغ الدين وتاريخ إستحقاقه. ويُمكن للدائن أن يستخدم ما في حافظته من سندات لإبراء ذمته كما يمكن له أن يحصل على قيمتها الحالية عند الحاجة سواء لدى المدين نفسه أو لدى أحد المصارف عن طريق عملية خصمها.

وتتضمن السندات القيمة الآجلة الدفع (القيمة الاسمية)، كما تتضمن تاريخاً لسداد قيمتها، وإسم المستفيد (الدائن) وإسم المسحوبة عليه (المدين) ويُمكن أن تكون السندات محددة الجهة التي تسدد قيمتها عند حلول مواعيد استحقاقها.

1-2- خصم السندات التجارية:

إن الدائن الحائز على سندات تجارية بإمكانه أن يحول هذه السندات إلى أموال جاهزة حسب حاجته، ومن أجل ذلك يتقدم إلى البنك ويتنازل له عن الحق في قيمة هذه السندات عند آجال إستحقاقها ليحصل على قيمة أقل تُعرف بالقيمة الحالية. ويستفيد البنك من الفرق بين القيمة الإسمية والقيمة الحالية في شكل فائدة قائمة على أساس الفاصل الزمني بين حصوله على القيمة الإسمية عند أجال الإستحقاق ودفعه للقيمة بتاريخ الخصم. ويُحسب مبلغ الخصم إعتماداً على قواعد الفائدة البسيطة.

وتُسمى قيمة السندات المرتبطة بتاريخ إستحقاقها **بالقيمة الاسمية** والقيمة المسددة قبل الموعد **بالقيمة الحالية** ويُسمى الفرق بين القيمة الإسمية والقيمة الحالية **بالخصم التجاري**. ويُسمى التاريخ المحدد لسداد القيمة الإسمية للدين **بتاريخ الاستحقاق**. أما تاريخ سداد القيمة الحالية فيُعرف **بتاريخ الخصم**.

2- أنواع الخصم:

هناك نوعان من الخصم:

الخصم التجاري (الخارجي): حسب هذا النوع من الخصم تُحسب الفوائد المخصومة على أساس القيمة الإسمية، أي القيمة الآجلة لتاريخ الإستحقاق، ويُعتبر الخصم التجاري الأسهل والأبسط حسابياً لذا نراه شائع الإستعمال.

الخصم الصحيح (الداخلي):هذا النوع من الخصم أقل إستخداماً حيث ينحصر إستخدامه خارج البنوك بين الدائن والمدين مباشرة. ويُحسب هذا النوع من الخصم على أساس القيمة التي يُقدمها البنك للدائن (القيمة الحالية)، أي أن الفرق بين القيمتين الإسمية والحالية يكون عبارة عن الفائدة البسيطة الناتجة عن توظيف القيمة الحالية بفائدة بسيطة.

<u>3- قانون الخصم التجاري:</u>

يتضمن قانون الخصم التجاري العناصر التالية:

1- القيمة الإسمية: وهي القيمة الواجبة الإستحقاق؛

2- المدة: لحساب مبلغ الخصم تُحدد المدة إبتداءً من تاريخ قطع الورقة التجارية إلى تاريخ ميعاد الإستحقاق؛

3- معدل الخصم: وهو معدل الفائدة المعمول به لخصم الأوراق التجارية؛

4- القيمة الحالية: وهي الفرق بين القيمة الإسمية ومبلغ الخصم أي المبلغ الذي يناله المستفيد.

<u>مثال 1-10:</u>

في 2 مارس 2009 اشترى احد الأشخاص سلعة من إحدى مؤسسات مواد البناء بمبلغ 4000 وحدة نقدية، ولتسديد دينه اتفق مع المؤسسة على سحب كمبيالة تُدفع من طرف البنك الوطني الجزائري يوم 31 ماي من نفس السنة. ونظرا لحاجة الدائن للسيولة النقدية، اضطر إلى تقديم الكمبيالة للخصم بتاريخ 1 افريل من نفس السنة بمعدل خصم 6%.

ويُمكن تحليل هذا المثال كما يلي:

1- المبلغ الواجب الدفع (4000 وحدة نقدية) في 31 ماي يُسمى "القيمة الاسمية"

2- على مؤسسة مواد البناء ان تنظر حتى تاريخ 31 ماي لتأخذ مبلغ 4000 وحدة نقدية، وهذا التاريخ يُسمى ب "تاريخ الاستحقاق".

3- يُمكن لمؤسسة مواد البناء أن تقدم الكمبيالة للبنك قبل تاريخ 31 ماي (افريل في مثالنا) للحصول على نقود. وفي هذه الحالة نقول أن المؤسسة قامت بقطع أو "الخصم" أو مفاوضة البنك بالكمبيالة.

4- 6% هو المعدل الذي تُخصم به الكمبيالة.

5- الفترة من تاريخ الخصم (1 افريل 2009) حتى تاريخ الاستحقاق (31 ماي 2009) هي المدة التي يُحسب على أساسها الخصم مع إهمال يوم الخصم أو يوم الاستحقاق.

لنفترض أن:

E_c : الخصم التجاري؛

V_n : القيمة الإسمية للسند أو الدين؛

V_a : القيمة الحالية؛

i : معدل الخصم؛

n : المدة الفاصلة بين تاريخ الخصم وتاريخ الإستحقاق.

ويُكتب قانون الخصم التجاري كما يلي:

$$\boxed{E_c = V_n \times i \times n}$$

أما القيمة الحالية وهو المبلغ الذي يتحصل عليه الدائن فتُحسب كما يلي:

$$\boxed{V_a = V_n - E_c}$$

مثال 1-11:

من المثال 1-10:

- أحسب قيمة الخصم التجاري؟
- ماهو المبلغ الذي يتحصل عليه المستفيد من الدين؟

الحل:

$$V_n = 4000$$
$$i = 6\%$$

من 1 أفريل إلى 31 ماي = 60 يوماً. ومنه: $n = \frac{60}{360}$

$$E_c = V_n \times i \times n \Longrightarrow E_c = 4000 \times \frac{6}{100} \times \frac{60}{360} = \boxed{\text{40 وحدة نقدية}}$$

أما المبلغ الذي يتحصل عليه المستفيد من الدين، أي القيمة الحالية فهو:

$$V_a = V_n - E_c \Longrightarrow V_a = 4000 - 40 = \boxed{\text{3960 وحدة نقدية}}$$

ومن خلال قوانين حساب الخصم التجاري والقيمة الحالية، يُمكن إيجاد أي عنصر مجهول.

مثال 1-12:

تم خصم ورقة تجارية قيمتها 2000 وحدة نقدية بقي على مدة إستحقاقها 18 يوماً وتحصل حاملها على مبلغ 1995 وحدة نقدية.

المطلوب:

أحسب معدل الخصم؟

الحل:

$$E_c = V_n \times n \times i \Rightarrow E_c = 2000 \times \frac{18}{360} \times i = 100i$$

$$V_a = V_n - E_c \Rightarrow 1995 = 2000 - 100i \Rightarrow i = 0.05 = \boxed{5\%}$$

4- قانون الخصم الصحيح:

قلنا عند تعريف هذا النوع من الخصم أنه يُحسب على أساس القيمة الحالية وليس القيمة الإسمية كما هو الحال في الخصم التجاري:

لنفترض أن:

E_r: الخصم الصحيح؛

V'_a: القيمة الحالية؛

i: معدل الخصم؛

n: المدة.

ومنه:

$$E_r = V'_a \times i \times n$$

ويُمكن الحصول على القيمة الحالية كما يلي:

لدينا:

$$V'_a = V_n - E_r = V_n - V'_a \times i \times n \Rightarrow V'_a = \frac{V_n}{(1 + n \times i)}$$

وبالتالي يُمكن حساب قيمة الخصم باستخدام القيمة الإسمية كما يلي:

$$E_r = V'_a \times i \times n \Rightarrow E_r = \frac{V_n \times i \times n}{(1 + n \times i)}$$

مثال 1-13:

ورقة تجارية قيمتها الإسمية تبلغ 50000 وحدة نقدية، بقي على مدة إستحقاقها 25 يوماً. معدل الخصم 3%.

المطلوب:

أحسب قيمة الخصم الصحيح والقيمة الحالية؟

الحل:

$$E_r = \frac{V_n \times i \times n}{(1 + n \times i)} = \frac{50000 \times \frac{3}{100} \times \frac{25}{360}}{\left(1 + \frac{25}{360} \times \frac{3}{100}\right)} = \mathbf{103.95} \text{ وحدة نقدية}$$

$$V_a' = V_n - E_r = 50000 - 103.95 = \mathbf{49896.05} \text{ وحدة نقدية}$$

5-العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الصحيح:

بما أن الخصم التجاري يُحسب على أساس القيمة الإسمية والتي هي أكبر من القيمة الحالية التي يُحسب على أساسها الخصم الصحيح، فإنه يُمكن إستنتاج أن الخصم التجاري أكبر من الخصم الصحيح.

لدينا:

$$E_c = V_n \times i \times n$$

و

$$E_r = \frac{V_n \times i \times n}{(1 + n \times i)}$$

ومن خلال المعادلتين نجد أن:

$$\frac{V_n \times i \times n}{(1 + n \times i)} < V_n \times i \times n$$

وبما أن الخصم التجاري أكبر من الخصم الصحيح، فإن القيمة الحالية التجارية تكون أصغر من القيمة الحالية الصحيحة، أي:

$$V_a' > V_a$$

الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح:

لدينا:

$$E_r = \frac{V_n \times i \times n}{(1 + n \times i)} \Rightarrow E_r = \frac{E_c}{(1 + n \times i)} \Rightarrow E_c = E_r(1 + n \times i) \Rightarrow E_c = E_r + E_r \times i \times n$$

$$E_c - E_r = E_r \times i \times n$$

وهذا يعني أن الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح يساوي مقدار فائدة الخصم الصحيح.

كما يُمكن تشكيل المعادلة التالية:

$$E_c = E_r(1 + i \times n)$$

وهذا يعني أن قيمة الخصم التجاري تساوي جملة الخصم الصحيح.

نسبة الخصم التجاري إلى الخصم الصحيح:

$$\frac{E_c}{E_r} = \frac{V_n \times i \times n}{V_n \times i \times n / 1 + n \times i} = 1 + n \times i \Rightarrow E_c = E_r(1 + n \times i)$$

وهذا يعني أن قيمة الخصم التجاري تساوي جملة الخصم الصحيح كما تم الحصول عليه سابقاً.

مثال 1-14:

إذا علمت أن الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح يساوي 35 وحدة نقدية لدين يُستحق الدفع بعد 8 أشهر بمعدل فائدة بسيطة 6% سنويا.

المطلوب:

1- أحسب كل من الخصم الصحيح والخصم التجاري؟

2-أوجد القيمة الإسمية؟

الحل:

1- حساب كل من الخصم الصحيح والخصم التجاري:

$$E_c - E_r = E_r \times i \times n \Rightarrow 35 = E_r \times \frac{6}{100} \times \frac{8}{12} \Rightarrow \boldsymbol{E_r} = \mathbf{875}$$ وحدة نقدية

$$E_c - E_r = 35 \Rightarrow E_c = 35 + 875 = \mathbf{910}$$ وحدة نقدية

2- حساب القيمة الإسمية:

يُمكن إيجاد القيمة الإسمية سواء باسخدام الخصم التجاري أو الخصم الصحيح كما يلي:

$$E_c = V_n \times i \times n \Rightarrow V_n = \frac{E_c}{i \times n} = \frac{910}{\frac{6}{100} \times \frac{8}{12}} = 22750$$ وحدة نقدية

$$E_r = \frac{V_n \times i \times n}{(1 + n \times i)} \Rightarrow V_n = \frac{E_r \times (1 + i \times n)}{i \times n} = \frac{875 \times \left(1 + \frac{6}{100} \times \frac{8}{12}\right)}{\frac{6}{100} \times \frac{8}{12}} = \mathbf{22750}$$ وحدة نقدية

6-الآجيو:

إن المبلغ الذي يقتطعه البنك بمناسبة خصمه للسندات التجارية لا يقتصر فقط على الخصم، فزيادة على الخصم التجاري أو الصحيح، يقوم البنك باقتطاع:

- عمولات مختلفة؛
- الرسم على القيمة المضافة TVA.

العمولات:

- عمولات متناسبة مع المدة (عمولة التظهير) وتحسب بنفس الطريقة المستخدمة في حساب الخصم أي أنها تتناسب مع المدة الفاصلة بين تاريخ إستحقاق السند وتاريخ الخصم كما تتناسب مع القيمة الإسمية للسند؛
- عمولات مستقلة عن المدة وتتناسب مع القيمة الإسمية للسند فقط؛
- عمولات ثابتة، أي أنها مستقلة عن القيمة الإسمية وعن المدة.

الرسم على القيمة المضافة:

إن الرسم على القيمة المضافة المطبق حالياً في الجزائر هو 17%. وتعفى من الخضوع للرسم على القيمة المضافة كل من الفوائد، الخصومات، مصاريف التظهير والقبول. ويتشكل وعاء الرسم إذا من باقي العمولات الأخرى.

إن الرسم على القيمة المضافة المقتطع أثناء عمليات الخصم قابل للإسترجاع من قبل الممول الضريبي عند قيامه بالتصريح بخصوص هذا الرسم.

لنفترض أن:

Ag: الآجيو؛

C_e: عمولة التظهير؛

C_{IT}: عمولة مستقلة عن المدة؛

TVA: الرسم على القيمة المضافة.

ومنه:

الأجيو= الخصم التجاري + عمولة التظهير+ العمولة المستقلة عن المدة+ الرسم على القيمة المضافة

$$\boxed{Ag = E_c + C_e + C_{IT} + TVA}$$

وتُحسب القيمة الحالية كما يلي:

$$\boxed{V_a = V_n - Ag}$$

مثال 1-15:

في 1 ماي خُصمت ورقة تجارية لدى البنك قيمتها الاسمية 70000 وحدة نقدية مستحقة الدفع في 30 جويلية بمعدل خصم 6%. عمولة التظهير 0.6%، عمولة مستقلة عن المدة بـ 0.08%، االرسم على القيمة المضافة 17%.

المطلوب:

1- أحسب قيمة الآجيو؟

2-أحسب القيمة الحالية؟

الحل:

$V_n = 70000$ وحدة نقدية

$i = 6\%$

من 1 ماي إلى 30 جويلية = 90 يوما. ومنه: $n = \frac{90}{360}$

$$E_c = V_n \times i \times n \Longrightarrow E_c = 70000 \times \frac{6}{100} \times \frac{90}{360} = 1050 \text{ وحدة نقدية}$$

$$C_e = 70000 \times \frac{0.6}{100} \times \frac{90}{360} = 105 \text{ وحدة نقدية}$$

$$C_{IT} = 70000 \times \frac{0.08}{100} = 56 \text{ وحدة نقدية}$$

$$TVA = 56 \times \frac{17}{100} = 6.52 \text{ وحدة نقدية}$$

ومنه يُمكن حساب قيمة الآجيو كما يلي:

$$Ag = E_c + C_e + C_{IT} + TVA$$

$$Ag = 1050 + 105 + 56 + 6.52 = \boxed{1217.52 \text{ وحدة نقدية}}$$

أما القيمة الحالية:

$$V_a = V_n - Ag = 70000 - 1217.52 = \boxed{68782.48 \text{ وحدة نقدية}}$$

تمارين مقترحة:

التمرين رقم 1:

بتاريخ 1996/01/17 أودع احد الأشخاص مبلغ من المال قدره 60000 دج لدى احد البنوك بمعدل فائدة 7% على أن يتم سحبه بتاريخ 1996/05/09.

المطلـوب:

1- احسب الفائدة البسيطة التجارية؟

2- احسب الفائدة البسيطة الصحيحة؟

التمرين رقم 2:

إقترض شخص مبلغ 12600 دج بتاريخ 1982/11/14 يسدده في 1983/04/24 بمعدل فائدة 5% سنويا

المطلـوب: أحسب جملة ما يسدده هذا الشخص؟

التمرين رقم 03:

نظرا لحاجة إحدى المؤسسات للسيولة النقدية، قررت بتاريخ 2006/03/16 أن تقوم بخصم 4 أوراق تجارية كما يلي:

- الورقة التجارية الأولى قيمتها 4500 دج تُستحق بتاريخ 2006/05/05؛
- الورقة التجارية الثانية قيمتها 9000 دج تُستحق بتاريخ 2006/05/25؛
- الورقة التجارية الثالثة قيمتها 12000 دج تُستحق بتاريخ 2006/06/14؛
- الورقة التجارية الرابعة قيمتها 16500 دج تُستحق بتاريخ 2006/06/29.

معدل الخصم هو 4%.

المطلـوب: ماهي القيمة الحالية الإجمالية؟

التمرين رقم 04:

إذا علمت أن الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح يساوي 21 وحدة نقدية لدين يُستحق الدفع بعد 210 يوماً بمعدل فائدة بسيطة 4.5% سنويا.

المطلوب:

1- أحسب كل من الخصم الصحيح والخصم التجاري؟

2-أوجد القيمة الإسمية؟

الفصل الثاني:

الفائدة المركبة والدفعات

I. الفائدة المركبة

1- تعريف الفائدة المركبة:

الفائدة المركبة هي تلك الفائدة التي تُحسب على أساس أصل المبلغ مضاف إليه الفوائد المتولدة عن الفترات السابقة، وهي بهذا تختلف عن الفائدة البسيطة كون هذه الأخيرة تُحسب فقط على أساس أصل المبلغ مهما كان عدد الوحدات الزمنية.

وتُستعمل في الغالب الفائدة المركبة للإقتراض طويل الأجل بينما تُحسب الفائدة البسيطة على الإقتراض قصير الأجل.

والمثال التالي يُوضح الفرق بين الفائدة المركبة والفائدة البسيطة:

تم إيداع مبلغين من المال قدر كل واحد منهما يساوي 1600 وحدة نقدية ولمدة 3 سنوات لكل منهما وأودع كلاهما بمعدل فائدة سنوي 6% لكن الأول بفائدة بسيطة والثاني بفائدة مركبة.

جدول الفائدة البسيطة:

المدة (السنة)	المبلغ في بداية المدة	الفائدة	المبلغ المتحصل (الجملة)
1	1600	96=0.06*1600	1696=96+1600
2	1600	96=0.06*1600	1696=96+1600
3	1600	96=0.06*1600	1696=96+1600

جدول الفائدة المركبة:

المدة (السنة)	المبلغ في بداية المدة	الفائدة	المبلغ المتحصل (الجملة)
1	1600	96=0.06*1600	1696=96+1600
2	1696	101.76=0.06*1696	1797.76=101.76+1696
3	1797.76	107.87=0.06*1797.76	1905.63=107.87+1797.76

2-قانون الفائدة المركبة:

لنفترض أن:

C : أصل المبلغ؛

i : معدل الفائدة؛

n : المدة بالسنوات

ويُكتب جدول الفائدة المركبة كم يلي:

الفترات	رأس المال في بداية الفترة (1)	فائدة الفترة (2)	القيمة المحصلة في نهاية الفترة (الجملة) (2+1)
1	C	Ci	$C+Ci=C(1+i)$
2	$C(1+i)$	$C(1+i)i$	$C(1+i)+C(1+i)i=C(1+i)[1+i]=C(1+i)^2$
3	$C(1+i)^2$	$C(1+i)^2 i$	$C(1+i)^2+C(1+i)^2 i=C(1+i)^2[1+i]=C(1+i)^3$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
n-1	$C(1+i)^{n-2}$	$C(1+i)^{n-2}i$	$C(1+i)^{n-2}+C(1+i)^{n-2}i=C(1+i)^{n-2}[1+i]=C(1+i)^{n-1}$
n	$C(1+i)^{n-1}$	$C(1+i)^{n-1}i$	$C(1+i)^{n-1}+C(1+i)^{n-1}i=C(1+i)^{n-1}[1+i]=C(1+i)^n$

نستنتج من الجدول أن القيمة المحصلة للمبلغ C بعد عدد من الوحدات الزمنية n بمعدل فائدة مركبة i لكل وحدة زمنية تُعطى بالعلاقة التالية:

$$\boxed{C_n = C(1+i)^n}$$

وهي تمثل القانون الأساسي للفائدة المركبة.

وقانون الفائدة المركبة يُعطي القيمة المحصلة من عملية القرض أو التوظيف (الجملة) بينما قانون الفائدة البسيطة يمدنا بالفائدة مباشرة. ولحساب الفائدة الناتجة عن قانون الفائدة المركبة فإننا نطرح أصل القرض من القيمة المحصلة له. ومنه:

$$I = C_n - C \Rightarrow I = C(1+i)^n - C \Rightarrow \boxed{I = C[(1+i)^n - 1]}$$

<u>3-طرق حساب الجملة المركبة:</u>

- **<u>طريقة الحساب البحت:</u>** تقوم هذه على الحساب المباشر. ونلاحظ أنه باستخدام الحاسبات العلمية تسهل الحسابات ويُختصر الوقت.
- **<u>طريقة الجداول المالية:</u>** إن طريقة الجداول المالية تُعد الأكثر شيوعاً واستخداماً لما توفره من وقت وتدخره من مجهودات. ولقد أُعد الجدول الأول من هذه الجداول على أساس القيمة المحصلة لوحدة نقدية

واحدة بمعدلات فائدة مركبة متغيرة ولمدد مختلفة لكل معدل منها، فإذا ما قاطعنا بين المعدل المعين والفترة المحددة نحصل على الجملة المركبة التي تنتجها الوحدة النقديةالواحدة الموظفة بذلك المعدل وتلك المدة.
ومن البديهي أنه لحساب جملة مركبة لمبلغ معين بنفس المعدل ونفس المدة ما علينا إلا أن نضرب الجملة المركبة للوحدة النقدية في ذلك المبلغ.

– **طريقة اللوغارتم:** يُمكن إستخدام هذه الطريقة لحساب الجملة وخاصة إذا كانت الفترة كسرية أو عدم وجودها في الجداول المالية، وكذلك عدم وجود معدل الفائدة في الجداول المالية.

وفيما يلي بعض قواعد اللوغارتم:

$$\log xy = \log x + \log y$$

$$\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$$

$$\log x^{y} = \mathrm{y}\log x$$

مثال 2–1:

أودع أحد الأشخاص مبلغ من المال قدره 3500 وحدة نقدية لدى أحد البنوك بمعدل فائدة مركب 6% ولمدة 7 سنوات.

المطلوب:

1–أحسب جملة المبلغ؟

2–أحسب الفائدة المتحصل عليها؟

الحل:

$C = 3500$ وحدة نقدية
$i = 6\%$
$n = 7$ سنوات

حساب جملة المبلغ:

طريقة الحساب البحت:

$$C_n = C(1+i)^n \Longrightarrow C_7 = 3500(1+0.06)^7 = 3500(1.503630259)$$

$\boldsymbol{C_7 = 5262.71}$ وحدة نقدية

حيث تم الحصول على المقدار $(1 + 0.06)^7$ باستخدام الألة الحاسبة.

طريقة الجداول المالية:

$C_n = C(1+i)^n \Rightarrow C_7 = 3500(1+0.06)^7 = 3500(1.503630259) = \mathbf{5262.71}$ وحدة نقدية

حيث استخرجنا قيمة $(1.06)^7$ من الجدول المالي رقم 1.

طريقة اللوغاريتم:

$$C_n = C(1+i)^n \Rightarrow C_7 = 3500(1+0.06)^7 \Rightarrow C_7 = 3500(1.06)^7$$

$$LogC_7 = Log3500 + Log(1.06)^7 \Rightarrow LogC_7 = Log3500 + 7Log(1.06)$$

$$LogC_7 = 3.544068044 + 7(0.025305865) = 3.721209101$$

$$C_7 = 10^{3.721209101} = \boxed{C_7 = 5262.71 \text{ وحدة نقدية}}$$

حساب الفائدة المتحصل عليها:

يتم حساب قيمة الفائدة سواء من خلال طرح أصل المبلغ من الجملة المركبة المتحصل عليها بإحدى الطرق السابقة أو باستخدام قانون حساب الفائدة الناتجة عن قانون الفائدة المركبة. ومنه:

$$I = C_n - C \Rightarrow I = 5262.71 - 3500 = \boxed{1762.71 \text{ وحدة نقدية}}$$

أو:

$$I = C[(1+i)^n - 1] = 3500[(1+0.06)^7 - 1] = 3500[1.50363026 - 1]$$

$\boldsymbol{I = 1762.71}$ وحدة نقدية

4- إيجاد الجملة المركبة في حالة المدة غير الكاملة (تحتوي شهور و/ أو أيام):

عندما تحتوي المدة أجزاء من السنة (شهور، أيام)، فإن هناك عدة طرق تساعدنا على إيجاد الجملة، نذكر منها إثنتان:

الطريقة الرياضية: وتعتمد على مبادئ الرياضيات المالية وتتمثل في إستعمال الجدول المالي رقم 1 لحساب المقدار $(1+i)^n$ للسنوات الكاملة بينما تُستعمل الجداول الملحقة المخصصة للشهور أو الأيام للمدة الباقية المرافقة لعدد السنوات الكاملة. ويتم حساب الجملة بهذه الطريقة من خلال القانون التالي:

$$C_{n,\frac{m}{12}} = C(1+i)^{n+\frac{m}{12}} \Rightarrow \boxed{C_{n,\frac{m}{12}} = C(1+i)^n(1+i)^{\frac{m}{12}}}$$

وفي حالة الأيام نستبدل $\frac{m}{12}$ بـ $\frac{j}{360}$

الطريقة البنكية: حسب هذه الطريقة المستعملة في البنوك عمليا، يتم حساب قيمة الفائدة للفترات أو السنوات الكاملة بعلاقة جملة الفائدة المركبة، أما ما يتعلق بالأيام أو الشهور فتُستعمل علاقة الفائدة البسيطة.

$$\boxed{C_{n,\frac{m}{12}} = C(1+i)^n + C(1+i)^n i \frac{m}{12}}$$

وفي حالة الأيام نستبدل $\frac{m}{12}$ بـ $\frac{j}{360}$

مثال 2-2:

أودع أحد الأشخاص مبلغاً من المال قدره 3200 وحدة نقدية لدى أحد البنوك بمعدل فائدة مركب 7.5% لمدة 3 سنوات و 5 أشهر.

المطلوب:

أحسب الجملة بالطريقة الرياضية وبالطريقة البنكية؟

الحل:

$C = 3200$ وحدة نقدية

$i = 7.5\%$

$n = 3$ سنوات, $m = 5$ أشهر

الطريقة الرياضية:

$$C_{n,\frac{m}{12}} = C(1+i)^n (1+i)^{\frac{m}{12}} = 3200(1.075)^3 (1.075)^{\frac{5}{12}}$$

من الجدول المالي رقم 1 نستخرج قيمة $(1.075)^3$ ومن الجدول المالي رقم 6 نستخرج قيمة $(1.075)^{\frac{5}{12}}$.

ومنه:

$$C_{3,\frac{5}{12}} = 3200(1.242296875)(1.030592221) = \mathbf{4096.96} \text{ وحدة نقدية}$$

الطريقة البنكية:

$$C_{n,\frac{m}{12}} = C(1+i)^n + C(1+i)^n i \frac{m}{12} \Longrightarrow C_{3,\frac{5}{12}} = 3200(1.075)^3 + 3200(1.075)^3 \frac{7.5}{100}\frac{5}{12}$$

من الجدول المالي رقم 1 نستخرج قيمة $(1.075)^3$. ومنه:

$$C_{3,\frac{5}{12}} = 3200(1.242296875) + 3200(1.242296875) \times \frac{7.5}{100} \times \frac{5}{12} = \mathbf{4099.58} \text{ وحدة نقدية}$$

ويُلاحظ أن هناك فرق بسيط بين نتيجتي الطريقتين.

5- إيجاد الجملة المركبة في حالة المعدل غير مجدول: عندما يكون معدل الفائدة المركب غير موجود في الجدول المالي، فإنه يُمكن إتباع إحدى الطريقتين التاليتين:

- **طريقة الحساب البحت:** حيث يتم حساب المقدار $(1+i)^n$ باستخدام الآلة الحاسبة.
- **الطريقة اللوغاريتمية:** وهنا يتم حساب الجملة المركبة كما تناولناها عند التطرق إلى طرق حساب الجملة المركبة.
- **طريقة الجداول المالية:** وهنا يتم الاستعانة بالجداول المالية كما يلي:

ليكن i هو المعدل الغير المجدول: نحدد المعدلين المجدولين الذين يحصران المعدل الغير المجدول وليكن المعدل الأكبر i_1 والمعدل الأصغر i_2 وبطريقة التناسب نكتب :

$$\boxed{(1+i)^n = (1+i_2)^n + \frac{\left((1+i_1)^n - (1+i_2)^n\right)\times(i-i_2)}{(i_1-i_2)}}$$

ثم نقوم بعد ذلك باستخدام المقدار $(1+i)^n$ في حساب الجملة المركبة.

<u>مثال 2-3:</u>

مبلغ قدره 2000 وحدة نقدية وُظف لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة مركب سنوي 5.8%.

<u>المطلوب:</u>

أوجد جملة المبلغ بطريقة الجداول المالية؟

$C = 2000$

$i = 5.8\%$

n= 5

<u>الحل:</u>

من الجدول المالي رقم 1 نجد أن المعدل 5.8% محصور بين المعدلين 5.75% و 6%. ومنه:

$$(1+i)^n = (1+i_2)^n + \frac{\left((1+i_1)^n - (1+i_2)^n\right)\times(i-i_2)}{(i_1-i_2)}$$

$$(1.058)^5 = (1.0575)^5 + \frac{\left((1.06)^5 - (1.0575)^5\right)\times(0.058-0.0575)}{(0.06-0.0575)}$$

$$(1.058)^5 = 1.32566022$$

$$C_n = C(1+i)^n \Longrightarrow C_5 = 2000(1.058)^5 = 2000(1.32566022)$$

$$\boxed{C_5 = 2651.32 \text{ وحدة نقدية}}$$

6- إيجاد الجملة المركبة في حالة المعدل يُحسب على أساس جزء من السنة: إذا كان معدل الفائدة المركب يُحسب على أساس جزء من السنة (سداسي، ثلاثي،...الخ) فإنه في هذه الحالة نقوم بما يلي حسب المثال التالي:

مثال 2-4:

مبلغ قدره 5200 وحدة نقدية وُظف لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة مركب نصف سنوي2.5%.

المطلوب:

أحسب الجملة المركبة؟

الحل:

$$C = 5200$$

$$i = 2.5\%$$

نلاحظ أن معدل الفائدة المركب يُحسب على أساس سداسي وبالتالي فإن عدد المرات التي يُحسب فيها المعدل هو مرتين في السنة وبالتالي 6 مرات في 3 سنوات أي: $n = 3 \times 2 = 6$

$$C_n = C(1+i)^n \Rightarrow C_6 = 5200(1+0.025)^6 = 5200(1.159693418)$$

$\boldsymbol{C_6 = 6030.41}$ وحدة نقدية

7- عمليات على القانون الأساسي للفائدة المركبة:

- **أصل المبلغ مجهول** : إنطلاقاً من القانون الأساسي للفائدة المركبة، يُمكن إيجاد المبلغ المستثمر في بداية المدة n ويُدعى أيضاً بالقيمة الحالية للجملة مع ضرورة معلومية باقي العناصر.

$$C_n = C(1+i)^n \Longrightarrow C = \frac{C_n}{(1+i)^n} \Longrightarrow \boxed{C = C_n(1+i)^{-n}}$$

ويُمكن إيجاد C بطريقة الحساب البحث، الطريقة اللوغاريتمية أو طريقة الجداول المالية وسوف نتناول فقط الطريقة الأخيرة.

من خلال الجدول المالي رقم 2 يُمكن استخراج قيمة $(1+i)^{-n}$ ومن تم إيجاد قيمة أصل المبلغ.

مثال 2-5:

أودع أحد الأشخاص مبلغاً من المال لدى أحد البنوك بمعدل فائدة مركب 5.75% ولمدة 8 سنوات ليتحصل في النهاية على جملة قدرها 2450 وحدة نقدية.

المطلوب:

ماهو المبلغ الذي أودعه ذلك الشخص؟

الحل:

$C_8 = 2450$

$i = 5.75\%$

$n = 8$

$$C = C(1+i)^{-n} \Rightarrow C = 2450(1+0.0575)^{-8} = 2450(0.639376974)$$

$\mathbf{C = 1566.47}$ وحدة نقدية

– **معدل الفائدة مجهول:** لإيجاد معدل الفائدة، مع معلومية باقي العناصر، يمكننا إستخدام سواء الطريقة اللوغاريتمية أو طريقة الجداول المالية.

الطريقة اللوغاريتمية: يُمكن إيجاد معدل الفائدة بالطريقة اللوغاريتمية كما يلي:

$$C_n = C(1+i)^n \Rightarrow LogC_n = LogC + nLog(1+i) \Rightarrow Log(1+i) = \frac{logC_n - LogC}{n}$$

$$\boxed{i = 10^{\left(\frac{LogC_n - LogC}{n}\right)} - 1}$$

طريقة الجداول المالية: يُمكن هنا الإستعانة بالجداول المالية لإيجاد معدل الفائدة كما يلي:

$$C_n = C(1+i)^n \Rightarrow \boxed{(1+i)^n = \frac{C_n}{C}}$$

وبعد ذلك نبحث عن القيمة الناتجة عن تقسيم الجملة على أصل المبلغ أي $\frac{C_n}{C}$ في الجدول المالي رقم 1 في السطر الذي يقابل المدة n (معلومة). ونكون هنا أمام حالتين:

الحالة الأولى: وجود حاصل قسمة $\frac{C_n}{C}$ والمعدل (العمود) المقابل هو المعدل المطلوب.

مثال 2-6:

أودع أحد الأشخاص مبلغاً من المال لدى أحد البنوك قدره 2000 وحدة نقدية ولمدة 13 سنة ليتحصل في النهاية على جملة قدرها 4819.69 وحدة نقدية.

المطلوب:

أوجد معدل الفائدة المركب الذي وُظف به المبلغ بطريقة الجداول المالية؟

الحل:

$C = 2000$ وحدة نقدية

$C_5 = 4819.69$ وحدة نقدية

$n = 13$ سنة

$$(1+i)^{13} = \frac{C_n}{C} \Rightarrow (1+i)^{13} = \frac{4819.19}{2000} = 2.409845$$

نقوم بالبحث عن القيمة المتحصل عليها في الجدول المالي رقم 1 عند السطر الذي يقابل 13 سنة ونجد هذه القيمة عند المعدل 7%، إذا:

$$\boxed{\boldsymbol{i = 7\%}}$$

الحالة الثانية: في حالة عدم وجود حاصل قسمة $\frac{C_n}{C}$ في الجدول المالي فإننا نقوم بتطبيق الخطوات التالية:

- نحدد القيمتين في الجدول المالي التي يقع بينهما حاصل قسمة $\frac{C_n}{C}$ عند السطر التي تقع فيه المدة المعلومة ونرمز للقيمة الكبرى بـ x_1 والقيمة الصغرى بـ x_2.
- نحدد معدلي الفائدة الذين يقابلان القيمتين المتحصل عليهما في الخطوة السابقة ونرمز للمعدل الكبير بـ i_1 والمعدل الصغير ب i_2.

ويتم إيجاد معدل الفائدة بالتناسب كما يلي:

$$\boxed{i = \frac{(i_1 - i_2)\times(\frac{C_n}{C} - x_2)}{(x_1 - x_2)} + i_2}$$

مثال 2-7:

إقترض أحد الأشخاص مبلغاً من المال قدره 2000 وحدة نقدية لمدة 4 سنوات ليتحصل في النهاية على جملة قدرها 2705.89 وحدة نقدية.

المطلوب:

أوجد معدل الفائدة المركب؟

الحل:

$C = 2000$ وحدة نقدية

$C_4 = 2705.89$ وحدة نقدية

$n = 4$ سنوات

$$\frac{C_n}{C} = \frac{2705.89}{2000} = 1.352945$$

وعند البحث في الجدول المالي رقم 1 عند السطر المقابل لـ n=4 فإننا لا نجد حاصل القسمة وبالتالي نلجأ إلى طريقة التناسب كما يلي:

نبحث عن القيميتين اللتين تحصران حاصل قسمة $\frac{C_n}{C}$ في السطر حيث نجد:

$$x_1 = 1.36048896, x_2 = 1.347935513$$

معدلي الفائدة المقابلين للقيميتن السابقتين هما:

$$i_1 = 8\%, i_2 = 7.75\%$$

$$i = \frac{(i_1 - i_2) \times \left(\frac{C_n}{C} - x_2\right)}{(x_1 - x_2)} + i_2 \Rightarrow i = \frac{(0.08 - 0.0775) \times (1.352945 - 1.347935513)}{(1.36048896 - 1.34793551)} + 0.0775$$

$$i = 0.0009976317 + 0.0775 = 0.007849763 \approx 0.0785 \Rightarrow \boldsymbol{i = 7.85\%}$$

- **المدة مجهولة:** لإيجاد مدة إيداع أو مدة الإقتراض، مع معلومية باقي العناصر، يمكننا إستخدام سواء الطريقة اللوغاريتمية أو طريقة الجداول المالية.

الطريقة اللوغاريتمية: يُمكن إيجاد المدة بالطريقة اللوغاريتمية كما يلي:

$$C_n = C(1+i)^n \Rightarrow LogC_n = LogC + nLog(1+i) \Rightarrow \boxed{n = \frac{LogC_n - LogC}{Log(1+i)}}$$

طريقة الجداول المالية: يُمكن هنا الاستعانة بالجداول المالية لإيجاد المدة كما يلي:

$$C_n = C(1+i)^n \Rightarrow \boxed{(1+i)^n = \frac{C_n}{C}}$$

وبعد ذلك نبحث عن القيمة الناتجة عن تقسيم الجملة على أصل المبلغ أي $\frac{C_n}{C}$ في الجدول المالي رقم 1 في العمود الذي يقابل المعدل المعلوم، وهنا نكون أمام حالتين:

الحالة الأولى: وجود حاصل قسمة $\frac{C_n}{C}$ والمدة (السطر) المقابلة هي المدة المطلوبة.

مثال 2-8:

أودع أحد الأشخاص مبلغاً من المال لدى أحد البنوك قدره 100000 وحدة نقدية بمعدل فائدة سنوي 8% ليتحصل في نهاية المدة على جملة قدرها 199900.463 وحدة نقدية.

المطلوب:

أوجد المدة التي وُظف بها المبلغ بطريقة الجداول المالية؟

الحل:

$C = 100000$ وحدة نقدية

$C_n = 199900.463$ وحدة نقدية

$i = 8\%$

$$(1+i)^n = \frac{C_n}{C} \Rightarrow (1.08)^n = \frac{199900.463}{100000} = 1.99900463$$

نقوم بالبحث عن حاصل القسمة في الجدول المالي رقم 1 عند العمود الذي يقابل معدل 8% ونجد هذه القيمة عند n=9 إذا:

$$\boxed{n = 9 \text{ سنوات}}$$

الحالة الثاني: في حالة عدم وجود حاصل قسمة $\frac{C_n}{C}$ في الجدول المالي رقم 1 فإننا نقوم بتطبيق الخطوات التالية:

نحدد القيمتين في الجدول المالي التي يقع بينهما حاصل قسمة $\frac{C_n}{C}$ في العمود التي يقع فيه المعدل المعلوم ونرمز للقيمة الكبرى بـ x_1 والقيمة الصغرى بـ x_2.

ويتم إيجاد عدد الأيام بالتناسب كما يلي:

$$j=\frac{\left(\frac{C_n}{C}-x_2\right)\times 360}{(x_1-x_2)}$$

ومنه فإن المدة المطلوبة تكون عبارة عن المدة (في السطر) التي تقابل القيمة الصغرى x2 مضافاً إليها عدد الأيام المتحصل عليه من العلاقة السابق.

مثال 2-9:

أودع أحد الأشخاص مبلغاً من المال لدى أحد البنوك قدره 4945 وحدة نقدية بمعدل فائدة 8% ليتحصل في النهاية على جملة قدرها 6794.88 وحدة نقدية.

المطلوب:

أوجد المدة التي وُظف بها المبلغ بطريقة الجداول المالية؟

الحل:

$C=4945$ وحدة نقدية

$C_n=6794.88$ وحدة نقدية

$i=8\%$

$$(1+i)^n=\frac{C_n}{C}\Longrightarrow(1.08)^n=\frac{6794.88}{4945}=1.374091001$$

وعند البحث في الجدول المالي رقم 1 عند العمود المقابل لـ $i=8\%$ فإننا لا نجد حاصل القسمة وبالتالي نلجأ إلى طريقة التناسب كما يلي:

نبحث عن القيميتين اللتين تحصران حاصل قسمة $\frac{C_n}{C}$ في العمود حيث نجد:

$$x_1=1.469328077,\ \ x_2=1.36048896$$

المدتين المقابلين للقيمتن السابقتين هما:

$$n_1=5,n_2=4$$

$$j=\frac{\left(\frac{C_n}{C}-x_2\right)\times 360}{(x_1-x_2)}=\frac{(1.374091001-1.36048896)\times 360}{(1.469328077-1.36048896)}=44.99\approx 45 \text{ يوماً}$$

ومنه فإن المدة الذي وُظف بها المبلغ هي :

$$n=n_2+j=\mathbf{4}\text{ سنوات}+\mathbf{45}\text{ يوم}$$

أي: 4 سنوات و45 يوماً.

II. الدفعات المتساوية:

1– تعريف الدفعات المتساوية:

الدفعات المتساوية هي مبالغ مالية متساوية تُدفع دورياً في فترات متساوية. وتُسمى فترة الدفع أو السداد بالمدة، وقد تكون هذه المدة سنة، سداسي ، ثلاثي...الخ.

وتتميز الدفعات المتساوية بعدد من العناصر:

- قيمة الدفعات المقدمة دورياً متساوية؛
- الفترة الفاصلة بين دفعة وأخرى متساوية؛
- معدل فائدة متساوي؛
- تحديد تاريخ أول دفعة وتاريخ آخر دفعة؛
- عدد الدفعات.

2– أنواع الدفعات المتساوية:

في الواقع هناك نوعان من الدفعات المتساوية:

- دفعات عادية يتم بواسطتها تسديد دين، أو تغطية إلتزام سابق وأحيانا إيداع لتكوين رأس مال، على أن الميزة المشتركة فيها هي كونها تُدفع في نهاية الفترات، فيُطلق عليها دفعات عادية، أو تسديد، أو دفعات نهاية المدة.
- دفعات تهدف إلى تكوين رأس مال، فهي تُقدم في بدية الفترات ويُطلق عليها دفعات إستثمار أو دفعات بداية الفترة.

3– دفعات نهاية المدة:

3–1– جملة دفعات نهاية المدة:

جملة دفعات نهاية المدة هي ما تجمع للشخص المودع أو المسدد في نهاية عدد من الفترات n. وبالتالي فقد قدم n دفعة متساوية. وللبحث عن جملة مجموع هذه الدفعات يكفي جمع جمل هذه الدفعات في نهاية المدة أي عند أخر السنة n.

3–1–1– قانون جملة دفعات نهاية المدة

لنفترض أن:

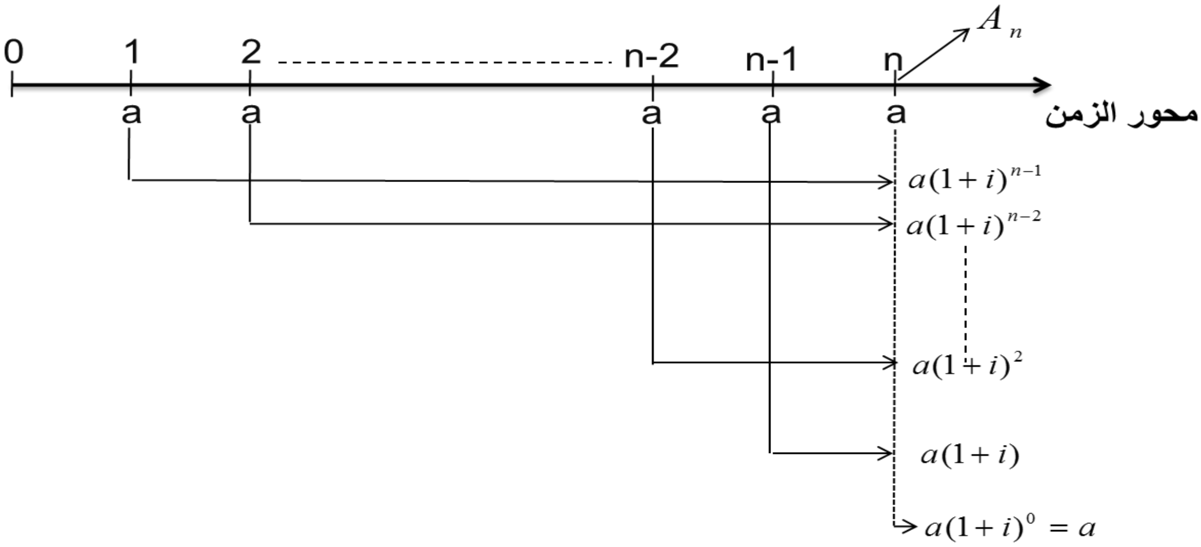
A_n : جملة دفعات نهاية المدة؛

a : قيمة الدفعة الثابتة المتساوية؛

i : معدل الفائدة؛

n : عدد الدفعات.

ونستعين بالشكل التالي الذي يُوضح محور الزمن للفترات وللدفعات وجملها كما يلي:



وجملة الدفعات كاملة A_n تكون إبتداء من آخر دفعة كما يلي:

$$A_n = a + a(1+i) + a(1+i)^2 + \ldots + a(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-1}$$

وبملاحظة عناصر هذه الجملة نجد أنها تكون متتالية هندسية متزايدة حدها الأول a وأساسها (1+i) وعدد حدودها n وبالتالي فإن مجموع المتتالية الهندسية أي جملة الدفعات يكون كما يلي:

$$A_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} \Rightarrow A_n = a\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

ولحساب جملة الدفعات نستعين بالجدول المالي رقم 3 الذي يُقدم العلاقة $\frac{(1+i)^n-1}{i}$ بشرط وجود المعدل المستعمل في الجدول، وهنا نكون أمام حالتين:

<u>– حالة وجود معدل الفائدة في الجدول المالي:</u>

<u>مثال 2–10:</u>

يُودع أحد الأشخاص في نهاية كل سنة ولمدة 5 سنوات مبلغ 4000 وحدة نقدية في أحد البنوك بمعدل فائدة 3%.

<u>المطلوب:</u>

أوجد الجملة في نهاية السنة الخامسة؟

<u>الحل:</u>

$a = 4000$
$i = 3\%$
$n = 5$

$$A_n = a\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \Rightarrow A_5 = 4000\left[\frac{(1+0.03)^5 - 1}{0.03}\right] = 4000(5.30913581) = \mathbf{21236.54}$$ وحدة نقدية

– **حالة عدم وجود معدل الفائدة في الجدول المالي:** في هذه الحالة يتم حساب الجملة باستخدام طريقة الأجزاء المتناسبة كما يلي:

ليكن i هو المعدل الغير المجدول: نحدد المعدلين المجدولين الذين يحصران المعدل الغير المجدول وليكن المعدل الأكبر i_1 والمعدل الأصغر i_2 وبطريقة التناسب نكتب:

$$\boxed{\frac{(1+i)^n-1}{i}=\frac{(1+i_2)^n-1}{i_2}+\frac{\left(\frac{(1+i_1)^n-1}{i_1}-\frac{(1+i_2)^n-1}{i_2}\right)\times(i-i_2)}{(i_1-i_2)}}$$

ثم نقوم بعد ذلك باستخدام المقدار $\frac{(1+i)^n-1}{i}$ في حساب الجملة.

مثال 2–11:

يدفع أحد الأشخاص مبلغ 30000 وحدة نقدية في نهاية كل سنة ولمدة 6 سنوات وهذا لتسديد قيمة عقار معين مع العلم أن معدل الفائدة هو 2.8%.

المطلوب: أحسب قيمة العقار في نهاية الفترة؟

الحل:

$$a=30000$$
$$i=2.8\%$$
$$n=6$$

نلاحظ أن معدل الفائدة 2.8% غير موجود في الجدول المالي وهو معدل محصور بين المعدلين المجدولين $i_1=3\%, i_2=2.75\%$ ، ومنه :

$$\frac{(1+i)^n-1}{i}=\frac{(1+i_2)^n-1}{i_2}+\frac{\left(\frac{(1+i_1)^n-1}{i_1}-\frac{(1+i_2)^n-1}{i_2}\right)\times(i-i_2)}{(i_1-i_2)}$$

$$\frac{(1+0.028)^6-1}{0.028}=\frac{(1+0.0275)^6-1}{0.0275}+\frac{\left(\frac{(1+0.03)^6-1}{0.03}-\frac{(1+0.0275)^6-1}{0.0275}\right)\times(0.028-0.0275)}{(0.03-0.0275)}$$

$$\frac{(1+0.028)^6-1}{0.028}=6.4279404+\frac{(6.468409884-6.4279404)\times0.0005}{(0.0025)}=6.4360343$$

$$A_n=a\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right]\Rightarrow A_6=30000\left[\frac{(1+0.028)^6-1}{0.028}\right]=30000(6.4360343)$$

$\boldsymbol{A_6=193081.029}$ وحدة نقدية

3-1-2-إيجاد جملة دفعات نهاية المدة في حالة معدل الفائدة يُحسب على أساس جزء من السنة: إذا كان معدل الفائدة يُحسب على أساس جزء من السنة (سداسي، ثلاثي،...الخ) فإنه في هذه الحالة نقوم بما يلي حسب المثال التالي:

<u>مثال 2-12:</u>

يُودع أحد الأشخاص في نهاية كل 4 أشهر ولمدة 3 سنوات مبلغ 7000 وحدة نقدية في أحد البنوك بمعدل فائدة 2%.

<u>المطلوب:</u>

أوجد الجملة في نهاية السنة الثالثة؟

<u>الحل:</u>

$a = 7000$
$i = 2\%$

نلاحظ أن معدل الفائدة يُحسب على أساس كل 4 أشهر وبالتالي فإن عدد المرات التي يُحسب فيها المعدل هو ثلاثة مرات في السنة وبالتالي 9 مرات في 3 سنوات أي: n=9

$$A_n = a\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \Rightarrow A_9 = 7000\left[\frac{(1+0.02)^9 - 1}{0.02}\right] = 7000(9.754628431)$$

$\boldsymbol{A_6 = 68282.4}$ وحدة نقدية

<u>3-1-3-إستخدام قانون جملة دفعات نهاية المدة:</u>

باستخدام قانون جملة دفعات نهاية المدة يُمكن تحديد أي عنصر مجهول مع ضرورة معلومية باقي العناصر.

<u>- تحديد قيمة الدفعة:</u> يُمكن إيجاد قيمة الدفعة بطريقتين:

<u>الطريقة الأولى:</u>

إنطلاقاً من قانون جملة دفعات نهاية المدة:

$$A_n = a\,\frac{(1+i)^n - 1}{i} \Rightarrow \boxed{a = \frac{A_n}{\frac{(1+i)^n - 1}{i}}}$$

مثال 2-13:

يُودع أحد الأشخاص في كل نهاية سنة ولمدة 9 سنوات مبلغ من المال بمعدل فائدة مركب 3.75% ليتحصل بعد نهاية المدة على جملة مركبة قدرها 398050.95 وحدة نقدية.

المطلوب:

أحسب قيمة ما يُودعه الشخص في نهاية كل سنة؟

الحل:

$A_9 = 398050.95$ وحدة نقدية

$i = 3.75\%$

$n = 9$ سنوات

$$a = \frac{A_n}{\frac{(1+i)^n - 1}{i}} = \frac{A_9}{\frac{(1+0.0375)^9 - 1}{0.0375}} = \frac{398050.95}{10.47502503} = \mathbf{38000}$$ وحدة نقدية

الطريقة الثانية:

لدينا:

$$a = \frac{A_n}{\frac{(1+i)^n - 1}{i}} \Rightarrow a = A_n \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

ونلاحظ أن المقدار $\frac{i}{(1+i)^n-1}$ لا توفره الجداول المالية. ويُمكن التصرف فيه للحصول على علاقة متوفرة في الجدول المالي كما يلي:

نقوم بطرح المقدار السابق من المقدار $\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$ بعد ضرب هذا الأخير في المقدار $\frac{(1+i)^n}{(1+i)^n}$ ، أي:

$$\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \times \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n} - \frac{i}{(1+i)^n - 1} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} - \frac{i}{(1+i)^n - 1} = \frac{i(1+i)^n - 1}{(1+i)^n - 1}$$

$$= \frac{i[(1+i)^n - 1]}{(1+i)^n - 1} = i$$

وهذا يعني أن الفرق بين المقدار $\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$ الموجود في الجدول المالي والمقدار $\frac{i}{(1+i)^n-1}$ يساوي i

ومنه يُمكن الحصول على العلاقة التالية لإيجاد قيمة الدفعة كما يلي:

$$\boxed{a = A_n\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} - i\right]}$$

ويتم إستخراج قيمة $\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$ من الجدول المالي رقم 5.

مثال 2-14:

من المثال 2-13 أوجد قيمة ما يُودعه الشخص في نهاية كل سنة بالطريقة الثانية؟

الحل:

$$a = A_n\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} - i\right] \Rightarrow a = A_9\left[\frac{0.0375}{1-(1+0.0375)^{-9}} - i\right]$$

$a = 398050.95[0.132965166 - 0.0375] = 398050.95(0.09546517) = \mathbf{38000}$ وحدة نقدية

- تحديد معدل الفائدة:

إنطلاقاً من قانون جملة دفعات نهاية المدة:

$$A_n = a\,\frac{(1+i)^n - 1}{i} \Rightarrow \frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{A_n}{a}$$

ثم نقوم بالبحث عن حاصل قسمة $\frac{A_n}{a}$ في الجدول المالي رقم 3، وهنا نكون أمام حالتين:

الحالة الأولى: وجود حاصل القسمة في الجدول المالي: نبحث عن حاصل القسمة في السطر الذي تقع فيه المدة المعلومة ومعدل الفائدة المبحوث عنه هو الذي يقع في العمود الذي يقع فيه حاصل القسمة.

مثال 2-15:

يُودع أحد الأشخاص في كل نهاية سنة ولمدة 4 سنوات مبلغ من المال قدره 6250 وحدة نقدية ليتحصل بعد نهاية المدة على جملة مركبة قدرها 26540.4 وحدة نقدية.

المطلوب:

أوجد معدل الفائدة؟

الحل:

$A_4 = 26540.4$ وحدة نقدية

$a = 6250$ وحدة نقدية

$n = 4$ سنوات

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{A_n}{a} \Rightarrow \frac{(1+i)^4 - 1}{i} = \frac{26540.4}{6250} = 4.246464$$

نبحث عن المقدار 4.246464 في الجدول المالي رقم 3 عند السطر الذي يقابل 4 سنوات ونجد تلك القيمة عند العمود الذي يقابل معدل فائدة 4% إذا:

$$\boxed{i = 4\%}$$

الحالة الثانية: عدم وجود حاصل القسمة في الجدول المالي: في هذه الحالة نلجأ إلى طريقة التناسب لإيجاد معدل الفائدة كما يلي:

– نحدد القيمتين في الجدول المالي رقم 3 التي يقع بينهما حاصل قسمة $\frac{A_n}{a}$ عند السطر التي تقع فيه المدة المعلومة، ونرمز للقيمة الكبرى بـ x_1 والقيمة الصغرى بـ x_2.

– نحدد معدلي الفائدة الذين يقابلان القيمتين المتحصل عليهما في الخطوة السابقة ونرمز للمعدل الكبير بـ i_1 والمعدل الصغير بـ i_2.

ويتم إيجاد معدل الفائدة بالتناسب كما يلي:

$$\boxed{i = i_2 + \frac{(i_1 - i_2)\times(\frac{A_n}{a} - x_2)}{(x_1 - x_2)}}$$

مثال 2-16:

يُودع أحد الأشخاص في كل نهاية سنة ولمدة 5 سنوات مبلغ من المال قدره 3000 وحدة نقدية ليتحصل بعد نهاية المدة على جملة مركبة قدرها 16445 وحدة نقدية.

المطلوب:

أوجد معدل الفائدة؟

الحل:

$A_4 = 16445$ وحدة نقدية

$a = 3000$ وحدة نقدية

$n = 5$ سنوات

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{A_n}{a} \Rightarrow \frac{(1+i)^5 - 1}{i} = \frac{16445}{3000} = 5.481666667$$

نلاحظ أن حاصل القسمة غير موجود في الجدول المالي رقم 3 وبالتالي نجد المعدل بطريقة التناسب كما يلي:

$$i = i_2 + \frac{(i_1 - i_2)\times(\frac{A_n}{a} - x_2)}{(x_1 - x_2)}$$

$$i = 0.045 + \frac{(0.0475 - 0.045)\times(5.481666667 - 5.470709726)}{(5.49810345 - 5.470709726)} = 0.045 + 0.001$$

$$\boldsymbol{i = 4.6\%}$$

- تحديد المدة أو عدد الدفعات :

إنطلاقاً من قانون جملة دفعات نهاية المدة:

$$A_n = a\,\frac{(1+i)^n - 1}{i} \Rightarrow \frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{A_n}{a}$$

ثم نبحث عن حاصل قسمة $\frac{A_n}{a}$ في الجدول المالي رقم 3، وهنا نكون أمام حالتين:

الحالة الأولى: وجود حاصل القسمة في الجدول المالي: نبحث عن حاصل القسمة في العمود الذي يقع فيه معدل الفائدة المعلوم والمدة أو عدد الدفعات المبحوث عنها هي التي تقع في السطر الذي يقع فيه حاصل القسمة.

مثال 2-17:

يُودع أحد الأشخاص في كل نهاية سنة مبلغ من المال قدره 9070 وحدة نقدية بمعدل فائدة مركب 3.5% ليتحصل بعد نهاية المدة على جملة مركبة قدرها 82098.799 وحدة نقدية.

المطلوب:

أوجد عدد الدفعات؟

الحل:

$A_n = 82098.799$ وحدة نقدية

$a = 9070$ وحدة نقدية

$i = 3.5\%$

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{A_n}{a} \quad \Rightarrow \frac{(1+0.035)^n - 1}{0.035} = \frac{82098.799}{9070} = 9.05168677$$

نبحث عن المقدار 9.05168677 في الجدول المالي رقم 3 عند العمود الذي يقابل معدل فائدة 3.5% ونجد تلك القيمة عند السطر الذي يقابل 8، أي:

$\boldsymbol{n = 8}$ سنوات أو دفعات

الحالة الثانية: عدم وجود حاصل القسمة في الجدول المالي: كما في البحث عن i فقد لا يوجد n أيضا في الجدول أو لا يكون عدداً كاملا، وهنا لا يُمكن أن توجد n بهذه الوضعية مادام n هي عدد الفترات، وبالتالي عند مصادفة هذه الحالة فإننا نقوم بما يلي:

نبحث في الجدول المالي رقم 3 عن القيمتين اللتين تحصران حاصل قسمة $\frac{A_n}{a}$ في العمود الذي يقابل معدل الفائدة المعلوم ونحدد عدد السنوات أو الدفعات التي تقابل تلك القيمتين ونرمز للمدة الكبرى بـ n_1 والمدة الصغرى بـ n_2. ومن تم يُمكن الأخذ بأحد الحلول التالية:

1- إعادة حساب قيمة الدفعة في حالة المدة أو عدد الدفعات تساوي n_1.

2- إعادة حساب قيمة الدفعة في حالة المدة أو عدد الدفعات تساوي n_2.

3- حساب الجملة على أساس المدة أو عدد الدفعات تساوي n_2 ثم نحدد الفارق بين الجملة الإجمالية وجملة n_2 دفعة والفرق يتم تسديده مع الدفعة الأخيرة، أي مع الدفعة n_2.

مثال 2-18:

حتى يستطيع شخص تسديد دين جملته 31200 وحدة نقدية بدفعات لنهاية كل سنة قيمتها 4000 وحدة نقدية لكل منها فكم يلزمه من سنة إذا كان معدل الفائدة المستعمل هو 3%.

الحل:

$A_n = 31200$ وحدة نقدية

$a = 4000$ وحدة نقدية

$i = 3\%$

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{A_n}{a} \Rightarrow \frac{(1+0.03)^n - 1}{0.03} = \frac{31200}{4000} = 7.8$$

بالبحث في الجدول المالي رقم 3 نجد أن هذا المقدار محصور بين $n_2=7$ و $n_1=8$ وبالتالي يُمكن الأخذ أحد الحلول التالية:

الحل الأول: إعادة حساب قيمة الدفعة مع $n_1=8$:

$$a = \frac{A_n}{\frac{(1+i)^n - 1}{i}} = \frac{A_8}{\frac{(1+0.03)^8 - 1}{0.03}} = \frac{31200}{8.892336046} = \mathbf{3508.64}$$ وحدة نقدية

الحل الثاني: إعادة حساب قيمة الدفعة مع $n_2=7$:

$$a = \frac{A_n}{\frac{(1+i)^n - 1}{i}} = \frac{A_7}{\frac{(1+0.03)^7 - 1}{0.03}} = \frac{31200}{7.662462181} = \mathbf{4071.8}$$ وحدة نقدية

الحل الثالث:

دفع 7 دفعات متساوية قيمة كل منها 4000 وحدة نقدية والباقي يُدفع مع الدفعة السابعة:

$$A_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i} \Rightarrow A_7 = 4000\frac{(1+0.03)^7 - 1}{0.03} = 4000(7.662462181)$$

$$\boldsymbol{A_7 = 30649.85}$$ وحدة نقدية

وبالتالي فإن الباقي الذي يُدفع مع الدفعة السابعة هو: 31200-30649.85=**550.15 وحدة نقدية**

3-2- القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة:

3-2-1- قانون القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة:

القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة هي مجموع القيم الحالية لعدد دفعات نهاية المدة أي قيمة الدفعات عند إمضاء عقد القرض أو الاستثمار وهذا في الزمن 0 أي فترة قبل الدفعة الأولى.

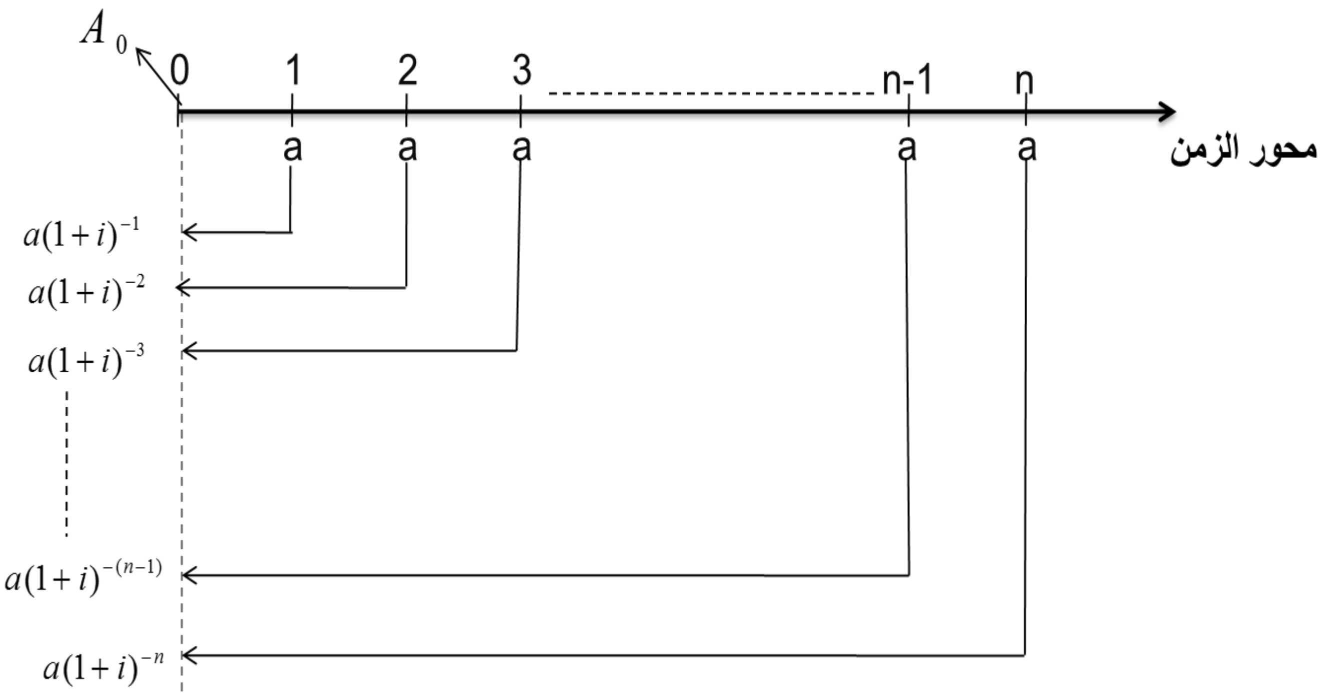
ويُمكن التوصل إلى قانون القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة بطريقتين:

الطريقة الأولى: باستعمال مجموع القيم الحالية للدفعات منفصلة:

لنفترض أن:

A_0 : القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة؛

ونستعين بالشكل التالي الذي يُوضح محور الزمن للفترات وللدفعات وقيمه الحالية كما يلي:



والقيمة الحالية للدفعات كاملة A_0 تكون إبتداء من آخر دفعة كما يلي:

$$A_0 = a(1+i)^{-n} + a(1+i)^{-(n-1)} + ... + a(1+i)^{-3} + a(1+i)^{-2} + a(1+i)^{-1}$$

وبملاحظة عناصر هذه القيمة الحالية نجد أنها تكون متتالية هندسية متزايدة حدها الأول $a(1+i)^{-n}$ وأساسها $(1+i)$ وعدد حدودها n وبالتالي فإن مجموع المتتالية الهندسية أي مجموع القيم الحالية للدفعات يكون كما يلي:

$$A_0 = a(1+i)^{-n} \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} \Rightarrow \boxed{A_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

<u>الطريقة الثانية:</u> حساب القيمة الحالية لجملة دفعات نهاية المدة:

$$A_0 = A_n(1+i)^{-n} \Rightarrow A_0 = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}(1+i)^{-n} \Rightarrow \boxed{A_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

ولحساب القيمة الحالية للدفعات نستعين بالجدول المالي رقم 4 الذي يُقدم العلاقة $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ بشرط وجود المعدل المستعمل في الجدول، وهنا نكون أمام حالتين:

<u>- حالة وجود معدل الفائدة في الجدول المالي:</u>

<u>مثال 2-19:</u>

يسدد شخص في نهاية كل سنة ولمدة 9 سنوات مبلغ 5600 وحدة نقدية بمعدل فائدة 5.5%.

<u>المطلوب:</u>

أحسب القيمة الحالية لهذه الدفعات؟

<u>الحل:</u>

$a = 5600$ وحدة نقدية

$i = 5.5\%$

$n = 9$ سنوات

$$A_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \Rightarrow A_0 = 5600\frac{1-(1+0.055)^{-9}}{0.055} = 5600(6.952195249)$$

$\boldsymbol{A_0 = 38932.3}$ وحدة نقدية

- حالة عدم وجود معدل الفائدة في الجدول المالي: في هذه الحالة يتم حساب القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة باستخدام طريقة التناسب كما يلي:

ليكن i هو المعدل الغير المجدول: نحدد المعدلين المجدولين الذين يحصران المعدل الغير المجدول وليكن المعدل الأكبر i_1 والمعدل الأصغر i_2 وبطريقة التناسب نكتب :

$$\boxed{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{1-(1+i_2)^{-n}}{i_2} - \frac{\left(\frac{1-(1+i_2)^{-n}}{i_2} - \frac{1-(1+i_1)^{-n}}{i_1}\right)\times(i-i_2)}{(i_1-i_2)}}$$

ثم نقوم بعد ذلك باستخدام المقدار $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ في حساب القيمة الحالية.

مثال 2-20:

يسدد أحد الأشخاص في نهاية كل سنة ولمدة 4 سنوات مبلغ 3100 وحدة نقدية بمعدل فائدة 6.7%.

المطلوب:

أحسب القيمة الحالية لهذه الدفعات؟

الحل:

$a = 3100$ وحدة نقدية

$i = 6.7\%$

$n = 4$ سنوات

نلاحظ أن معدل الفائدة 6.7% غير موجود في الجدول المالي وهو محصور بين $i_1=6.75\%$ و $i_2=6.5\%$

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{1-(1+i_2)^{-n}}{i_2} - \frac{\left(\frac{1-(1+i_2)^{-n}}{i_2} - \frac{1-(1+i_1)^{-n}}{i_1}\right)\times(i-i_2)}{(i_1-i_2)}$$

$$\frac{1-(1+0.067)^{-4}}{0.067} = \frac{1-(1+0.065)^{-4}}{0.065} - \frac{\left(\frac{1-(1+0.065)^{-4}}{0.065} - \frac{1-(1+0.0675)^{-4}}{0.0675}\right)\times(0.067-0.065)}{(0.0675-0.065)}$$

$$\frac{1-(1+0.067)^{-4}}{i} = 3.425798602 - \frac{(3.425798602-3.406416065)\times(0.002)}{(0.0025)}$$

$$\frac{1-(1+0.067)^{-4}}{i} = 3.4257986602 - 0.01550603 = 3.41029263$$

$$A_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \Rightarrow A_0 = 3100\frac{1-(1+0.067)^{-4}}{0.067} = 3100(3.41029263)$$

$\boldsymbol{A_0 = 10571.91}$ وحدة نقدية

3-2-2- إستخدام قانون القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة:

باستخدام قانون القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة يُمكن تحديد أي عنصر مجهول مع ضرورة معلومية باقي العناصر.

- **تحديد قيمة الدفعة:** يُمكن إيجاد قيمة الدفعة كما يلي:

$$A_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \Rightarrow a = \frac{A_0}{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}} \Rightarrow \boxed{a = A_0\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}}$$

ويتم إستخراج قيمة المقدار $\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$ من الجدول المالي رقم 5.

مثال 2-21:

سدد أحد الأشخاص 5 دفعات بمعدل فائدة 7.5%. القيمة الحالية لتك الدفعات تُقدر بـ 14969.774 وحدة نقدية.

المطلوب:

أحسب قيمة الدفعة؟

الحل:

$A_0 = 14969.774$ وحدة نقدية

$i = 7.5\%$

$n = 5$ دفعات

$$a = A_0 \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \Rightarrow a = 14969.774 \frac{0.075}{1-(1+0.075)^{-5}} = 14969.774(0.247164718)$$

$\boldsymbol{a = 3700}$ وحدة نقدية

- تحديد معدل الفائدة:

إنطلاقاً من قانون القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة:

$$A_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \Rightarrow \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{A_0}{a}$$

ثم نبحث عن حاصل قسمة $\frac{A_0}{a}$ في الجدول المالي رقم 4 وهنا نكون أمام حالتين:

الحالة الأولى: وجود حاصل القسمة في الجدول المالي: نبحث عن حاصل القسمة في السطر الذي تقع فيه المدة المعلومة ومعدل الفائدة المبحوث عنه هو الذي يقع في العمود الذي يقع فيه حاصل القسمة.

مثال 2-22:

سلسلة دفعات ثابتة قيمة كل منها 10965 وحدة نقدية لمدة 6 سنوات كانت قيمتها الحالية 51468.026 وحدة نقدية.

المطلوب:

أوجد معدل الفائدة المطبق؟

الحل:

$A_0 = 51468.026$ وحدة نقدية

$a = 10965$ وحدة نقدية

$n = 6$ سنوات

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{A_0}{a} \Rightarrow \frac{1-(1+i)^{-6}}{i} = \frac{51468.026}{10965} = 4.69384642$$

نبحث عن المقدار 4.69384642 في الجدول المالي رقم 4 عند السطر الذي يقابل 4 سنوات ونجد تلك القيمة عند العمود الذي يقابل معدل فائدة 7.5% إذا:

$$\boldsymbol{i = 7.5\%}$$

الحالة الثانية: عدم وجود حاصل القسمة في الجدول المالي: في هذا الحالة نلجأ إلى طريقة التناسب كما يلي:

– نحدد القيمتين في الجدول المالي رقم 4 التي يقع بينهما حاصل قسمة $\frac{A_0}{a}$ عند السطر التي تقع فيه المدة المعلومة، ونرمز للقيمة الكبرى بـ x_1 ومعدل الفائدة المقابل بـ i_2 ونرمز للقيمة الصغرى بـ x_2 ومعدل الفائدة المقابل بـ i_1. ويتم إيجاد معدل الفائدة بالتناسب كما يلي:

$$\boxed{i = i_1 - \frac{(\frac{A_0}{a} - x_2)(i_1 - i_2)}{(x_1 - x_2)}}$$

مثال 2–23:

سلسلة دفعات ثابتة قيمة كل منها 5000 وحدة نقدية لمدة 7 سنوات كانت قيمتها الحالية 28011.8 وحدة نقدية

المطلوب:

أوجد معدل الفائدة المطبق؟

الحل:

$A_0 = 28011.8$ وحدة نقدية

$a = 5000$ وحدة نقدية

$n = 7$ سنوات

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{A_0}{a} \Rightarrow \frac{1-(1+i)^{-7}}{i} = \frac{28011.8}{5000} = 5.60236$$

بالبحث في الجدول المالي رقم 4 نلاحظ أن هذا المقدار غير موجود وبالتالي نلجأ إلى طريقة التناسب كما يلي:

المقدار 5,60236 محصور بين $x_1=5.632327833$ والذي يقابله $i_2=5.75\%$ و $x_2=5.58238144$ والذي يقابله $i_1=6\%$، ومنه:

$$i = i_1 - \frac{\left(\frac{A_0}{a} - x_2\right)(i_1 - i_2)}{(x_1 - x_2)} \Rightarrow i = 0.06 - \frac{(5.60236 - 5.58238144)\,(0.06 - 0.0575)}{(5.632327833 - 5.58238144)}$$

$$i = 0.06 - 0.001 = 0.059 = \mathbf{5.9}\%$$

– تحديد مدة أو عدد الدفعات :

إنطلاقاً من قانون القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة:

$$A_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \Rightarrow \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{A_0}{a}$$

ثم نبحث عن حاصل القسمة $\frac{A_0}{a}$ في الجدول المالي رقم 4 وهنا نكون أمام حالتين:

الحالة الأولى: وجود حاصل القسمة في الجدول المالي: نبحث عن حاصل القسمة في العمود الذي يقع فيه معدل الفائدة المعلوم والمدة أو عدد الدفعات المبحوث عنها هي التي تقع في السطر الذي يقع فيه حاصل القسمة.

مثال 2-24:

سلسلة دفعات ثابتة قيمة كل منها 5269 وحدة نقدية بمعدل فائدة سنوي 3.75% كانت قيمتها الحالية 31919.077 وحدة نقدية.

المطلوب:

أوجد عدد الدفعات؟

الحل:

$A_0 = 31919.077$ وحدة نقدية

$a = 5269$ وحدة نقدية

$i = 3.75\%$

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{A_0}{a} \Rightarrow \frac{1-(1+0.0375)^{-n}}{0.0375} = \frac{31919{,}077}{5269} = 6.05790036$$

نبحث عن المقدار 6.05790036 في الجدول المالي رقم 4 عند العمود الذي يقابل معدل فائدة 3.75% ونجدها في السطر الذي يقابل 7. إذا:

$\boldsymbol{n = 7}$ دفعات

الحالة الثانية: عدم وجود حاصل القسمة في الجدول المالي: كما في البحث عن i فقد لا يوجد n أيضا في الجدول أو لا يكون عدداً كاملاً، هنا لا يُمكن أن توجد n بهذه الوضعية مادام n هي عدد الفترات أو دفعات، وبالتالي عند مصادفة هذه الحالة فإننا نقوم بما يلي:

نبحث في الجدول المالي رقم 4 عن القيمتين اللتين تحصران حاصل قسمة $\frac{A_0}{a}$ في العمود الذي يقابل معدل الفائدة المعلوم ونحدد عدد السنوات أو الدفعات التي تقابل تلك القيمتين ونرمز للمدة الكبرى بـ n_1 والمدة الصغرى بـ n_2. ومن تم يُمكن الأخذ بأحد الحلين التاليين:

1- إعادة حساب قيمة الدفعة في حالة المدة أو عدد الدفعات تساوي n_1.

2- إعادة حساب قيمة الدفعة في حالة المدة أو عدد الدفعات تساوي n_2.

مثال 2-25:

إشترت إحدى المؤسسات سيارة بقيمة 34044 وحدة نقدية واتفقت على تسديد قيمتها بأقساط متساوية قيمة الواحدة 6000 وحدة نقدية بمعدل فائدة 1.75%.

المطلوب:

أوجد عدد الدفعات؟

الحل:

$A_0 = 34044$ وحدة نقدية

$a = 6000$ وحدة نقدية

$i = 1.75\%$

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{A_0}{a} \Rightarrow \frac{1-(1+0.0175)^{-n}}{0.0175} = \frac{34044}{6000} = 5.674$$

بالبحث في الجدول المالي رقم 4 نجد أن هذا المقدار محصور بين $n_2=6$ و$n_1=7$ وبالتالي يُمكن الأخذ بأحد الحلين التاليين:

الحل الأول: إعادة حساب قيمة الدفعة مع n=7

$$a = A_0 \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \Rightarrow 34044 \frac{0.0175}{1-(1+0.0175)^{-7}} \Rightarrow a = 34044(0.153030586)$$

$\boldsymbol{a = 5209.77}$ وحدة نقدية

الحل الثاني: إعادة حساب قيمة الدفعة مع n=6

$$a = A_0 \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \Rightarrow 34044 \frac{0.0175}{1-(1+0.0175)^{-6}} \Rightarrow a = 34044(0.177022557)$$

$\boldsymbol{a = 6026.56}$ وحدة نقدية

4- دفعات بداية المدة:

4-1- جملة دفعات بداية المدة:

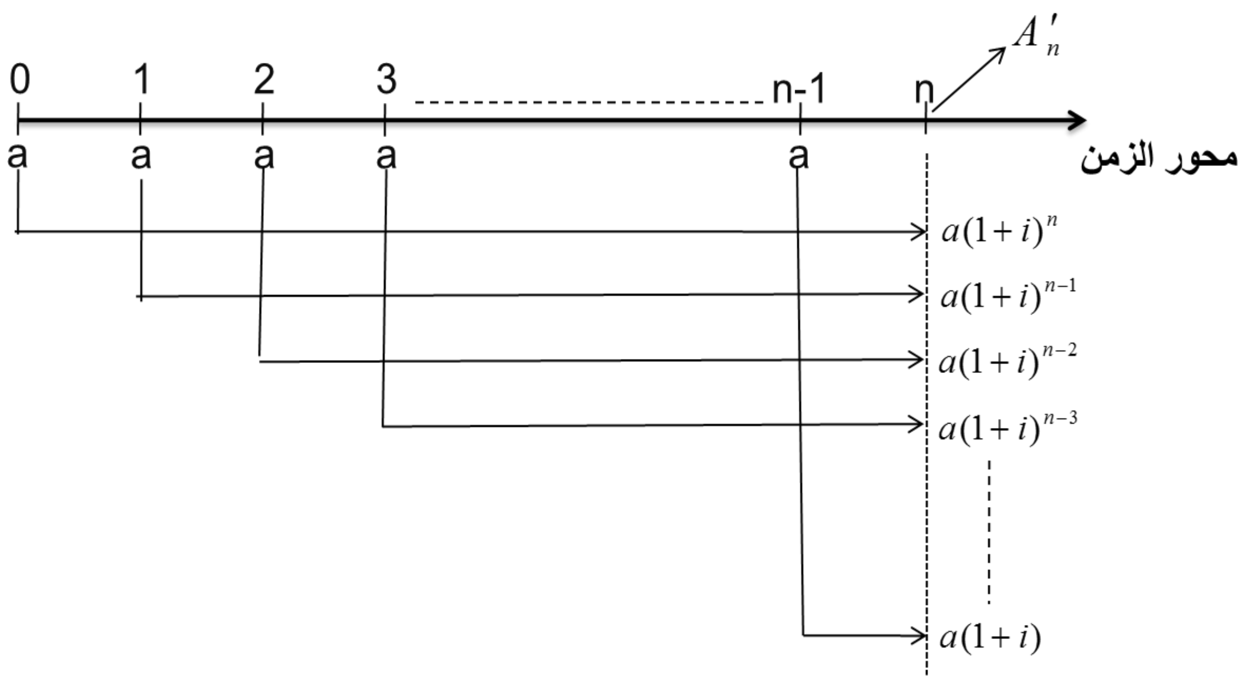
جملة دفعات بداية المدة تُحسب في نهاية مدة السداد للقرض أو تكوين رأس مال أي بعد القسط الأخير بفترة زمنية واحدة.

4-1-1-قانون جملة دفعات بداية المدة:

لنفترض أن:

A'_n : جملة دفعات بداية المدة؛

ونستعين بالشكل التالي الذي يُوضح محور الزمن للفترات وللدفعات وجملها كما يلي:



وجملة الدفعات كاملة A'_n تكون إبتداء من آخر دفعة كما يلي:

$$A'_n = a(1+i) + \ldots + a(1+i)^{n-3} + a(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-1} + a(1+i)^n$$

وبملاحظة عناصر هذه الجملة نجد أنها تكون متتالية هندسية متزايدة حدها الأول a(1+i) وأساسها (1+i) وعدد حدودها n وبالتالي فإن مجموع المتتالية الهندسية، أي جملة الدفعات يكون كما يلي:

$$A'_n = a(1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)-1} \Rightarrow \boxed{A'_n = a(1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i}}$$

ولحساب جملة دفعات بداية المدة هنا نستعمل الجدول المالي رقم 3 لاستخراج قيمة المقدار $\frac{(1+i)^n-1}{i}$.

ويُمكن تكوين علاقة جديدة لحساب جملة دفعات بداية المدة من خلال القانون السابق كما يلي:

$$A'_n = a(1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i} = a\frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i} = a\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - \frac{i}{i}$$

$$\boxed{A'_n = a\left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1\right]}$$

وهنا أيضا نقوم باستخدام الجدول المالي رقم 3 لاستخراج قيمة المقدار $\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}$

ويُمكن مقارنة جملة دفعات بداية المدة وجملة دفعات نهاية المدة كما يلي:

لدينا:

$$A'_n = a(1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i} \qquad\qquad A_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

من خلال كل من القانونين يُمكن ملاحظة أن:

$$\boxed{A'_n = A_n(1+i)}$$

ولحساب جملة الدفعات نستعين بالجدول المالي رقم 3، كما أسلفنا، الذي يُقدم قيمة المقدار $\frac{(1+i)^n-1}{i}$ أو المقدار $\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}$ بشرط وجود المعدل المستعمل في الجدول المالي، وهنا نكون أمام حالتين:

- <u>**حالة وجود معدل الفائدة في الجدول المالي:**</u>

<u>**مثال 2-26:**</u>

أراد أحد الأشخاص تكوين رأس مال بـ 7 دفعات متساوية مبلغ الواحدة 5000 وحدة نقدية، تدفع الأولى عند إمضاء العقد. معدل الفائدة السنوي 2%.

<u>المطلوب:</u>

ماهو مبلغ رأس المال؟

<u>**الحل:**</u>

$a = 5000$ وحدة نقدية

$i = 2\%$

$n = 7$ دفعات

$$A'_n = a\left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1\right] \Rightarrow A'_7 5000\left[\frac{(1.02)^{7+1} - 1}{0.02} - 1\right] = 5000(8.58296905 - 1)$$

$\boldsymbol{A'_7 = 37914.85}$ وحدة نقدية

– **حالة عدم وجود معدل الفائدة في الجدول المالي:** في هذه الحالة يتم حساب الجملة باستخدام طريقة التناسب كما يلي:

ليكن i هو المعدل الغير المجدول: نحدد المعدلين المجدولين الذين يحصران المعدل الغير المجدول وليكن المعدل الأكبر i_1 والمعدل الأصغر i_2 وبطريقة التناسب نكتب:

$$\boxed{\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}=\frac{(1+i_2)^{n+1}-1}{i_2}+\frac{\left(\frac{(1+i_1)^{n+1}-1}{i_1}-\frac{(1+i_2)^{n+1}-1}{i_2}\right)\times(i-i_2)}{(i_1-i_2)}}$$

ثم نقوم بعد ذلك باستخدام المقدار $\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}$ في حساب جملة دفعات بداية المدة.

مثال 2-27:

4 دفعات متساوية قيمة الواحدة 8300 وحدة نقدية، الأولى تُدفع في بداية السنة الأولى بمعدل فائدة سنوي 4.6%.

المطلوب:

أحسب جملة الدفعات؟

الحل:

$a=8300$ وحدة نقدية

$i=4.6\%$

$n=4$ دفعات

لدينا معدل فائدة 4,6% وهو معدل غير موجود في الجدول المالي وهو معدل محصور بين المعدلين المجدولين $i_1=$ 4.75% و $i_2=$ 4.5%. ومنه:

$$\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}=\frac{(1+i_2)^{n+1}-1}{i_2}+\frac{\left(\frac{(1+i_1)^{n+1}-1}{i_1}-\frac{(1+i_2)^{n+1}-1}{i_2}\right)\times(i-i_2)}{(i_1-i_2)}$$

$$\frac{(1+0.046)^{4+1}-1}{0.046}=\frac{(1+0.045)^{4+1}-1}{0.045}+\frac{\left(\frac{(1+0.0475)^{4+1}-1}{0.0475}-\frac{(1+0.045)^{4+1}-1}{0.045}\right)\times(0.046-0.045)}{(0.0475-0.045)}$$

$$\frac{(1+0.046)^{4+1}-1}{0.046}=5.470709726+\frac{(5.49810345-5.470709726)\times(0.001)}{(0.0025)}$$

$$\frac{(1+0.046)^{4+1}-1}{0.046}=5.470709726+0.01095749=5.48166722$$

$$A'_4=a\left[\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}-1\right]\Rightarrow A'_4=8300\left[\frac{(1+0.046)^{4+1}-1}{0.046}-1\right]=8300(5.48166722-1)$$

$\boldsymbol{A'_4=37197.84}$ وحدة نقدية

4-1-2- إستخدام قانون جملة دفعات بداية المدة:

باستخدام قانون جملة دفعات بداية المدة يُمكن تحديد أي عنصر مجهول مع ضرورة معلومية باقي العناصر.

- تحديد قيمة الدفعة:

لدينا :

$$A'_n = a(1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

ويمكن إيجاد قيمة الدفعة كما يلي:

$$a = A'_n(1+i)^{-1}\frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

وبما أن المقدار $\frac{i}{(1+i)^n-1}$ لا يوجد في الجداول المالية، فإنه يُمكن التصرف فيه للحصول على علاقة موجودة في الجداول المالية كما يلي:

نستخدم المقدار $\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$ الموجود في الجدول المالي رقم 5

نضرب المقدار السابق في المقدار التالي: $\frac{(1+i)^n}{(1+i)^n}$

نطرح المقدار $\frac{i}{(1+i)^n-1}$ من حاصل الضرب السابق. ومنه:

$$\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \times \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n} - \frac{i}{(1+i)^n - 1} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} - \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$= \frac{i(1+i)^n - i}{(1+i)^n - 1} = \frac{i\left[(1+i)^n - 1\right]}{(1+i)^n - 1} = i$$

وبالتالي عند البحث عن المقدار $\frac{i}{(1+i)^n-1}$ فإننا نستخرج المقدار $\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$ من الجدول المالي رقم 5 ونطرح منه i. وبالتالي يُمكن إيجاد قيمة الدفعة كما يلي:

$$\boxed{a = A'_n(1+i)^{-1}\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} - i\right]}$$

ويتم هنا أيضاً إستخدام الجدول المالي رقم 2 لإستخراج قيمة المقدار $(1+i)^{-1}$.

مثال 2-28:

جملة تكونت بـ 7 دفعات متساوية تساوي 85635.85 وحدة نقدية بمعدل فائدة سنوي 8% مع العلم أن أول دفعة تم دفعها كانت في بداية الفترة؟

المطلوب:

أوجد قيمة الدفعة؟

الحل:

$A'_7 = 85635.85$ وحدة نقدية

$i = 8\%$

$n = 7$ دفعات

$$a = A'_n(1+i)^{-1}\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} - i\right] \Rightarrow a = A'_7(1+0.08)^{-1}\left[\frac{0.08}{1-(1+0.08)^{-7}} - 0.08\right]$$

$$a = 85635.85(0.925925925)(0.192072401 - 0.08)$$

$\boldsymbol{a = 8886.5}$ وحدة نقدية

- تحديد معدل الفائدة:

إنطلاقاً من قانون جملة دفعات بداية المدة:

$$A'_n = a\left[\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} - 1\right] \Rightarrow \frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} - 1 = \frac{A'_n}{a} \Rightarrow \boxed{\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} = \frac{A'_n}{a} + 1}$$

ثم نبحث عن قيمة الطرف الأيمن في الجدول المالي رقم 3 وهنا نكون أمام حالتين:

الحالة الأولى: وجود قيمة الطرف الأيمن في الجدول المالي: نبحث عن قيمة الطرف الأيمن في السطر الذي تقع فيه المدة المعلومة، ومعدل الفائدة المبحوث عنه هو الذي يقع في العمود الذي تقع فيه قيمة الطرف الأيمن.

مثال 2-29:

كون أحد الأشخاص رأس مال قدره 15608.04 وحدة نقدية عن طريق 3 دفعات متساوية قيمة الواحدة 5000 وحدة نقدية، الأولى دُفعت في بداية السنة.

المطلوب: اوجد معدل الفائدة؟

الحل:

$A'_3 = 15608.04$ وحدة نقدية

$a = 5000$ وحدة نقدية

$n = 3$ دفعات

$$\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} = \frac{A'_n}{a}+1 \Rightarrow \frac{(1+i)^{3+1}-1}{i} = \frac{15608.04}{5000}+1 = 4.121608$$

نبحث عن المقدار 4.121608 في الجدول المالي رقم 3 عند السطر الذي يقابل 4 دفعات ونجد تلك القيمة عند العمود الذي يقابل معدل فائدة 2% إذا:

$$\boxed{i = 2\%}$$

الحالة الثانية: عدم وجود قيمة الطرف الأيمن في الجدول المالي: إذا بحثا في الجدول المالي رقم 3 عن قيمة الطرف الأيمن عند السطر الذي يقابل المدة المعلومة ولم نجده فإننا في هذه الحالة نجد المعدل بطريقة التناسب كما يلي:

- نحدد القيمتين في الجدول المالي التي تقع بينهما قيمة الطرف الأيمن $\frac{A'_n}{a} + 1$ عند السطر التي تقع فيه المدة المعلومة ونرمز للقيمة الكبرى بـ x_1 والقيمة الصغرى بـ x_2.
- نحدد معدلي الفائدة الذين يقابلان القيمتين المتحصل عليهما في الخطوة السابقة ونرمز للمعدل الكبير بـ i_1 والمعدل الصغير بـ i_2؛

ويتم إيجاد معدل الفائدة بالتناسب كما يلي:

$$\boxed{i = i_2 + \frac{(i_1 - i_2)\times((\frac{A'_n}{a}+1) - x_2)}{(x_1 - x_2)}}$$

مثال 2−30:

كون أحد الأشخاص رأس مال قدره 26587.45 وحدة نقدية عن طريق 5 دفعات متساوية قيمة الواحدة 4748 وحدة نقدية، الأولى دُفعت في بداية السنة.

المطلوب:

اوجد معدل الفائدة؟

الحل:

$A'_5 = 26587.45$ وحدة نقدية

$a = 4748$ وحدة نقدية

$n = 5$ دفعات

$$\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} = \frac{A'_n}{a}+1 \Rightarrow \frac{(1+i)^{5+1}-1}{i} = \frac{26587.45}{4748}+1 = 5.59971567+1 = 6.59971567$$

وبالبحث في الجدول المالي رقم 3 عند السطر الذي يقابل 5 دفعات نلاحظ أن هذا المقدار غير موجود وبالتالي نجد المعدل بطريقة التناسب كما يلي:

المقدار 6.59971567 محصور بين x_1=6.632975462 والذي يقابله i_2=4% و x_2=6.591427955 والذي يقابله i_1=3.75%، ومنه:

$$\boldsymbol{i = i_2 + \frac{(i_1 - i_2)\times((\frac{A'_n}{a}+1)-x_2)}{(x_1 - x_2)}}$$

$$i = 0.0375 + \frac{(0.04-0.0375)\times(6.59971567 - 6.591427955)}{(6.632975462 - 6,591427955)}$$

$i = 0.0375 + 0.0004986891 = 0.03799869 \approx 0.038$

$\boldsymbol{i = 3.8\%}$

- تحديد مدة أو عدد الدفعات :

إنطلاقاً من قانون جملة دفعات بداية المدة:

$$A'_n = a\left[\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}-1\right] \Rightarrow \frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} = \frac{A'_n}{a}+1$$

ثم نبحث عن قيمة الطرف الأيمن في الجدول المالي رقم 3 عند العمود الذي يقابل معدل الفائدة المعلوم، وهنا نكون أمام حالتين:

الحالة الأولى: وجود الطرف الأيمن في الجدول المالي: نبحث عن الطرف الأيمن في العمود الذي يقابل معدل الفائدة المعلوم والمدة أو عدد الدفعات المبحوث عنها هي التي تقابل السطر الذي تقع فيه قيمة الطرف الأيمن.

مثال 2−31:

كون أحد الأشخاص رأس مال قدره 28778.94 وحدة نقدية بدفعات متساوية مبلغ الواحدة 5302 وحدة نقدية، تدفع الأولى عند بداية المدة. معدل الفائدة السنوي 2.75%.

المطلوب:

أوجد عدد الدفعات التي سمحت بتكوين رأس المال؟

الحل:

$A'_n = 28778.94$ وحدة نقدية

$a = 5302$ وحدة نقدية

$i = 2.75\%$

$$\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} = \frac{A'_n}{a} + 1 \Rightarrow \frac{(1+0.0275)^{n+1}-1}{0.0275} = \frac{28778.94}{5302} + 1 = 5.4279404 + 1 = 6.4279404$$

نبحث عن المقدار 6.4279404 في الجدول المالي رقم 3 عند العمود الذي يقابل معدل فائدة 2.75% ونجد تلك القيمة عند السطر الذي يقابل 6. ومنه:

$$n + 1 = 6 \Rightarrow n = 6 - 1 = \mathbf{5}$$ دفعات

الحالة الثانية: عدم وجود قيمة الطرف الأيمن في الجدول المالي: كما في البحث عن i فقد لا يوجد n أيضاً في الجدول المالي أو لا يكون عدداً كاملاً، هنا لا يُمكن أن توجد n بهذه الوضعية مادام n هي عدد السنوات أو الدفعات، وبالتالي عند مصادفة هذه الحالة فإننا نقوم بما يلي:

نبحث في الجدول المالي رقم 3 عن القيمتين اللتين تحصران حاصل قسمة $\frac{A'_n}{a} + 1$ في العمود الذي يقابل معدل الفائدة المعلوم ونحدد عدد السنوات أو الدفعات التي تقابل تلك القيمتين ونرمز للمدة الكبرى بـ n_1 والمدة الصغرى بـ n_2. ومن تم نأخذ بأحد الحلول التالية:

1− إعادة حساب قيمة الدفعة في حالة المدة أو عدد الدفعات تساوي n_1.

2− إعادة حساب قيمة الدفعة في حالة المدة أو عدد الدفعات تساوي n_2.

3− حساب الجملة على أساس المدة أو عدد الدفعات تساوي n_2 ثم نحدد الفارق بين الجملة الإجمالية وجملة n_2 دفعة والفرق يتم تسديده عند إستلام الجملة.

مثال 2-32:

كون أحد الأشخاص رأس مال قدره 62627.14 وحدة نقدية بدفعات متساوية مبلغ الواحدة 8300 وحدة نقدية، تدفع الأولى عند بداية المدة. معدل الفائدة السنوي 3%.

المطلوب:

أوجد عدد الدفعات التي سمحت بتكوين رأس المال؟

الحل:

$A'_n = 62627.14$ وحدة نقدية

$a = 8300$ وحدة نقدية

$i = 3\%$

$i = 3\%$

$$\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} = \frac{A'_n}{a} + 1 \Rightarrow \frac{(1+0.03)^{n+1}-1}{0.03} = \frac{62627.14}{8300} + 1 = 8.545438554$$

بالبحث في الجدول المالي رقم 3 نجد أن هذا المقدار محصور بين $n_1+1=8$ و$n_2+1=7$ ، أي أنه محصور بين: $n_1=7$ و $n_2=6$. ويُمكن الأخذ بأحد الحلول التالية:

الحل الأول: حساب قيمة الدفعة مع $n_1=7$

$$a = A'_n(1+i)^{-1}\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} - i\right] \Rightarrow a = A'_7(1+0.03)^{-1}\left[\frac{0,03}{1-(1+0.03)^{-7}} - 0.03\right]$$

$a = 62627,14(0,970873786)(0.160506354 - 0.03) = \mathbf{7935.18}$ وحدة نقدية

الحل الثاني: حساب قيمة الدفعة مع $n_2=6$

$$a = A'_n(1+i)^{-1}\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} - i\right] \Rightarrow a = A'_6(1+0.03)^{-1}\left[\frac{0.03}{1-(1+0.03)^{-6}} - 0.03\right]$$

$a = 62627,14(0,970873786)(0.1845975 - 0.03) = 9399,99929 \approx \mathbf{9400}$ وحدة نقدية

الحل الثالث:

دفع 6 دفعات متساوية قيمة كل منها 8300 دج والباقي يُضاف عند إستلام الجملة.

$$A'_n = a\left[\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} - 1\right] \Rightarrow A'_6 = (8300)\left[\frac{(1+0.03)^{6+1}-1}{0.03} - 1\right]$$

$A'_6 = 8300(7.662462181 - 1) = \mathbf{55298.44}$ وحدة نقدية

وبالتالي فإن الباقي الذي يُضاف عند إستلام الجملة هو: $62627.14 - 55298.44 = \mathbf{7328.7}$ **وحدة نقدية**

4-2-القيمة الحالية لدفعات بداية المدة:

4-2-1- قانون القيمة الحالية لدفعات بداية المدة:

القيمة الحالية لدفعات بداية المدة هي قيمة كل هذه الدفعات في تاريخ أول مدة الإيداع أي عند الفترة 0 من الإيداع، ويتوافق هذا التاريخ مع تاريخ إيداع أول دفعة من سلسلة الدفعات.

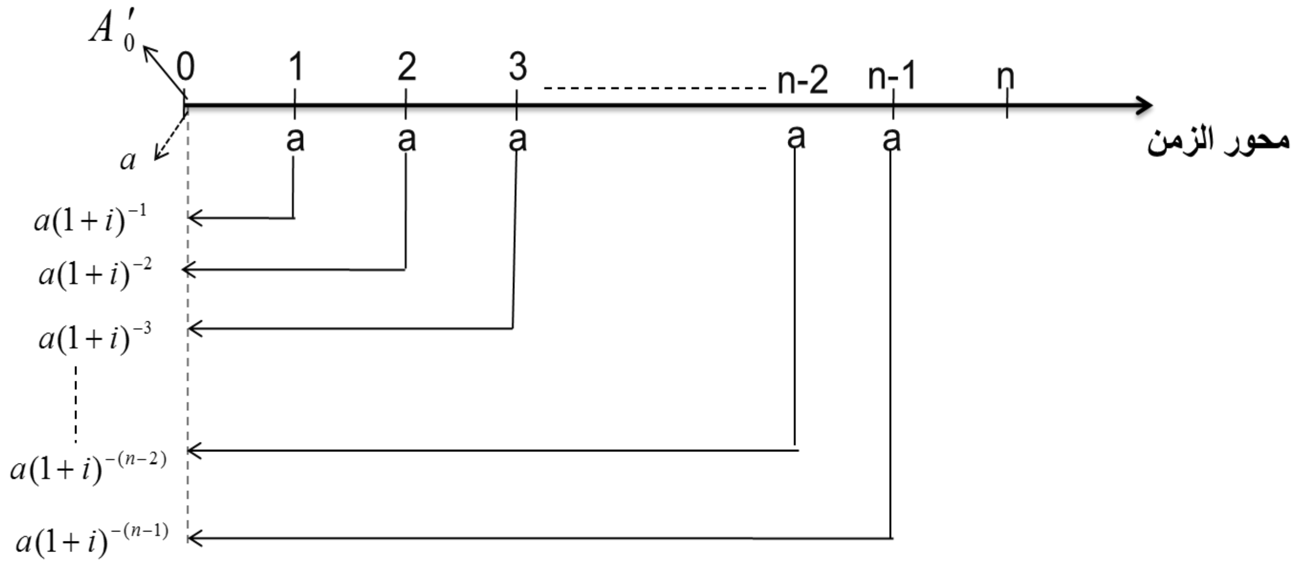
ويُمكن التوصل إلى قانون القيمة الحالية لدفعات بداية المدة بطريقتين:

الطريقة الأولى: باستعمال مجموع القيم الحالية للدفعات منفصلة:

لنفترض أن:

A_0': القيمة الحالية لدفعات بداية المدة؛

ونستعين بالشكل التالي الذي يُوضح محور الزمن للفترات وللدفعات وقيمها الحالية كما يلي:



والقيمة الحالية للدفعات كاملة A_0' تكون إبتداء من آخر دفعة كما يلي:

$$A_0' = a(1+i)^{-(n-1)} + a(1+i)^{-(n-2)} + ... + a(1+i)^{-3} + a(1+i)^{-2} + a(1+i)^{-1} + a$$

وبملاحظة الطرف الأيمن من المعادلة نجد أنها تكون متتالية هندسية متزايدة حدها الأول $a(1+i)^{-(n-1)}$، أساسها $(1+i)$ وعدد حدودها n وبالتالي فإن مجموع المتتالية الهندسية، أي مجموع القيم الحالية للدفعات يكون كما يلي:

$$A_0' = a(1+i)^{-(n-1)}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)-1}\right] = a\left[\frac{(1+i)-(1+i)^{-(n-1)}}{i}\right] = a\left[\frac{i}{i} + \frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}\right]$$

$$\boxed{A_0' = a\left[1 + \frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}\right]}$$

الطريقة الثانية: حساب القيمة الحالية لجملة الدفعات:

$$A'_0 = A'_n(1+i)^{-n} \Rightarrow A'_0 = a\left[\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} - 1\right](1+i)^{-n} = a\left[\frac{(1+i)-(1+i)^{-n}-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$= a\left[\frac{(1+i)-[(1+i)^{-n}(1+i)]}{i}\right] = a\left[\frac{(1+i)-(1+i)^{-(n-1)}}{i}\right]$$

$$\boxed{A'_0 = a\left[1+\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}\right]}$$

ولحساب القيمة الحالية لدفعات بداية المدة نستعين بالجدول المالي رقم 4 الذي يُقدم قيمة العلاقة $\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}$ بشرط وجود معدل الفائدة في الجدول المالي، وهنا نكون أمام حالتين:

- **حالة وجود معدل الفائدة في الجدول المالي:**

مثال 2-33:

8 دفعات متساوية قيمة الواحدة تساوي 4429 وحدة نقدية، الأولى تُدفع في بداية الفترة. معدل الفائدة 4%.

المطلوب:

أحسب القيمة الحالية للدفعات؟

الحل:

$a = 4429$ وحدة نقدية

$i = 4\%$

$n = 8$ دفعات

$$A'_0 = a\left[1+\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}\right] = 4429\left[1+\frac{1-(1+0.04)^{-(8-1)}}{0.04}\right] = 4429[1+6.00205467]$$

$\boldsymbol{A'_0 = 31012.1}$ وحدة نقدية

- **حالة عدم وجود معدل الفائدة في الجدول المالي:** في هذه الحالة يتم حساب القيمة الحالية باستخدام طريقة التناسب كما يلي:

ليكن i هو المعدل الغير المجدول: نحدد المعدلين المجدولين الذين يحصران المعدل الغير المجدول في الجدول المالي رقم 4 وليكن المعدل الأكبر i_1 والمعدل الأصغر i_2 وبطريقة التناسب نكتب :

$$\boxed{\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}=\frac{1-(1+i_2)^{-(n-1)}}{i_2}-\frac{\left(\frac{1-(1+i_2)^{-(n-1)}}{i_2}-\frac{1-(1+i_1)^{-(n-1)}}{i_1}\right)\times(i-i_2)}{(i_1-i_2)}}$$

ثم نقوم بعد ذلك باستخدام المقدار $\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}$ في حساب القيمة الحالية لدفعات بداية المدة.

<u>مثال 2-34:</u>

5 دفعات متساوية قيمة الواحدة تساوي 8149 وحدة نقدية، الأولى تُدفع في بداية الفترة. معدل الفائدة 2.9%.

<u>المطلوب:</u>

أحسب القيمة الحالية للدفعات؟

<u>الحل:</u>

$a=8149$ وحدة نقدية

$i=2.9\%$

$n=5$ دفعات

نلاحظ أن معدل الفائدة 2,9% غير موجود في الجدول المالي رقم 4 وهو محصور بين $I_1=3\%$ و $i_2=2.75\%$

$$\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}=\frac{1-(1+i_2)^{-(n-1)}}{i_2}-\frac{\left(\frac{1-(1+i_2)^{-(n-1)}}{i_2}-\frac{1-(1+i_1)^{-(n-1)}}{i_1}\right)\times(i-i_2)}{(i_1-i_2)}$$

$$\frac{1-(1+0.029)^{-(5-1)}}{0,029}=\frac{1-(1+0.0275)^{-(5-1)}}{0.0275}-\frac{\left(\frac{1-(1+0.0275)^{-(5-1)}}{0.0275}-\frac{1-(1+0.03)^{-(5-1)}}{0.03}\right)\times(0.029-0.0275)}{(0.03-0.0275)}$$

$$\frac{1-(1+0.029)^{-(5-1)}}{0.029}=3.739427865-\frac{(3.739427865-3.717098403)\times(0.0015)}{(0.0025)}=3.726030188$$

$$A_0'=a\left[1+\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}\right]\Rightarrow A_0'=8149\left[1+\frac{1-(1+0.029)^{-(5-1)}}{0.029}\right]=8149(1+3.726030188)$$

$\boldsymbol{A_0'=38512,42}$ وحدة نقدية

4-2-2-إستخدام قانون القيمة الحالية لدفعات بداية المدة:

باستخدام قانون القيمة الحالية لدفعات بداية المدة يُمكن تحديد أي عنصر مجهول مع ضرورة معلومية باقي العناصر.

- **تحديد قيمة الدفعة:** يُمكن إيجاد قيمة الدفعة كما يلي:

$$A_0' = a\left[1+\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}\right] \Rightarrow \boxed{a = \frac{A_0'}{1+\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}}}$$

ونستخرج قيمة المقدار $\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}$ من الجدول المالي رقم 4.

مثال 2-35:

8 دفعات متساوية، الأولى تُدفع في بداية الفترة، قيمتها الحالية تبلغ 57179.59 وحدة نقدية. معدل الفائدة 3.5%.

المطلوب:

أحسب قيمة الدفعة؟

الحل:

$A_0' = 57179.59$ وحدة نقدية

$i = 3.5\%$

$n = 8$ دفعات

$$a = \frac{A_0'}{1+\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}} = \frac{57179.59}{1+\frac{1-(1+0.035)^{-(8-1)}}{i}} = \frac{57179.59}{1+6.11454398}$$

$\boldsymbol{a = 8037}$ وحدة نقدية

- **تحديد معدل الفائدة:**

إنطلاقاً من قانون القيمة الحالية لدفعات بداية المدة:

$$A_0' = a\left[1+\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}\right] \Rightarrow \frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i} = \frac{A_0'}{a} - 1$$

ثم نبحث عن قيمة الطرف الأيمن من المعادلة في الجدول المالي رقم 4 وهنا نكون أمام حالتين:

الحالة الأولى: وجود قيمة الطرف الأيمن في الجدول المالي: نبحث عن القيمة في السطر الذي تقع فيه المدة المعلومة، ومعدل الفائدة المبحوث عنه هو الذي يقابل العمود الذي تقع فيه القيمة.

مثال 2−36:

سلسلة دفعات متساوية عددها 7 وقيمة كل واحدة منها 4946 وحدة نقدية، الأولى تُدفع في بداية الفترة، كانت قيمتها الحالية 36651.078 وحدة نقدية.

المطلوب:

أوجد معدل الفائدة المطبق؟

الحل:

$A'_0 = 36651.078$ وحدة نقدية

$a = 4946$ وحدة نقدية

$n = 7$ دفعات

$$\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i} = \frac{A'_0}{a} - 1 \Rightarrow \frac{1-(1+i)^{-(7-1)}}{i} = \frac{36651.078}{4946} - 1 = 6.41024626$$

نبحث عن المقدار 6.41024626 في الجدول المالي رقم 4 عند السطر الذي يقابل 6 دفعات ونجد تلك القيمة عند العمود الذي يقابل معدل فائدة 2.25% إذا:

$$\boxed{i = 2.25\%}$$

الحالة الثانية: عدم وجود قيمة الطرف الأيمن في الجدول المالي: إذا بحثا في الجدول المالي رقم 4 عن قيمة الطرف الأيمن عند السطر الذي يقابل المدة المعلومة ولم نجده فإننا في هذه الحالة نجد المعدل بطريقة التناسب كما يلي:

– نحدد القيمتين في الجدول المالي رقم 4 التي يقع بينهما القيمة $\frac{A'_0}{a} - 1$ عند السطر التي تقع فيه المدة المعلومة، ونرمز للقيمة الكبرى بـ x_1 ومعدل الفائدة المقابل بـ i_2 ونرمز للقيمة الصغرى بـ x_2 ومعدل الفائدة المقابل بـ i_1.

ويتم إيجاد معدل الفائدة بالتناسب كما يلي:

$$\boxed{i = i_1 - \frac{\left(\left(\frac{A'_0}{a} - 1\right) - x_2\right)(i_1 - i_2)}{(x_1 - x_2)}}$$

مثال 2-37:

سلسلة دفعات متساوية عددها 9 وقيمة كل واحدة منها 5200 وحدة نقدية، الأولى تُدفع في بداية الفترة، كانت قيمتها الحالية 39220.59 وحدة نقدية.

المطلوب:

أوجد معدل الفائدة المطبق؟

الحل:

$A'_0 = 39220.59$ وحدة نقدية

$a = 5200$ وحدة نقدية

$n = 9$ دفعات

$$\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i} = \frac{A'_0}{a} - 1 \Rightarrow \frac{1-(1+i)^{-(9-1)}}{i} = \frac{39220.59}{5200} - 1 = 6.542421154$$

بالبحث عن المقدار 6.542421154 في الجدول المالي رقم 4 عند السطر الذي يقابل 8 دفعات فإننا لا نجده وبالتالي يتم إيجاد معدل الفائدة كما يلي:

المقدار 6.542421154 محصور بين $x_1=6.595886067$ والذي يقابله $i_2=4.5\%$ و $x_2=6.52903633$ والذي يقابله $i_1=3.75\%$، ومنه:

$$i = i_1 - \frac{\left(\left(\frac{A'_0}{a} - 1\right) - x_2\right)(i_1 - i_2)}{(x_1 - x_2)} \Rightarrow i = 0.0475 - \frac{(6{,}542421154 - 6.52903633)(0.0475 - 0.045)}{(6.595886067 - 6.52903633)}$$

$$i = 0.0475 + 0.000500556 = 0.04699944 \approx 0.047$$

$$\boldsymbol{i = 4.7\%}$$

- **تحديد مدة أو عدد الدفعات :**

إنطلاقاً من قانون القيمة الحالية لدفعات بداية المدة:

$$A'_0 = a\left[1 + \frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}\right] \Rightarrow \frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i} = \frac{A'_0}{a} - 1$$

ثم نبحث عن قيمة الطرف الأيمن من المعادلة في الجدول المالي رقم 4 وهنا نكون أمام حالتين:

الحالة الأولى: وجود قيمة الطرف الأيمن في الجدول المالي: نبحث عن قيمة الطرف الأيمن في العمود الذي يقابل معدل الفائدة المعلوم، والمدة أو عدد الدفعات المبحوث عنها هي التي تقابل السطر الذي تقع فيه القيمة.

مثال 2−38:

سلسلة دفعات متساوية قيمة كل منها 10057 وحدة نقدية، الأولى تُدفع في بداية الفترة، كانت قيمتها الحالية 56904,02 وحدة نقدية. معدل الفائدة 7.75%.

المطلوب:

أوجد عدد الدفعات؟

الحل:

$A'_0 = 56904,02$ وحدة نقدية

$a = 10057$ وحدة نقدية

$i = 7.75\%$

$$\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i} = \frac{A'_0}{a} - 1 \Rightarrow \frac{1-(1+0.0775)^{-(n-1)}}{0.0775} = \frac{56904.02}{10057} - 1 = 4.65815054$$

نبحث عن المقدار 4,65815054 في الجدول المالي رقم 4 عند العمود الذي يقابل معدل فائدة 7.75% ونجد تلك القيمة في السطر الذي يقابل 6 دفعات. ومنه:

$$n - 1 = 6 \Rightarrow n = 6 + 1 = \mathbf{7} \text{ دفعات}$$

الحالة الثانية: عدم وجود قيمة الطرف الأيمن في الجدول المالي: كما في البحث عن i فقد لا يوجد n أيضاً في الجدول المالي أو لا يكون عدداً كاملاً، هنا لا يُمكن أن توجد n بهذه الوضعية مادام n هي عدد السنوات أو الدفعات، وبالتالي عند مصادفة هذه الحالة فإننا نقوم بما يلي:

نبحث في الجدول المالي رقم 4 عن القيمتين اللتين تحصران القيمة $\frac{A'_0}{a} - 1$ في العمود الذي يقابل معدل الفائدة المعلوم ونحدد عدد السنوات أو الدفعات التي تقابل تلك القيمتين. ونرمز للمدة الكبرى بـ n_1 والمدة الصغرى بـ n_2. ومن تم يُمكن الأخذ بأحد الحلين التاليين:

1− إعادة حساب قيمة الدفعة في حالة المدة أو عدد الدفعات تساوي n_1.

2− إعادة حساب قيمة الدفعة في حالة المدة أو عدد الدفعات تساوي n_2.

<u>مثال 2−39:</u>

سلسلة دفعات متساوية قيمة كل منها 6340 وحدة نقدية، الأولى تُدفع في بداية الفترة، كانت قيمتها الحالية 45639.8 وحدة نقدية. معدل فائدة 3.5%

<u>المطلوب:</u>

أوجد عدد الدفعات؟

<u>الحل:</u>

$A'_0 = 45639.8$ وحدة نقدية

$a = 6340$ وحدة نقدية

$i = 3.5\%$

$$\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i} = \frac{A'_0}{a} - 1 \Rightarrow \frac{1-(1+0.035)^{-(n-1)}}{0.035} = \frac{45639.8}{6340} - 1 = 6.198706625$$

بالبحث في الجدول المالي رقم 4 نجد أن هذا المقدار محصور بين $n_2-1=7$ و $n_1-1=8$، أي أنه محصور بين $n_2=8$ و $n_1=9$. ويُمكن الأخذ بأحد الحلين التاليين:

<u>الحل الأول: إعادة حساب قيمة الدفعة مع n=9</u>

$$a = \frac{A'_0}{1+\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}} = \frac{45639.8}{1+\frac{1-(1+0.035)^{-(9-1)}}{0.035}} = \frac{45639.8}{1+6.873955537}$$

$\boldsymbol{a = 5796,3}$ وحدة نقدية

<u>الحل الثاني: إعادة حساب قيمة الدفعة مع n=8</u>

$$a = \frac{A'_0}{1+\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}} = \frac{45639.8}{1+\frac{1-(1+0.035)^{-(8-1)}}{0.035}} = \frac{45639.8}{1+6.11454398}$$

$\boldsymbol{a = 6415}$ وحدة نقدية

تمارين مقترحة:

التمرين رقم 01:

تم توظيف مبلغ من المال قدره 6000 وحدة نقدية بمعدل فائدة مركب 4% لمدة 3 سنوات و7 أشهر.

المطلــوب: اوجد الجملة المركبة بكل من:

- الطريقة الرياضية؛
- الطريقة البنكية.

التمرين رقم 02:

أودع أحد الأشخاص لدى أحد البنوك مبلغ من المال قدره 300000 وحدة نقدية، جزء منه لمدة 7 سنوات والباقي لمدة 10 سنوات وذلك بمعدل فائدة مركب 4%. فإذا علمت أن حاصل قسمة جملة المبلغ الأول على جملة المبلغ الثاني تساوي حاصل قسمة $\frac{5}{3}$.

المطلــوب: أوجد كل من أصل المبلغ الأول والمبلغ الثاني بطريقة الجداول المالية؟

التمرين رقم 03:

يُودع أحد الأشخاص في كل نهاية سنة ولمدة 6 سنوات مبلغ من المال قدره 6000 وحدة نقدية ليتحصل بعد نهاية المدة على جملة قدرها 37801.427 وحدة نقدية.

المطلــوب: أوجد معدل الفائدة؟

التمرين رقم 04:

تعاقد أحد المدينين مع بنكه على تسديد قرض بـ 9 دفعات متساوية في نهاية كل سنة، قيمة الدفعة الواحدة 5055 وحدة نقدية. وبعد ذلك إقترح المدين لتسديد دينه بدفع 4 دفعات متساوية في آخر كل سنة، مع العلم أن معدل الفائدة هو 4.5%.

المطلــوب: أحسب مبلغ الدفعة الجديدة؟

التمرين رقم 05:

إشترى أحد الأشخاص مبنى بقيمة 306234.8 وحدة نقدية واتفق على تسديد 15% عند تاريخ الشراء والمبلغ الباقي يُسدده عن طريق7 دفعات متساوية، قيمة الدفعة 51286 وحدة نقدية، الأولى تُدفع بعد سنة من تاريخ الشراء.

المطلــوب: أوجد معدل الفائدة المطبق؟

التمرين رقم 06:

كون أحد الأشخاص رأس المال قدره 49025.97 وحدة نقدية بدفعات متساوية، مبلغ الدفعة الواحدة 7169 وحدة نقدية، تُدفع كل واحدة عند بداية كل سنة. معدل الفائدة السنوي 3.75%.

المطلوب: أوجد عدد الدفعات التي سمحت بتكوين رأس المال؟

الفصل الثالث:

تكافؤ المعدلات ورؤوس الأموال

I. المعدلات المتناسبة والمعدلات المتكافئة:

عادة ما يتم إستخدام معدلات الفائدة سنوياً، أي أن هذه المعدلات تُطبق مرة واحدة في السنة على المبلغ في كل نهاية سنة. إلا أن هناك تطبيق لمعدل الفائدة على أجزاء من السنة (شهر، ثلاثي، سداسي،...إلخ)، وفي هذه الحالة فإن المدة n لا تُصبح بالسنوات بل بعدد الفترات الجزئية من السنة، وبعبارة أخرى، عدد مرات تطبيق معدل الفائدة في السنة. وحتى في هذه الحالة يُمكن إستخدام الجداول المالية حيث يتم إعتبار n في الجداول المالية عبارة عن عدد مرات تطبيق معدل الفائدة المركبة. وفي حالة تطبيق معدلات فائدة غير سنوية أوجزئية من السنة يُمكن أن نتحدث عن معدلات متناسبة ومعدلات مكافئة.

1- المعدلات المتناسبة:

المعدل المتناسب لمعدل سنوي معين i هو المعدل الذي يُطبق في p جزء من السنة بحيث يحدد هذا المعدل i_p حسب العلاقة :

$$i_p = \frac{i}{p}$$

فمعدل 8% السنوي= المعدل السداسي المتناسب $i_p = \frac{i}{p} \Rightarrow i_2 = \frac{8\%}{2} = 4\%$

= المعدل الثلاثي المتناسب $i_p = \frac{i}{p} \Rightarrow i_4 = \frac{8\%}{4} = 2\%$

= المعدل الشهري المتناسب $i_p = \frac{i}{p} \Rightarrow i_{12} = \frac{8\%}{12} = 0.67\%$

ولا تتساوى الفائدة المركبة في نهاية المدة عند إستعمال معدل الفائدة المركب السنوية ومعدل الفائدة المركب المتناسب. فإذا كان i هو المعدل السنوي و $\frac{i}{4}$ هو المعدل الثلاثي المتناسب له، فإن الفائدة المركبة لكل منهما هي على التوالي:

$$I_1 = C[(1+i)-1]$$

$$I_2 = C\left[\left(1+\frac{i}{4}\right)^4 - 1\right]$$

والمحدد لكل من I_1 و I_2 هما قيمتا كل من $(1+i)$ و $\left(1+\frac{i}{4}\right)^4$ على التوالي وهما غير متساويتين.

<u>مثال 3-1:</u>

أودع أحد الأشخاص مبلغ من المال لدى أحد البنوك قدره 2200 وحدة نقدية بمعدل فائدة مركب سنوي 8% لمدة 5 سنوات.

<u>المطلوب:</u>

أحسب الفائدة المركبة باستخدام معدل الفائدة السنوي ثم المعدل الثلاثي (كل ثلاثة أشهر) المتناسب وماذا تلاحظ؟

<u>الحل:</u>

<u>حساب الفائدة المركبة باستخدام معدل الفائدة السنوي:</u>

$$I = C[(1+i)^n - 1] \Rightarrow I = 2200[(1+0.08)^5 - 1] = 2200(1.469328077 - 1)$$

$$I = 2200(0.469328077) = \mathbf{1032.52}$$ وحدة نقدية

<u>حساب الفائدة المركبة باستخدام المعدل الثلاثي المتناسب:</u>

المعدل السنوي 8%= المعدل الثلاثي المتناسب $i_p = \frac{i}{p} \Rightarrow i_4 = \frac{8\%}{4} = 2\%$

$$I = C\left[\left(1+i_p\right)^{p\times n} - 1\right] = C[(1+i_4)^{4\times 5} - 1] = 2200[(1+0.02)^{20} - 1]$$

$$= 2200(1.485947396 - 1) = 2200(0.485947396) = \mathbf{1069.08}$$ وحدة نقدية

ونلاحظ أن الفائدة المركبة بتطبيق معدل الفائدة المركب السنوي والفائدة المركبة بتطبيق معدل الفائدة الثلاثي المتناسب غير متساويين حيث أن قيمة الثانية أكبر من قيمة الأولى.

<u>2- المعدلات المتكافئة:</u>

هي المعدلات التي تؤدي إلى نفس الجملة لنفس المدة، فالمعدل السنوي المكافئ لمعدل ثلاثي معين يعطي نفس الجملة لمدة سنة مثلا. فإذا كان المبلغ C مستثمرا لمدة سنة بمعدل سنوي i يصبح في نهاية السنة:

$$C_n = C(1+i)$$

وهذا المبلغ C يُستثمر لنفس المدة بمعدل جزئي i_p بحيث يُطبق p مرة في السنة تكون جملته:

$$C'_n = C(1+i_p)^p$$

وحتى يكون المعدلان متكافئين يجب تساوي الجملتين:

$$C_n = C'_n \Rightarrow C(1+i) = C\left(1+i_p\right)^p \Rightarrow i = \left(1+i_p\right)^p - 1 \Rightarrow i_p = \sqrt[p]{(1+i)} - 1$$

$$i_p = (1+i)^{\frac{1}{p}} - 1$$

مثال 3-2:

أحسب معدل الفائدة المركب لكل 4 أشهر المكافئ لمعدل فائدة سنوي مركب يساوي 9.75%.

الحل:

المعدل المطبق كل 4 أشهر يؤدي إلى أن عدد المرات المطبق فيها هو 3 مرات. ومنه:

$$i_p=(1+i)^{\frac{1}{p}}-1 \Rightarrow i_3=(1+0.0975)^{\frac{1}{3}}-1 \Rightarrow \boxed{i_3=3.15\%}$$

II. تكافؤ رؤوس الأموال:

قد تُجبر الظروف المالية والإقتصادية الأشخاص والشركات على إعادة النظر في الديون القصيرة والطويلة الأجل التي في ذمتهم. فقد يظطر هؤلاء إلى طلب تأجيل سداد تلك الديون إلى فترات أبعد من موعد إستحقاقها الأصلي. وفي هذه الحالة، قد يتم إستبدال دين واحد بدين آخر جديد أو دين بمجموعة من الديون، أو مجموعة من الديون بدين واحد جديد أو مجموعة من الديون بمجموعة أخرى من الديون. وتخضع هذه العملية إلى مبدأ التكافؤ.

1- مفهوم تكافؤ رؤوس الأموال:

يتكافأ رأسمالان أحدهما مقابل الآخر، أو أحد مقابل عدد آخر، إذا تساوت القيمة الحالية للطرفين المتقابلين عند تاريخ معين يُسمى بتاريخ التكافؤ.

2- تكافؤ رؤوس الأموال أو الديون قصيرة الأجل:

يعتمد إستبدال الديون أو السندات على مبدأ تكافئهما عند تاريخ الإستبدال (تاريخ التكافؤ). فالمدين الذي يعجز عن سداد ديونه التي يُعرف مواعيد إستحقاقها، فبإمكانه أن يستبدلها بديون أخرى تُستحق بعد فترة أطول شرط أن تكون لها نفس القيمة الحالية للديون القديمة بتاريخ الإستبدال أو تاريخ التكافؤ.

2-1- قانون التكافؤ:

ما دام المبدأ الأساسي للتكافؤ هو تساوي القيم الحالية، إذا:

القيمة الحالية للسند أو الدين الجديدة = القيمة الحالية للسند أو الدين القديم

لنفترض أن:

V_{a1} : القيمة الحالية للدين أو السند القديم؛

V_{a2} : القيمة الحالية للدين أو السند الجديد.

ومنه فإن الدينين أو السندين متكافئتين إذا تساوت قيمتهما الحالية، أي:

$$V_{a_2}=V_{a_1}$$

ويتم في عملية التكافؤ إستخدام الخصم التجاري أو الخصم الصحيح وسوف نقتصر هنا فقط على إستخدام الخصم التجاري. ومنه:

$$V_{a_2} = V_{a_1} \Rightarrow V_{n_2} - \left(V_{n_2} \times i \times n_2\right) = V_{n_1} - \left(V_{n_1} \times i \times n_1\right)$$

حيث:

V_{n1}: القيمة الإسمية للسند القديم؛

V_{n2}: القيمة الإسمية للسند الجديد؛

n_1: المدة الفاصلة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ إستحقاق السند القديم؛

n_2: المدة الفاصلة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ إستحقاق السند الجديد؛

i: معدل الخصم (والذي يجب أن يكون نفسه للسندات القديمة والسندات الجديدة).

مثال 3-3:

كمبيالة مسحوبة بتاريخ 2 ماي بقيمة 10000 وحدة نقدية تستحق الدفع بتاريخ 31 جويلية. وفي 21 جويلية إتفق المدين والدائن على تأجيل الإستحقاق إلى 20 أوت. معدل الخصم هو 6%.

المطلوب:

ما هي القيمة الإسمية للورقة الجديدة؟

الحل:

$V_{n1} = 10000$ وحدة نقدية

$i = 6\%$

تاريخ التكافؤ هو 21 جويلية (التاريخ الذي أُتفق فيه على تأجيل الإستحقاق)

المدة الباقية لإستحقاق الورقة الأصلية من 21 جويلية حتى 31 جويلية = 10 أيام، ومنه : $n_1 = \frac{10}{360}$

المدة الباقية لإستحقاق الورقة الجديدة من 21 جويلية حتى 20 أوت = 30 يوماً، ومنه: $n_2 = \frac{30}{360}$

$$V_{a2} = V_{a1} \Longrightarrow V_{n2} - (V_{n2} \times i \times n_2) = V_{n1} - (V_{n1} \times i \times n_1)$$

$$V_{n2} - \left(V_{n2} \times \frac{6}{100} \times \frac{30}{360}\right) = 10000 - \left(10000 \times \frac{6}{100} \times \frac{10}{360}\right) \Rightarrow \boldsymbol{V_{n2} = 10033.50}$$ وحدة نقدية

2-2- تكافؤ عدة رؤوس أموال أو ديون:

وبنفس مبدأ تكافؤ سندين أو دينين، فيُمكن أن يتكافئ عدد من الديون أو السندات مع عدد آخر مع تساوي دائماً القيم الحالية للطرفين عند تاريخ التكافؤ.

مثال 3-4:

نريد إستبدال ورقتين تجاريتين أدناه بورقة تجارية تُستحق بعد 72 يوماً. معدل الخصم 5%.

- الورقة الأصلية الأولى قيمتها الإسمية 4000 وحدة نقدية تُستحق بعد 36 يوماً.
- الورقة الأصلية الثانية قيمتها الإسمية 5500 وحدة نقدية تُستحق بعد 54 يوماً.

المطلوب:

ماهي قيمة الورقة التجارية الجديدة؟

الحل:

$V_{n1} = 4000$ وحدة نقدية , $V_{n2} = 5500$ وحدة نقدية

$n_1 = \frac{36}{360}, n_2 = \frac{54}{360}, n_3 = \frac{72}{360}$

$i = 5\%$

$$V_{a3} = V_{a1} + V_{a2} \Longrightarrow V_{n3} - (V_{n3} \times i \times n_3) = \left(V_{n1} - (V_{n1} \times i \times n_1)\right) + \left(V_{n2} - (V_{n2} \times i \times n_2)\right)$$

$$V_{n3} - \left(V_{n3} \times \frac{5}{100} \times \frac{72}{360}\right) = \left(4000 - \left(4000 \times \frac{5}{100} \times \frac{36}{360}\right)\right) + \left(5500 - \left(5500 \times \frac{5}{100} \times \frac{54}{360}\right)\right)$$

$$0.99V_{n3} = 3980 + 5458.75 \Rightarrow \boldsymbol{V_{n3} = 9534.1}$$ وحدة نقدية

2-3- إستخدام قانون التكافؤ:

بتطبيق قانون تكافؤ رؤوس الأموال أو الديون يُمكن تحديد أي عنصر مجهول فيها مع ضرورة معلومية باقي العناصر.

مثال 3-5:

قمنا باستبدال ورقة تجارية قيمتها 9000 وحدة نقدية بقي على مدة إستحقاقها 33 يوماً بورقة جديدة قيمتها الإسمية 9047 وحدة نقدية مع العلم أن معدل الخصم هو 6%.

المطلوب:

ماهي المدة الباقية لإستحقاق الورقة التجارية الجديدة ؟

الحل:

$V_{n1} = 9000$ وحدة نقدية , $V_{n2} = 9047$ وحدة نقدية

$n_1 = \frac{33}{360}$

$i = 6\%$

$$V_{a2} = V_{a1} \Longrightarrow V_{n2} - (V_{n2} \times i \times n_2) = V_{n1} - (V_{n1} \times i \times n_1)$$

$$9047 - \left(9047 \times \frac{6}{100} \times \frac{j}{360}\right) = 9000 - \left(9000 \times \frac{6}{100} \times \frac{33}{360}\right) \Longrightarrow j = 63.999 \approx$$ **64 يوماً**

2-4- مدة الإستحقاق المتوسطة:

يتم تحديد مدة إستحقاق متوسطة لورقة تجارية عندما تكون قيمتها الإسمية تساوي مجموع القيم الإسمية للأوراق المستبدلة.

لنفترض أنه لدينا ثلاثة أوراق تجارية V_{n1} ، V_{n2} نريد إستبدالهما بورقة تجارية واحدة قيمتها الإسمية تساوي مجموع القيمتين الإسميتين للورقتين التجاريتين الأصليتين، أي: $V_{n3}=V_{n1}+V_{n2}$

$$A_{a_3} = A_{a_1} + A_{a_2}$$

$$V_{a_3} = V_{a_1} + V_{a_2} \Rightarrow V_{n_3} - \left(V_{n_3} \times i \times n_3\right) = V_{n_1} - \left(V_{n_1} \times i \times n_1\right) + V_{n_2} - \left(V_{n_2} \times i \times n_2\right)$$

$$V_{n_3} - \left(V_{n_3} \times i \times n_3\right) = \left(V_{n_1} + V_{n_2}\right) - \left(V_{n_1} \times i \times n_1 + V_{n_2} \times i \times n_2\right)$$

وبما أن: $A_{n_3} = A_{n_1} + A_{n_2}$ ومن خلال تعويضها في المعادلة السابقة والقيام بالعمليات اللازمة نجد:

$$n_3 = \frac{V_{n_1} \times n_1 + V_{n_2} \times n_2}{V_3}$$

ونستنتج من هذه العلاقة أن مدة الإستحقاق المتوسطة تساوي حاصل قسمة مجموع القيم الإسمية للأوراق التجارية القديمة مهما كان عددها مضروبة في مددها على القيمة الإسمية للورقة التجارية الجديدة والتي تساوي مجموع القيم الإسمية للأوراق التجارية القديمة. ومما يُلاحظ هنا أننا لا نستخدم معدل الخصم في حساب مدة الإستحقاق المتوسطة.

مثال 3-6:

ثلاثة سندات قيمهم الإسمية 3860 وحدة نقدية، 7200 وحدة نقدية و4300 وحدة نقدية على التوالي تُستحق بعد 25 يوماً، 40 يوماً و50 يوماً على التوالي، نريد إستبدلهما بسند وحيد قيمته الإسمية تساوي مجموع القيم الإسمية للسندين الأصليين.

المطلوب:

حدد مدة الإستحقاق المتوسطة؟

الحل:

$V_{n1} = 3860$ وحدة نقدية, $V_{n2} = 7200$ وحدة نقدية, $V_{n3} = 4300$ وحدة نقدية

$$n_1 = \frac{27}{360}, n_2 = \frac{45}{360}, n_3 = \frac{54}{360}$$

$$n_4 = \frac{V_{n_1} \times n_1 + V_{n_2} \times n_2 + V_{n_3} \times n_3}{V_4}$$

$$n_4 = \frac{3860 \times \frac{25}{360} + 7200 \times \frac{40}{360} + 4300 \times \frac{50}{360}}{15000} = \frac{1834,5}{15360} = 0.119433594$$

مدة الإستحقاق المتوسطة = 0.119433594 x 360 = **43 يوماً**.

ويتم إيجاد تاريخ الإستحقاق المتوسط بإضافة مدة الإستحقاق المتوسطة إلى تاريخ التكافؤ.

3- تكافؤ رووؤوس الأموال أو الديون الطويلة الأجل:

3-1- قانون التكافؤ:

كما في حالة تكافؤ رؤوس الأموال أو الديون قصيرة الأجل، فإن مبدأ تكافؤ رؤوس الأموال أو الديون الطويلة الأجل هو تساوي القيم الحالية للطرفين، إلا أن الفرق هنا أننا نستخدم الفائدة المركبة كما يلي:

القيمة الحالية للدين الجديد = القيمة الحالية للدين القديم

أي

$$A'_{a_2} = A'_{a_1} \Rightarrow A'_{n_2}(1+i)^{-n_2} = A'_{n_1}(1+i)^{-n_1}$$

حيث:

A'_{a1}: القيمة الحالية للدين القديم،

A'_{a2}: القيمة الحالية للدين الجديد،

A'_{n1}: القيمة الإسمية للدين القديم،

A'_{n2}: القيمة الإسمية للدين الجديد،

i: معدل الفائدة المركب،

n_1: مدة إستحقاق الدين القديم،

n_2: مدة إستحقاق الدين الجديد.

مثال 3-7:

شخص مدين بمبلغ 20000 وحدة نقدية يُستحق بعد سنتين، إتفق مع دائنه على إستبدال هذا الدين بدين جديد يُستحق بعد 4 سنوات. معدل الفائدة المركب المطبق هو 6%.

المطلوب:

ماهي قيمة الدين الجديد؟

الحل:

$A'_{n_1} = 20000$ وحدة نقدية

$n_1 = 2$ سنة $, n_2 = 4$ سنوات

$i = 6\%$

$$A'_{a_2} = A'_{a_1} \Rightarrow A'_{n_2}(1+i)^{-n_2} = A'_{n_1}(1+i)^{-n_1} \Rightarrow A'_{n_2}(1+0.06)^{-4} = 20000(1+0.06)^{-2}$$

$$A'_{n_2}(0.792093663) = 20000(0.88999644) \Rightarrow A'_{n_2} = \frac{17799,93}{0.792093663} = \mathbf{22472}$$ وحدة نقدية

3-2- تكافؤ عدة رؤوس أموال أو ديون:

يُمكن إستبدال عدد من الديون بعدد آخر حسب نفس مبدأ إستبدال دين بدين آخر، أي تساوي القيم الحالية للطرفين.

مثال 3-8:

تاجر مدين بالديون التالية:

- سند قيمته الإسمية 10000 وحدة نقدية يُستحق الدفع بعد سنتين.
- سند قيمته الإسمية 25000 وحدة نقدية يُستحق الدفع بعد 3 سنوات.
- سند قيمته الإسمية 30000 وحدة نقدية يُستحق الدفع بعد 5 سنوات.

إتفق مع دائنه على إستبدال هذه السندات بأن يُحرر له سند واحد جديد يُستحق بعد 7 سنوات.

معدل الفائدة المركبة 4%.

المطلوب:

ماهي قيمة السند الجديد؟

الحل:

$A'_{n_1} = 10000$ وحدة نقدية , $A'_{n_2} = 25000$ وحدة نقدية , $A'_{n_3} = 30000$ وحدة نقدية

$n_1 = 2$ سنة , $n_2 = 3$ سنوات , $n_3 = 5$ سنوات , $n_4 = 7$ سنوات

$i = 6\%$

$$A'_{a_4} = A'_{a_1} + A'_{a_2} + A'_{a_3}$$

$$A'_{n_4}(1+i)^{-n_4} = A'_{n_1}(1+i)^{-n_1} + A'_{n_2}(1+i)^{-n_2} + A'_{n_3}(1+i)^{-n_3}$$

$$A'_{n_4}(1+0{,}04)^{-7} = 10000(1+0{,}04)^{-2} + 25000(1+0{,}04)^{-3} + 30000(1+0{,}04)^{-5}$$

$$A_4(0.759917813) = 10000(0.924556213) + 25000(0.888996359) + 30000(0.821927107)$$

$$A'_{n_4} = \frac{56128{,}28432}{0.759917813} = \mathbf{73861} \text{ وحدة نقدية}$$

3-3- إستخدام قانون التكافؤ:

باستخدام علاقة تكافؤ الديون الطويلة الأجل، يُمكن إيجاد أي عنصر مجهول مع ضرورة معلومية باقي العناصر.

مثال 3-9:

نريد إستبدال دين قيمته تساوي 5000 وحدة نقدية يُستحق بعد 3 سنوات بدينين، الأول قيمته 2100 وحدة نقدية يُستحق بعد سنتين والثاني قيمته 3019. معدل الفائدة المطبق هو 2.25%.

المطلوب:

ماهي مدة إستحقاق الدين الثاني الجديد؟

الحل:

$A'_{n_1} = 5000$ وحدة نقدية , $A'_{n_2} = 2100$ وحدة نقدية , $A'_{n_3} = 3049$ وحدة نقدية

$n_1 = 3$ سنوات , $n_2 = 2$ سنة

$i = 2.25\%$

$$A'_{a_2} + A'_{a_3} = A'_{a_1}$$

$$A'_{n_2}(1+i)^{-n_2} + A'_{n_3}(1+i)^{-n_3} = A'_{n_1}(1+i)^{-n_1}$$

$$2100(1+0.0225)^{-2} + 3049(1+0.0225)^{-n_3} = 5000(1+0.0225)^{-3}$$

$$2100(0.956474435) + 3049(1.0225)^{-n_3} + 5000(0.935427321)$$

$$(1.0225)^{-n_4} = \frac{2668,54}{3049} = 0.8752181 \Rightarrow (1.0225)^{n_4} = \frac{1}{0.8752181} = 1.14257235$$

وباستخدام الطريقة اللوغاريتمية يُمكن إيجاد n_4 كما يلي:

$$\log((1.025)^{n_4}) = \log(1.14257235) \Rightarrow n_4 = \frac{\log(1.14257235)}{\log(1.0225)} = 5.99004585$$

ومنه فإن مدة إستحقاق الدين الثاني الجديد هي بالتقريب **6 سنوات.**

3-4- تاريخ الإستحقاق المتوسط:

تاريخ الإستحقاق المتوسط يتحقق بحساب تاريخ لمجموع القيم الإسمية لمختلف الديون باعتبارها كقيمة إسمية لورقة أو دين.

على إفتراض أنه لدينا ثلاثة ديون قديمة نريد إستبدالها بدين واحد جديد:

$$A'_{a_4} = A'_{a_1} + A'_{a_2} + A'_{a_3}$$

$$A'_{n_4}(1+i)^{-n_4} = A'_{n_1}(1+i)^{-n_1} + A'_{n_2}(1+i)^{-n_2} + A'_{n_3}(1+i)^{-n_3}$$

وبما أن القيمة الإسمية للدين الجديد تساوي مجموع القيم الإسمية للديون القديمة، فإن:

$$(A'_{n_1} + A'_{n_2} + A'_{n_3})(1+i)^{-n4} = A'_{n_1}(1+i)^{-n1} + A'_{n_2}(1+i)^{-n2} + A'_{n_3}(1+i)^{-n3}$$

$$(1+i)^{-n4} = \frac{A'_{n_1}(1+i)^{-n1} + A'_{n_2}(1+i)^{-n2} + A'_{n_3}(1+i)^{-n3}}{\left(A'_{n_1} + A'_{n_2} + A'_{n_3}\right)}$$

وهذا هو قانون تاريخ الإستحقاق المتوسط، أي أن:

$$\text{تاريخ الإستحقاق المتوسط} = \frac{\text{مجموع القيم الحالية للديون القديمة}}{\text{مجموع القيم الإسمية للديون القديمة}}$$

وبالتالي فإن n_4 هي مدة الإستحقاق المتوسطة. ويتم إيجادها سواء بطريقة الجداول المالية أو الطريقة اللوغاريتمية كما تناولناه عند تطرقنا إلى الفائدة المركبة.

مثال 3-10:

- سند قيمته الإسمية 5000 وحدة نقدية يُستحق الدفع بعد سنتين.
- سند قيمته الإسمية 6700 وحدة نقدية يُستحق الدفع بعد 4 سنوات.

وإتفق المدين مع دائنه على إستبدال هذه السندات بسند واحد قيمته الإسمية تساوي مجموع القيم الإسمية للسندين القديمين. معدل الفائدة المركب 2.5%.

المطلوب:

ماهي مدة الإستحقاق المتوسطة؟

الحل:

$A'_{n_1} = 5000$ وحدة نقدية , $A'_{n_2} = 6700$ وحدة نقدية

$n_1 = 2$ سنة , $n_2 = 4$ سنوات

$i = 2.5\%$

$$(1+i)^{-n_4} = \frac{A'_{n_1}(1+i)^{-n_1} + A'_{n_2}(1+i)^{-n_2}}{\left(A'_{n_1} + A'_{n_2}\right)}$$

$$(1+0.025)^{-n_4} = \frac{5000(1+0.025)^{-2} + 6700(1+0.025)^{-4}}{(5000+6700)} = \frac{5000(0.951814396) + 6700(0.905950645)}{11400}$$

$$(1.025)^{-n_4} = \frac{10828,94}{11700} = 0.92555043 \Rightarrow (1.025)^{n_4} = \frac{1}{0.92555043} = 1.08043816$$

وباستخدام الطريقة اللوغاريتمية يُمكن إيجاد n_4 كما يلي:

$$\log((1.025)^{n_4}) = \log(1.08043816) \Rightarrow n_4 = \frac{\log(1.08043816)}{\log(1.025)} = 3.1331902$$

ومنه فإن مدة الإستحقاق المتوسطة هي: 3 سنوات و (360x0.1331902)=**48 يوماً**.

تمارين مقترحة:

التمرين رقم 01:

أودع أحد الأشخاص مبلغ من المال لدى أحد البنوك قدره 5000 وحدة نقدية بمعدل فائدة مركب سنوي 9% لمدة 3 سنوات.

المطلوب: أحسب الفائدة المركبة باستخدام معدل الفائدة السنوي ثم المعدل السداسي المتناسب؟

التمرين رقم 02:

أحسب معدل الفائدة المركب لكل شهرين المكافئ لمعدل فائدة سنوي مركب يساوي 8.25%.

التمرين رقم 03:

إشترى إحد العملاء بتاريخ 2009/03/01 سلعا من إحدى المؤسسات وسحب مقابلها ورقتين تجاريتين: الأولى قيمتها 5580 وحدة نقدية تُستحق بتاريخ 2009/07/06 والثانية قيمتها 3560 وحدة نقدية تُستحق بتاريخ 2009/08/19. ونظراً لعجز التاجر عن التسديد طلب من المؤسسة بتاريخ 2009/05/30 تأجيل الدفع من خلال تبديل الورقتين التجاريتين بثلاثة أوراق تجارية كما يلي:

الورقة الأولى قيمتها 4050 وحدة نقدية تُستحق بتاريخ 2009/09/05؛

الورقة الثانية قيمتها 2520 وحدة نقدية تُستحق بتاريخ 2009/09/10؛

الورقة الثالثة تُستحق بتاريخ 2009/10/01.

معدل الخصم 7%.

المطلوب: أحسب القيمة الإسمية للورقة الثالثة الجديدة؟

التمرين رقم 04:

سحب أحد العملاء ورقتين تجاريتين نظير شراءه بضائع من إحدى المؤسسات. قيمة الورقة الأولى 3000 وحدة نقدية تُستحق الدفع بتاريخ 2009/06/02 والثانية قيمتها 2000 وحدة نقدية تُستحق الدفع بتاريخ 2009/06/29. إلا أن عجز العميل على التسديد في موعد الإستحقاق جعله يتفق مع المؤسسة بتاريخ 2009/04/15 على تبديل الورقتين التجاريتين بورقة واحدة قيمتها 5087 وحدة نقدية.

معدل الخصم 6%.

المطلوب: ما هو تاريخ إستحقاق الورقة التجارية الجديدة؟

التمرين رقم 05:

إتفق مدين مع دائنه على إستبدال سندين بسند واحد قيمته الإسمية تساوي مجموع القيم الإسمية للسندين، السند الأول قيمته الإسمية 5920 وحدة نقدية يُستحق الدفع بعد 3 سنوات والسند الثاني قيمته الإسمية 6200 وحدة نقدية يُستحق الدفع بعد 5 سنوات. معدل الفائدة المركب 4.75%.

المطلوب: ماهي مدة الإستحقاق المتوسطة؟

الفصل الرابع:

معايير إختيار الإستثمارات

<u>1- تعريف الإستثمار:</u>

يُمكن تعريف الإستثمار بأنه "التضحية بمنفعة حالية يمكن تحقيقها من إشباع إستهلاك حالي وذلك بقصد الحصول على منفعة مستقبلية أكبر يمكن تحقيقها من إشباع إستهلاك مستقبلي."

<u>2- المبادئ التي يقوم عليها قرار الإستثمار:</u>

هناك مجموعة من المبادئ العامة التي يجب على المستثمر أن يقوم بمراعاتها عندما يريد أن يتخذ قراراً إستثمارياً باختيار أحد البدائل المتاحة ومن هذه المبادئ ما يلي:

- **مبدأ الإختيار:** إن المستثمر الرشيد يبحث دائما عن فرص إستثمارية متعددة لما لديه من مدخرات ليقوم باختيار المناسب منها بدلاً من توظيفها في أول فرصة تتاح له، كما يفرض هذا المبدأ على المستثمر الذي ليست لديه خبرة في الإستثمار بأن يستخدم الوسطاء الحاليين ممن لديهم خبرة في هذا المجال.
- **مبدأ المقارنة:** أي المفاضلة بين البدائل الإستثمارية المتاحة لإختيار المناسب منها وتتم المقارنة بالإستعانة بالتحليل الفني أو الأساسي لكل بديل ومقارنة نتائج هذا التحليل لاختيار البديل الأفضل من وجهة نظر المستثمر حسب مبدأ الملائمة.
- **مبدأ الملاءمة:** يطبق المستثمر هذا المبدأ عملياً عندما يختار من بين مجالات الإستثمار وأدواته ما يلائم رغباته وميوله التي يحددها دخله وعمره وعمله وكذلك حالته الإجتماعية ويقوم هذا المبدأ على أساس أن لكل مستثمر نمط تفضيل يحدد درجة إهتمامه بالعناصر الأساسية لقرار الإستثمار والتي يكشفها التحليل الفني أو الأساسي وهي:

  أ. معدل العائد على الإستثمار.

  ب. درجة المخاطرة التي يتصف بها ذلك الإستثمار.

  ج. مستوى السيولة التي يتمتع بها كل من المستثمر وأداة الإستثمار.
- **مبدأ التنويع:** حيث يلجأ المستثمر لتوزيع إستثماراته وذلك للحد من المخاطر الإستثمارية وتجنب المخاطر غير النظامية.

<u>3- العوامل المؤثرة في إختيار الإستثمارات:</u>

تؤثر في الدراسة المالية والتجارية عدد من العوامل الأساسية:

- **تكلفة الإستثمار:** وتجمع هذه التكلفة قيمة الحيازة عليه ومختلف مستلزماته والنفقات التي يتطلبها من بداية الحيازة والإستعمال حتى نهاية حياته الإستعمالية.
- **إيرادات الإستثمار:** تشمل مختلف الإيرادات التي يقدمها الإستثمار عند تشغيله لمدة حياته حتى آخرها وما قد يبقيه من قيمة في ذلك التاريخ.
- **مدة حياة الإستثمار:** وهي المدة الزمنية التي يحياها الإستثمار ويكون قابلاً للتشغيل فيها وإعطاء نواتج عن ذلك، وتختلف هذه المدة حسب طبيعة الإستثمارات وطرق إستعمالها.

- **سعر الفائدة المطبق:** في هذه النقطة نلاحظ أن هناك نوعين من هذا السعر، الأول وهو العادي الذي يطبق على القروض المحصل عليها وهو يتوافق مع سعر الفائدة الموجود في السوق المالية وقد يكون محدداً ومسيراً أو يكون طبقا للعرض والطلب على الأموال، أما النوع الثاني وهو المعدل المطبق على إيرادات ونواتج الإستثمار لحساب قيمتها الحالية، وقد يدعى سعر الخصم وقد يختلف عن سعر الفائدة للأموال، إلا أن العادة جرت على عدم التفريق بين النوعين كثيراً.

- **ظروف النشاط للإستثمار:** يعتبر المحيط الإقتصادي من أهم العوامل المؤثرة في نتائج وتكاليف الإستثمارات، ومن جهة أخرى فهذه الظروف تعتبر بنفس المستوى والميزات لكل الإستثمارات التي تكون تحت الدراسة والإختيار، بما في هذه الظروف من عناصر الضرائب أو المزايا التي يتحصل عليها...إلخ.

- **زمن تحديد الإيرادات والأعباء:** يختلف تاريخ تحقيق الإيرادات ودفع الأعباء خلال سنة أو السنوات بين إستثمار وآخر، ولكن تعتبر نهاية السنة هي زمن التحقيق وزمن الدفع في كل الإستثمارات حتى تتساوى في طريقة الحساب.

7- إن الإختيار يكون للإستثمارات التي تحقق نتيجة إيجابية في مدة إستعمالها، أو على الأقل تغطي مختلف تكاليفها بإيراداتها، أما ما يحقق منها نتائج سلبية فهو يخرج من هذا.

4- طرق إختيار الإستثمارات:

يجب أن تمر المشروعات الجديدة بمرحلة التقييم وذلك ليتم إختيار أفضلها. وتتضمن عملية تقييم المشاريع خطوتين:

أ. تقدير العوائد والنفقات عن طريق معرفة التدفقات النقدية: إن عملية التنبؤ بالتدفقات النقدية عملية صعبة لأنها ترتبط بأحداث مستقبلية، ولذلك يجب أخذ المخاطر الناتجة عن عدم التأكد بالاعتبار عند إتخاذ القرارات الإستثمارية، كما أن عملية تقييم المشاريع يجب أن يقوم بها أحد الخبراء لأنه من الممكن أن تتكبد الشركة خسائر كبيرة إذا بنيت على توقعات خاطئة.

ب. إختيار معيار مناسب للحكم على أفضل المشاريع لتنفيذها: من المهم إختيار معيار للحكم على المشاريع من حيث القبول أو الرفض أو من حيث عملية الإختيار بين البدائل المتعددة وفي هذه الحالة يشترط بالمعيار الذي نحكم من خلاله أن يكون منسجماً مع أهداف الشركة المتعلقة بمضاعفة قيمتها، كما يجب أن يكون ذلك المعيار موضوعياً ولا يتصف بالتحيز.

وهناك مجموعة من الشروط يجب أن تتوافر في المعيار المناسب ومنها ما يلي:

- أن يحتوي المعيار على طريقة أو وسيلة للتمييز بين المشاريع المقبولة والمشاريع غير المقبولة.
- أن يكون هذا المعيار قادراً على تدريج المشاريع حسب أفضليتها للشركة.
- أن يكون هذا المعيار قادراً على حل مشكلة الإختيار بين المشاريع البديلة.
- أن يكون هذا المعيار قابلاً للتطبيق والإستعمال في جميع حالات المشاريع الإستثمارية.

- أن يعطي هذا المعيار ثقلاً أكبر للمشاريع التي تدر أرباحاً كبيرة مقارنة بالمشاريع التي تدر أرباحاً قليلة بحيث يزيد تفضيل المشروع الذي يعطي أرباح كبيرة على المشروع الذي يعطي أرباح قليلة.

ويُمكن تصنيف معايير تقييم المشروعات إلى مجموعتين:

المجموعة الأولى: المجموعة التقليدية والتي لا تأخذ القيمة الزمنية للتدفقات بالحسبان وتشتمل هذه المجموعة على:

أ. طريقة فترة الإسترداد.

ب. طريقة معدل العائد المحاسبي

المجموعة الثانية: المجموعة الحديثة وهي التي تأخذ القيمة الزمنية للنقود بالإعتبار. وتشمل هذه المجموعة على:

أ. صافي القيمة الحالية.

ب. معدل العائد الداخلي.

ج. دليل الربحية (الكلفة إلى المنفعة).

4-1- الطرق التقليدية لتقييم المشاريع:

4-1-1- طريقة فترة الإسترداد Payback period:

وهي من أكثر الطرق التقليدية إستعمالاً، ويُمكن تعريفها بأنها عدد السنوات اللازمة لاسترداد قيمة الإستثمار الأصلي في أي مشروع. وتحسب فترة الإسترداد في حال كانت التدفقات النقدية الصافية الناتجة عن المشروع خلال عمره الإفتراضي ثابتة من المعادلة التالية:

$$\text{فترة الإسترداد} = \frac{I}{R} = \frac{\text{قيمة الإستثمار الأصلي}}{\text{التدفق النقدي السنوي الصافي}}$$

مثال 4-1:

يتطلب أحد المشاريع إنفاق مبلغ 20000 وحدة نقدية ويعطي تدفقاً نقدياً صافياً سنوياً مقداره 4000 وحدة نقدية ولمدة 8 سنوات.

المطلوب:

ماهي فترة الإسترداد؟

الحل:

$I = 20000$ وحدة نقدية

$R = 4000$ وحدة نقدية

$$\text{فترة الإسترداد} = \frac{I}{R} = \frac{20000}{4000} = \mathbf{5}\ \text{سنوات}$$

وهذا يعني أن هذا المشروع يسترجع تكلفته في 5 سنوات.

أما في حالة إختلاف التدفقات النقدية السنوية فيمكن حساب فترة الإسترداد بجمع التدفقات النقدية خلال السنوات المختلفة حتى تتساوى مع الإستثمار الأصلي.

مثال 4-2:

يتطلب أحد المشاريع إنفاق مبلغ 30000 وحدة نقدية ويعطي هذا المشروع تدفقاً نقدياً صافياً سنوياً ولمدة 6 سنوات كما يلي:

السنة	1	2	3	4	5	6
التدفقات المالية الداخلة	6000	7000	9000	8000	6000	5000

المطلوب:

ماهي فترة الإسترداد؟

الحل:

$I = 30000$ وحدة نقدية

نحصل على المبلغ المنفق I عند جمع التدفقات النقدية الداخلة للسنوات الأربعة الأولى، أي:

$$R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 6000 + 7000 + 9000 + 80000 = 30000$$ وحدة نقدية

وهذا يعني أن هذا المشروع يسترجع تكلفته في **4 سنوات.**

ويُمكن إستخدام فترة الإسترداد لقبول أو رفض المشاريع الإستثمارية، كما يُمكن إستخدامها لتدريج المشاريع حسب أفضليتها. فإذا كانت فترة الإسترداد المحسوبة أقل من المدة التي تحددها إدارة الشركة يكون المشروع مقبولاً. أما من ناحية تدريج المشاريع حسب أفضليتها عندها نفضل المشروع الذي تكون فيه فترة الإسترداد أقصر من المشاريع الأخرى.

مثال 4-3:

يواجه أحد المستثمرين مشكلة الإختيار بين مشروعين إستثماريين تكلفتهما المبدئية 50000 وحدة نقدية. العمر الإفتراضي لكل مشروع هو 5 سنوات، في حين أن المداخيل النقدية الصافية السنوية فهي مبينة في الجدول التالي:

السنة	1	2	3	4	5
المداخيل السنوية الصافية للمشروع الأول	10000	13000	14000	13000	6000
المداخيل السنوية الصافية للمشروع الثاني	9000	10000	12000	9000	10000

المطلوب:

ما هو المشروع الأفضل بطريقة فترة الإسترداد؟

الحل:

المشروع الأول:

نلاحظ أنه لتغطية تكلفة المشروع الأول لابد من جمع المداخيل السنوية الصافية للسنوات الأربعة الأولى، أي:

$$R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 10000 + 13000 + 14000 + 13000 = 50000 \text{ وحدة نقدية}$$

وهذا يعني أن فترة الإسترداد هي 4 سنوات.

المشروع الثاني:

نلاحظ أنه لتغطية تكلفة المشروع الثاني لابد من جمع المداخيل السنوية الصافية للسنوات الخمسة، أي:

$$R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 = 9000 + 10000 + 12000 + 9000 + 10000 = 50000 \text{ وحدة نقدية}$$

وهذا يعني أن فترة الإسترداد هي **5 سنوات.**

ومن هنا، فإن المستثمر يقوم باختيار المشروع الأول لأن فترة إسترداد تكلفته (4 سنوات) أقل من من فترة إسترداد تكلفة المشروع الثاني (5 سنوات).

وينطوي إستخدام طريقة فترة الإسترداد، كمعيار للمفاضلة، على عدد من المزايا:

- سهولة حسابه، وهذه الطريقة مفضلة لدى جهات التمويل، لأن الممول يهمه إسترداد أمواله بأقصر وقت ممكن، وبالتالي فهي بمثابة مؤشر أولي.
- معيار فترة الإسترداد يعطي مؤشراً مبدئياً وسريعاً عما إذا كان المشروع يستحق المزيد من البحث والدراسة.
- يحدد معيار فترة الإسترداد مستوى السيولة المتدفق للمشروع في كل سنة من سنوات تشغيله.
- يستخدم في المفاضلة بين المشروعات التي تخضع لتغيرات تكنولوجية سريعة.

كما أن إستخدام هذه الطريقة تنطوي على عدد من العيوب:

- يتجاهل معيار فترة الإسترداد توقيت الحصول على التدفقات النقدية (القيمة الزمنية للنقود) وذلك عند المفاضلة بين المشروعات المختلفة.
- يتجاهل معيار فترة الإسترداد القيمة البيعية للمشروع (الخردة) في نهاية عمره الإفتراضي.
- يتجاهل معيار فترة الإسترداد التدفقات النقدية التي يمكن أن تتحقق بعد فترة الإسترداد.
- يهتم معيار فترة الإسترداد بعنصر السيولة على حساب عنصر الربحية.
- يتجاهل معيار فترة الإسترداد المخاطر المصاحبة للتدفقات النقدية.

4-1-2- طريقة معدل العائد المحاسبي Accounting rate of return:

تعتمد هذه الطريقة على البيانات المحاسبية ويحسب معدل العائد المحاسبي من المعادلة التالي:

$$\text{معدل العائد المحاسبي} = \frac{\text{متوسط صافي الربح المحاسبي بعد خصم الضرائب والإستهلاك}}{\text{متوسط قيمة الإستثمار}}$$

وتتم المفاضلة بين المشروعات بناءً على العائد المحاسبي حيث نختار المشروع الذي يعطي أعلى معدل عائد محاسبي، إذا كان لدينا أكثر من مشروع، أما إذا كان لدينا مشروع واحد فقط فإنه يتم مقارنة معدل العائد المحاسبي للمشروع بعائد الفرصة البديلة سواءً أكان سعر الفائدة السائد بالسوق أو كلفة الحصول على الأموال، أو أي معدل يقرره المشروع.

مثال 4-4:

مشروع متوسط قيمة الإستثمار فيه تساوي 52000 وحدة نقدية ومن المتوقع أن تنتج عنه أرباح صافية ولمدة 4 سنوات كما يلي:

السنة	1	2	3	4
الربح الصافي	1200	2000	1800	1500

المطلوب:

بطريقة معدل العائد المحاسبي، هل نقبل هذا المشروع إذا كان عائد الفرصة البديلة هو 12%.

الحل:

نحسب أولا صافي الربح المحاسبي كما يلي:

$$\text{متوسط صافي الربح المحاسبي} = \frac{1500 + 1800 + 2000 + 1200}{4} = 1625 \text{ وحدة نقدية}$$

$$\text{معدل العائد المحاسبي} = \frac{6500}{52000} = \mathbf{3.13}\%$$

وبما أن معدل العائد المحاسبي أقل من عائد الفرصة البديلة ، فالقرار يكون برفض المشروع.

وتنطوي طريقة إستخدام معدل العائد المحاسبي كمعيار للمفاضلة على عدد من المزايا:

- سهولة الحساب والفهم.

- يفيد في تقييم أداء المشروع من خلال العائد السنوي على وحدة رأس المال المستثمر (إنتاجية رأس المال مقارنة بتكلفة الوحدة الواحدة من رأس المال) أي أنه مقياس نسبي وليس مقياس مطلق.

كما تنطوي هذه الطريقة كمعيار للمفاضلة على عدد من العيوب:

- تعتمد هذه الطريقة على صافي الربح وليس على صافي التدفق النقدي والمدير المالي يهتم بالدرجة الأولى بالتدفق النقدي وليس بالربح، لأنه كي نحقق أرباحاً إضافية لا بد لنا من الحصول على النقدية لإعادة إستثمارها، لذلك يقترح البعض إستخدام التدفقات النقدية بدلاً من متوسط صافي الأرباح في حساب معدل العائد المحاسبي.

- إن طريقة معدل العائد المحاسبي تتجاهل تماماً القيمة الزمنية للنقود.

4-2- الطرق الحديثة في تقييم المشاريع:

إن من أهم عيوب الطرق التقليدية في تقييم المشاريع أنها لا تأخذ القيمة الزمنية للنقود بالحسبان، إلا أن الطرق الحديثة تأخذ ذلك بالإعتبار، وتسمى هذه الطرق الحديثة باسم طرق خصم التدفقات النقدية أو الطرق المعدلة زمنياً أو طرق القيمة الحالية.

4-2-1- طريقة صافي القيمة الحالية Net present value (NPV):

يتم إستخدام هذه الطريقة في المفاضلة بين المشاريع الإستثمارية عن طريق حساب صافي القيمة الحالية لكل إستثمار، ثم المفاضلة فقط بين المشاريع التي تحقق قيم حالية صافية موجبة، والمشروع الذي يحقق أكبر قيمة حالية صافية موجبة هو المشروع الذي يتم إختياره.

ويتم حساب صافي القيمة الحالية بالعلاقة التالية:

$$VAN = [VAR - VAD] - I$$

$$VAN = \left[\sum_{s=1}^{n} R_s(1+i)^{-s} + VR(1+i)^{-n}\right] - I$$

حيث:

VAN: صافي القيمة الحالية.

VAR: القيمة الحالية للإيرادات.

VAD: القيمة الحالية للنفقات

I: قيمة الإستثمار الأصلي.

Rs: صافي الإيرادات للسنة s (إيراد السنة – تكلفة نفس السنة).

VR: القيمة الباقية للإستثمار في نهاية حياته (إن وُجد).

i: معدل الفائدة.

n: عدد السنوات أو مدة الإستثمار.

مثال 4-5:

يواجه أحد المقاولين مشكلة الإختيار بين مشروعين إستثماريين:

المشروع الإستثماري الأول تكلفة حيازته 30000 وحدة نقدية، وينتج عنه أعباء سنوية قدرها 9000 وحدة نقدية للسنة الأولى و10000 وحدة نقدية للسنوات الثلاثة الباقية . في حين أنه ينتج إيردات سنوية قدرها 16000 وحدة نقدية ولمدة 4 سنوات. القيمة الباقية للإستثمار في نهاية المدة قدرها 15000 وحدة نقدية.

المشروع الإستثماري الثاني تكلفة حيازته 45000 وحدة نقدية، وينتج عنه أعباء سنوية قدرها 12000 وحدة نقدية ولمدة 4 سنوات. في حين أنه ينتج إيردات سنوية قدرها 17000 وحدة نقدية للسنة الأولى و19000 للسنوات الثلاثة الباقية. القيمة الباقية للإستثمار في نهاية المدة قدرها 30000 وحدة نقدية.

معدل الفائدة المستخدم هو 7.5%.

المطلوب:

حدد أي المشروعين يختار المقاول باستخدام طريقة صافي القيمة الحالية؟

الحل:

حساب الإيرادات الصافية لكل مشروع:

السنة	المشروع الإستثماري الأول	المشروع الإستثماري الثاني
1	16000−9000=7000	17000−12000=5000
2	16000−10000=6000	19000−12000=7000
3	16000−10000=6000	19000−12000=7000
4	16000−10000=6000	19000−12000=7000

حساب القيمة الحالية الصافية للمشروع الإستثماري الأول:

$$VAN = \left[\sum_{s=1}^{n} R_s(1+i)^{-s} + VR(1+i)^{-n}\right] - I$$

$$\text{VAN}=\left[7000(1.075)^{-1}+6000\frac{1-(1.075)^{-3}}{0.075}(1.075)^{-1}+15000(1.075)^{-4}\right]-30000$$

وباستخدام الجدوليين الماليين الثاني والرابع نجد:

$$VAN = 32258.2 - 30000 = \mathbf{2258.2}\ \text{وحدة نقدية}$$

حساب القيمة الحالية الصافية للمشروع الإستثماري الثاني:

$$\text{VAN}=\left[5000(1.075)^{-1}+7000\frac{1-(1.075)^{-3}}{0.075}(1.075)^{-1}+30000(1.075)^{-4}\right]-43000$$

وباستخدام الجدوليين الماليين الثاني والرابع نجد:

$$VAN = 44048.83 - 45000 = \mathbf{-951.17}\ \text{وحدة نقدية}$$

نلاحظ أن القيمة الحالية للمشروع الإستثماري الثاني قيمته سالبة وبالتالي فهو مرفوض، في حين أن القيمة الحالية الصافية للمشروع الإستثماري الأول موجبة وبالتالي فإن المقاول يختار المشروع الإستثماري الأول.

ومن مزايا طريقة صافي القيمة الحالية كأساس للمفاضلة:

– يراعي التغير في القيمة الزمنية للنقود ويأخذ بالحسبان التغيرات في الأسعار وبالتالي يوضح مدى قدرة المشروع الإستثماري على تغطية التكاليف وتحقيق عائد إضافي.

– يأخذ هذا المعيار بالحسبان المكاسب النقدية للمشروع طوال عمره الإفتراضي، وهو بالتالي أفضل مقارنة بمعيار فترة الإسترداد ومعيار العائد المحاسبي.

– يعكس قيمة البدائل الإستثمارية باستخدام سعر الخصم الذي يمثل تكلفة رأس المال أو تكلفة الأموال.

أما عيوب إستخدام هذه الطريقة كأساس للمفاضلة فهي:

– لا يعطي ترتيباً سليماً للمشروعات في حالة إختلاف قيمة الإستثمار المبدئي أو اختلاف عمر المشروع.

– هذا المعيار يعطي القيمة المطلقة للدخل الصافي للمشروع خلال سنوات التشغيل.

– قد يتغير معدل الفائدة المستعمل اليوم بعد عدد من السنوات خاصة إذا طالت مدة الإستثمار عن متوسط معين.

4-2-2- طريقة معدل العائد الداخلي Internal rate of return (IRR):

يتم في هذه الطريقة إختيار أحسن إستثمار بعد تحديد المعدل الداخلي للعائد لكل إستثمار، وإذا كان هذا المعدل لأي إستثمار يقل عن معدل الفائدة الموجود في السوق يُرفض المشروع ويتم إختيار المشروع الذي يحقق أكبر معدل داخلي. ويتم حساب هذا المعدل من العلاقة التي تتساوى فيها القيمة الحالية لصافي الإيرادات مع القيمة الأصلية للإستثمار.

وهذا يعني أن هذا المعدل يحقق تسديد الرأسمال الأصلي المنفق في الإستثمار بعد تسديد كل عناصر التكاليف المرافقة لتشغيله، وفي نفس الوقت يمكن أن يعطي معنى أن المستثمر أمواله في العملية بهذا المعدل قد حقق نتيجة صافية بقيمة حالية معدومة.

ويحدد معدل العائد الداخلي i كما يلي:

$$\boldsymbol{I = \sum_{s=1}^{n} R_s\,(1+i)^{-s} = R_1(1+i)^{-1} + R_2(1+i)^{-2} + \cdots + R_n(1+i)^{-n}}$$

حيث:

I: قيمة حيازة الإستثمار.

R_s: التدفق النقدي الصافي للسنة s.

n: عدد سنوات حياة الإستثمار.

وإذا كان التدفق النقدي الصافي ثابت خلال السنوات فيمكن تحديد i من المعادلة التالية:

$$I = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

ويتم هنا الإستعانة بالجدول المالي رقم 4.

مثال 4-6:

تواجه إحدى المؤسسات مشكلة الإختيار بين مشروعين إستثماريين يتمثلان في تجهيزات جديدة لتطوير قدراتها الإنتاجية: التجهيز من النوع الأول: تكلفة شرائه 22828.039 وحدة نقدية وإيراداتها الصافية 3252 وحدة نقدية لمدة 8 سنوات. في حين أن التجهيز من النوع الثاني: تكلفة شرائه 27852.52 وحدة نقدية وإيراداتها الصافية 4345 وحدة نقدية لمدة 7 سنوات.

إذا كان معدل الفائدة المطبق في السوق المالية هو 2%.

المطلوب:

حدد نوع التجهيزات التي تختارها المؤسسة باستخدام طريقة معدل العائد الداخلي؟

الحل:

حساب معدل العائد الداخلي للتجهيزات من النوع الأول:

$$I = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] \Rightarrow 22828.039 = 3252\left[\frac{1-(1+i)^{-8}}{i}\right]$$

$$\frac{1-(1+i)^{-8}}{i} = \frac{22828.039}{3252} = 7.01969219$$

ومن الجدول المالي رقم 4 نجد أن المقدار 7,01969219 يقابل معدل فائدة **3%**.

حساب معدل العائد الداخلي للتجهيزات من النوع الثاني:

$$I = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] \Rightarrow 27852.52 = 4345\left[\frac{1-(1+i)^{-7}}{i}\right]$$

$$\frac{1-(1+i)^{-7}}{i} = \frac{27852.52}{4345} = 6.41024626$$

ومن الجدول المالي رقم 4 نجد أن المقدار 6,41024626 يقابل معدل فائدة **2.25%**.

ويُعتبر كل من التجهيزين مقبولين تجارياً نظراً لأن معدل العائد الداخلي لكليهما: 3% و2.25% على التوالي أكبر من معدل الفائدة في السوق المالية (2%). إلا أن المؤسسة تقوم بإختيار التجهيز من النوع الأول بالنظر إلى أن معدل العائد الداخلي له أكبر من معدل العائد الداخلي للتجهيز من النوع الثاني.

من مزايا هذه الطريقة أنها تأخذ بعين الإعتبار القيمة الزمنية للنقود، فهي تحدد صافي القيمة الحالية للإيردات.

أما من عيوبها أنها:

- تتميز بعدم الأخذ بعين الإعتبار الإيرادات التي قد تحقق بعد مدة الإستعمال.

– تتميز بصعوبة وتعقيد الحسابات في حالة عدم وجود إيردات وتكاليف منتظمة أي بدفعات متساوية، فهي بذلك تخضع لتقريبات قد لا تعطي نتائج دقيقة.

4-2-3- طريقة دليل الربحية Profitability index أو نسبة المنفعة إلى الكلفة Benefit-cost ratio:

دليل أو مؤشر الربحية يعني حساب مردودية الإستثمار أو تحديد ما تنتجه كل وحدة مستثمرة من الأرباح الناتجة عن الإستثمار خلال حياته وما تبقى منه في نهاية إستعماله.

ويُمكن حساب دليل الربحية حسب المعادلة التالية:

$$PI = \frac{\sum_{s=1}^{n} R_s(1+i)^{-s} + VR(1+i)^{-n}}{I}$$

حيث:

PI: دليل الربحية.

Rs: صافي التدفق النقدي للسنة s.

I: مبلغ الإستثمار.

n: عدد سنوات الإستثمار أو مدة حياته.

i: معدل الفائدة.

VR: القيمة الباقية للإستثمار في آخر سنة من إستعماله (إن وُجد).

وفي حالة تساوي التدفقات النقدية الصافية السنوية فيُمكن إستخدام معادلة الدفعات المتساوية كما يلي:

$$PI = \frac{R \times \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] + VR(1+i)^{-n}}{I}$$

ويكون معيار القبول أو الرفض بناءً على قيمة PI:

– إذا كان أكبر من واحد صحيح فإننا نقبل المشروع.

– إذا كان أقل من واحد صحيح فإننا نرفض المشروع.

– إذا كان يساوي واحد فهذا يعني أن المشروع لا يحقق أرباحاً بالمفهوم المحاسبي ولكن قد تنتج عنه أرباح إجتماعية.

وفي حالة الإختيار بين عدد من المشاريع، فإن المشروع المقبول هو الذي يحقق أكبر مؤشر للربحية.

مثال 4-7:

يتطلب مشروع إستثماري أول إنفاقاً مبدئياً قدره 25000 وحدة نقدية، وينتج عن هذا المشروع تدفقات نقدية سنوية صافية لمدة 4 سنوات كما يلي: 6000 وحدة نقدية، 7000 وحدة نقدية، 9000 وحدة نقدية و8000 وحدة نقدية على التوالي. في حين أن مشروع إستثماري ثاني يتطلب إنفاقاً مبدئياً قدره 28000 وحدة نقدية، وينتج عن هذا المشروع تدفقات نقدية سنوية صافية لمدة 4 سنوات كما يلي: 8000 وحدة نقدية، 7500 وحدة نقدية، 10000 وحدة نقدية و9000 وحدة نقدية على التوالي. معدل الفائدة 6%.

المطلوب:

ماهو المشروع الذي يتم قبوله بطريقة مؤشر الربحية؟

الحل:

مؤشر ربحية المشروع الإستثماري الأول:

$$PI = \frac{\sum_{s=1}^{n} R_s (1+i)^{-s}}{I}$$

$$PI = \frac{6000(1.06)^{-1} + 7000(1.06)^{-2} + 9000(1.06)^{-3} + 8000(1.06)^{-4}}{25000}$$

وباستخدام الجدول المالي رقم 2 نجد:

$$PI = \frac{25783.68}{25000} = \mathbf{1.031}$$

مؤشر ربحية المشروع الإستثماري الثاني:

$$PI = \frac{\sum_{s=1}^{n} R_s (1+i)^{-s}}{I}$$

$$PI = \frac{8000(1.06)^{-1} + 7500(1.06)^{-2} + 10000(1.06)^{-3} + 9000(1.06)^{-4}}{30000}$$

وباستخدام الجدول المالي رقم 2 نجد:

$$PI = \frac{29747.18}{28000} = \mathbf{1.062}$$

نلاحظ أن كلا المشروعين الإستثمارين مقبولين نظراً لأن مؤشر الربحية لكليهما أكبر من الواحد، إلا أن المشروع الإستثماري الذي يتم إختياره هو المشروع الثاني نظرا لأن مؤشر ربحيته (1.062) أكبر من مؤشر ربحية المشروع الأول (1.031).

ومن مزايا مؤشر الربحية الحساب بالقيمة الزمنية للنقود، إلا أن من عيوبها أن المؤشر بقدر ما يتميز بالبساطة في المعنى، فهو يتميز بالتعقيد في العمليات الحسابية خاصة إذا لم تكن الإيرادات الصافية متساوية.

تمارين مقترحة:

التمرين رقم 1:

ثلاثة مشاريع إستثمارية، التكلفة المبدئية لكل واحد منهم تُقدر بـ 85000 وحدة نقدية. العمر الإفتراضي لكل مشروع هو 6 سنوات. ويُنتج كل مشروع تدفقات نقدية صافية سنوية مبينة في الجدول التالي:

السنة	1	2	3	4	5	6
التدفقات النقدية الصافية للمشروع الأول	23000	27000	20000	15000	12000	10000
التدفقات النقدية الصافية للمشروع الثاني	17000	19000	20000	18000	11000	9000
التدفقات النقدية الصافية للمشروع الثالث	22000	31000	32000	29000	31000	28000

المطلوب:

ما هو المشروع الأفضل بطريقة فترة الإسترداد؟

التمرين رقم 2:

يواجه أحد المستثمرين مشكلة الإختيار بين مشروعين إستثماريين: المشروع الإستثماري الأول تكلفة حيازته 26000 وحدة نقدية، وينتج عنه إيرادات إجمالية سنوية وأعباء سنوية قدرها 13500 وحدة نقدية و7000 وحدة نقدية على التوالي ولمدة 5 سنوات. في حين أن المشروع الإستثماري الثاني تكلفة حيازته 28500 وحدة نقدية، وينتج عنه إيرادات سنوية صافية قدرها 5100 وحدة نقدية ولمدة 6 سنوات، وقيمته الباقية في نهاية المدة قدرها 5000 وحدة نقدية.

معدل الفائدة المستخدم هو 3.75%.

المطلوب:

حدد أي المشروعين يختار المستثمر باستخدام طريقة صافي القيمة الحالية؟

التمرين رقم 3:

مشروع إستثماري يتطلب إنفاقاً مبدئياً قدره 9000 وحدة نقدية، وينتج عنه تدفقات نقدية سنوية صافية لمدة 3 سنوات كما يلي: 2500 وحدة نقدية، 3700 وحدة نقدية 4250 وحدة نقدية على التوالي. في حين أن مشروع إستثماري آخر يتطلب إنفاقاً مبدئياً قدره 10500 وحدة نقدية، وينتج عنه تدفقات نقدية سنوية صافية قدرها 3050 وحدة نقدية. ولمدة 4 سنوات. معدل الفائدة 5.25%.

المطلوب:

ماهو المشروع الذي يتم قبوله بطريقة مؤشر الربحية؟

الفصل الخامس:

القروض واهتلاكها

1- تعريف القرض وقيمته الإسمية:

يُعرف القرض بأنه المبلغ الذي يستحق على شخص لشخص آخر سواء كان الشخص طبيعياً أو اعتبارياً.

والقيمة الإسمية للقرض هي المبلغ المتعاقد عليه والمتوجب على المقترض أداءه بتاريخ العقد للمقرض، وغالباً ما يتم حساب الفوائد على هذه القيمة، وبمعدل فائدة يُدعى بمعدل الفائدة الإسمي.

ويعد القرض طويل أو متوسط الأجل إذا تجاوزت مدة الإقتراض السنة الواحدة، ويعامل عندئذ بالفائدة المركبة عرفاً، إلا إذا اتفق على خلاف ذلك بين المتعاقدين.

2- طرق إستهلاك القروض:

يتم إستهلاك القروض بطرق مختلفة منها:

- طريقة إستهلاك القروض بالدفعات الثابتة (المتساوية).
- طريقة إستهلاك القروض بالإستهلاكات الثابتة (المتساوية).

2-1- طريقة إستهلاك القروض بالدفعات الثابتة:

في هذه الطريقة من تسديد القروض، تدفع دورياً (سنوياً، سداسياً،...) دفعة ثابتة إلى المقرض بعدد معين متفق عليه بين الطرفين (المقرض والمقترض)، بحيث أنه بتسديد الدفعة الأخيرة يتحرر المقترض تجاه المقرض حيث يكون بهذا قد سدد أصل القرض مع فوائده.

وتتكون الدفعة من جزئين أحدهما جزء من رأس المال الأصلي ويسمى الإستهلاك، والثاني الفائدة على القرض المتبقي.

إن عملية إستهلاك القروض بالدفعات الثابتة تطابق عملية تسديد قرض بدفعات نهاية الفترة (كما تناولناه في الفصل الثاني) حيث يُمثل مجموع الدفعات في نهاية مدة القرض جملة القرض. أما أصل القرض أو قيمته الحالية في بداية أول سنة تسديد فتساوي القيمة الحالية للدفعات.

لنتفرض أن:

A_0: أصل القرض.

a: قيمة الدفعة والتي تتكون من الإستهلاك والفائدة.

K: الإستهلاك: وهو يتزايد حسب السنوات.

I: الفائدة: وهي تتناقص حسب السنوات إذا تُطبق على الباقي من القرض كل سنة.

n: مدة القرض.

لدينا قانون القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة كما يلي:

$$A_0 = a\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

ومن خلال العلاقة السابقة نتحصل على قيمة الدفعة كما يلي:

$$a = A_0 \times \left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right]$$

حيث يتم إستخدام الجدول المالي رقم 5 للحصول على المقدار $\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$

ويُمكن تشكيل جدول إستهلاك القروض كما يلي:

السنوات	رصيد الدين في بداية السنة	الفائدة السنوية	الدفعة	الإستهلاك للفترة	رصيد الدين في آخر السنة
1	A_0	$I_1=A_0 x i$	a	$K_1=a-I_1$	A_0-K_1
2	$A_1=A_0-K$	$I_2=A_1 x i$	a	$K_2=a-I_2$	A_1-K_2
3	$A_2=A_1-K$	$I_3=A_2 x i$	a	$K_3=a-I_3$	A_2-K_3
.	.	.	.	.	.
4	$A_{n-1}=A_{n-2}-K$	$I_n=A_{n-1} x i$	a	$K_n=a-I_n$	$A_{n-1}-K_n$
Σ	−	$\sum_1^n I$	$\sum a = n \times a$	$\sum_1^n K$	−

مثال 5-1:

تحصلت إحدى المؤسسات على قرض قيمته 50000 وحدة نقدية، يُسدد بدفعات ثابتة سنوية في نهاية كل سنة ولمدة 6 سنوات بمعدل فائدة 7%.

المطلوب:

بطريقة الدفعات الثابتة:

1- أحسب قيمة الدفعة الثابتة؟

2- قم بإعداد جدول إستهلاك القرض؟

الحل:

$A_0 = 50000$ وحدة نقدية

$n = 6$ سنوات

$i = 7\%$

1- حساب قيمة الدفعة الثابتة:

$$a = A_0 \times \left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right] = 50000 \times \left[\frac{0.07}{1-(1.07)^{-6}}\right]$$

$a = 50000 \times (0.2097958) = \mathbf{10489.79}$ وحدة نقدية

2- إعداد جدول إستهلاك القرض:

السنوات	رصيد الدين في بداية السنة	الفائدة السنوية	الدفعة	الإستهلاك للفترة	رصيد الدين في آخر السنة
1	50000	3500=0.07x50000	10489.79	6989.79	43010.21
2	43010.21	3010.71=0.07x43010.21	10489.79	7479.08	35531.13
3	35531.13	2487.18=0.07x35531.13	10489.79	8002.61	27528.52
4	27528.52	1927=0.07x27528.52	10489.79	8562.79	18965.73
5	18965.73	1327.6=0.07x18965.73	10489.79	9162.19	9803.54
6	9803.54	686.25=0.07x9803.54	10489.79	9803.54	0
المجموع		12938.74	-	50000	-

وفيما يلي بعض العلاقات فيما بين عناصر جدول إستهلاك القرض:

- **العلاقة بين الإستهلاكات:**

إذا أخذنا في أي سطر من جدول إستهلاك القرض:

$$\mathrm{A_s = A_{s-1} - K_s}$$

وبوضع الفرق بين دفعتين متساويتين:

$$a_{s+1} - a_s = (A_s \times i + K_{s+1}) - (A_{s-1} \times i + K_s)$$

وبالتعويض عن قيمة A_s بـ $A_{s-1} - K_s$

$$a - a = (A_{s-1} \times i - K_s \times i + K_{s+1}) - (A_{s-1} \times i + K_s)$$
$$0 = -K_s \times i + K_{s+1} - K_s \Rightarrow K_{s+1} = K_s \times i + K_s \Rightarrow K_{s+1} = K_s(1+i)$$

وهذا يعني أن الإستهلاك في أي سطر يساوي الإستهلاك السابق له مضروب في المقدار $(1+i)$.

وبالتالي فالإستهلاكات تكون فيما بينها متتالية هندسية حدها الأول هو K_1 وأساسها $(1+i)$ وعدد حدودها n، ومن هذا نستطيع وضع العلاقات:

$$K_x = K_{x-s}(1+i)^s$$
$$K_x = K_1(1+i)^{x-1}$$
$$K_x = K_p(1+i)^{x-p}$$

- **العلاقة بين أصل القرض والإستهلاكات:**

من جدول إستهلاك القروض لدينا:

$$A_0 = K_1 + K_2 + K_3 + \cdots + K_n$$

وإذ إستخدمنا العلاقة التالية:

$$K_x = K_1(1+i)^{x-1}$$

يُمكن إعادة كتابة العلاقة كما يلي:

$$A_0 = K_1 + K_1(1+i) + K_1(1+i)^2 + \cdots + K_1(1+i)^{n-1}$$

وبما أن الطرف الأيسر من المعادلة يُمثل متوالية هندسية أساسها $(1+i)$، حدها الأول K_1 وعدد حدودها n. إذا:

$$A_0 = K_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

ويتم الحصول على المقدار $\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right]$ من الجدول المالي رقم 3.

$$K_1 = A_0 \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] \Rightarrow K_1 = A_0 \left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} - i\right]$$

ويتم الحصول على المقدار $\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right]$ من الجدول المالي رقم 5.

– **حساب جزء من القرض المسدد بعد عدد من الدفعات والجزء المتبقي:**

1- الجزء من الدين المدفوع: من علاقة القيمة الأصلية:

$$A_0 = K_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = a \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

فإن الإستهلاكات التي تكون الدين المدفوع من السنة الأولى حتى السنة m تساوي B_m

$$B_m = \sum_{s=1}^{m} K_s$$

$$B_m = K_1 \left[\frac{(1+i)^m - 1}{i}\right]$$

$$B_m = a \left[\frac{1-(1+i)^{-m}}{i}\right]$$

2- الجزء من الدين المتبقي:

يُمكن الحصول على الجزء من الدين الغير مسدد (أو المتبقي) بعد عدد من السنوات m كما يلي:

$$B_{nm} = K_{m+1} \left[\frac{(1+i)^{(n-m)} - 1}{i}\right]$$

$$B_{nm} = a \left[\frac{1-(1+i)^{-(n-m)}}{i}\right]$$

- **حساب قيمة الدفعة عن طريق الإستهلاك الأخير:**

من جدول إستهلاك القروض نلاحظ أن المبلغ الباقي للتسديد للسنة الأخيرة يساوي مبلغ قسط الإستهلاك الأخير، أي : $A_{n-1} = K_n$ 1

ونعلم من جهة أخرى أن: $a = K_n + A_{n-1} \times i$ 2

وبتعويض 1 في 2 نجد:

$$a = K_n + K_n \times i \Rightarrow a = K_n(1+i)$$

ومن العلاقة السابقة يُمكن الحصول على قيمة الإستهلاك الأخير باستخدام قيمة الدفعة كما يلي:

$$K_n = a(1+i)^{-n}$$

- **العلاقة فيما بين الفرق بين كل فائدتين متتاليتين:**

لدينا:

$$I_1 = A_0 \times i = a - K_1$$
$$I_2 = A_1 \times i = a - K_2$$
$$I_3 = A_2 \times i = a - K_3$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$I_n = A_{n-1} \times i = a - K_n$$

فإذا أخذنا الفرق بين الفوائد المتتالية:

$$I_1 - I_2 = a - K_1 - (a - K_2) = K_2 - K_1 = K_1(1+i) - K_1 = K_1 \times i$$
$$I_2 - I_3 = a - K_2 - (a - K_3) = K_3 - K_2 = K_1(1+i)^2 - K_1(1+i) = K_1(1+i) \times i$$
$$I_3 - I_4 = a - K_3 - (a - K_4) = K_4 - K_3 = K_1(1+i)^3 - K_1(1+i)^2 = K_1(1+i)^2 \times i$$

وهكذا مع باقي الفوائد إن وُجدت.

مثال 5-2:

ليكن لديك جدول إستهلاك القرض التالي:

السنوات	رصيد الدين في بداية السنة	الفائدة السنوية	الدفعة	الإستهلاك للفترة	رصيد الدين في آخر السنة
1		2052.75		8191.05	
2		1581.76			
3					
4				9686.81	0
المجموع					–

المطلوب:

بطريقة الدفعات الثابتة أكمل جدول إستهلاك القرض؟

الحل:

يتم الحصول على معدل الفائدة من خلال العلاقة التالية:

$$I_1 - I_2 = K_1 \times i \Rightarrow i = \frac{I_1 - I_2}{K_1} = \frac{2052.75 - 1581.76}{8191.05} = 0.0575 = 5.75\%$$

وبالحصول على معدل الفائدة يُمكن إيجاد قيمة الدفعة من خلال العلاقة التالية:

$$a = K_n(1+i) \Rightarrow a = 9686.81(1.0575) = 10243.80$$

كما يُمكن الحصول على قيمة الدفعة من خلال جمع فائدة السنة الأولى مع إستهلاك نفس السنة.

ونتحصل على أصل المبلغ كما يلي:

$$A_0 = \frac{I_1}{i} = \frac{2052.75}{0.0575} = 35700 \text{ وحدة نقدية}$$

وبالحصول على القيم السابقة يُمكن إتمام جدول إستهلاك القرض كما يلي:

السنوات	رصيد الدين في بداية السنة	الفائدة السنوية	الدفعة	الإستهلاك للفترة	رصيد الدين في آخر السنة
1	35700	2052.75	10243.80	8191.05	27508.95
2	27508.95	1581.76	10243.80	8662.04	18846.91
3	18846.91	1083.70	10243.80	9160.10	9686.81
4	9686.81	556.99	10243.80	9686.81	0
المجموع		5275.20	40975.20	35700	-

2-2- طريقة إستهلاك القروض بالإستهلاكات الثابتة:

بمقتضى هذه الطريقة يقوم المدين بتوفية أصل القرض على أقساط متساوية كل منها : $K = \frac{A_0}{n}$

حيث:

K: الإستهلاك أو القسط المتساوي (جزء من قيمة القرض).

A_0: قيمة القرض.

n: عدد الأقساط.

ويضاف إلى كل قسط منها الفوائد والتي تكون على كامل القرض في الدورة الأولى، وعلى أرصدته المتناقصة في الدورات التالية.

والملاحظ هنا أن الفوائد المحسوبة هي فائدة بسيطة محسوبة في نهاية كل دورة على رأس المال الذي كان موضوع القرض في تلك الفترة.

لنرمز بـ a إلى قيمة الدفعة. و i معدل الفائدة. ومنه:

$$a_1 = K + A_0 \times i$$
$$a_2 = K + (A_0 - K) \times i$$
$$a_3 = K + (A_0 - 2K) \times i$$
$$a_4 = K + (A_0 - 3K) \times i$$

....

$$a_n = K + (A_0 - (n-1)K) \times i$$
$$a_n = K + K \times i \Rightarrow a_n = K(1+i)$$

ويُمكن تشكيل جدول إستهلاك القروض كما يلي:

السنوات	رصيد الدين في بداية السنة	الفائدة السنوية	الإستهلاك المتساوي	الدفعة	رصيد الدين في آخر السنة
1	A_0	$I_1= A_0 xi$	K	$a_1=K+I_1$	A_0-K
2	$A_1= A_0-K$	$I_2= A_1 xi$	K	$a_2=K+I_2$	A_1-K
3	$A_2= A_1-K$	$I_3= A_2 xi$	K	$a_3=K+I_3$	A_2-K
.	.	.	.	.	.
n	$A_{n-1}= A_{n-2}-K$	$I_n= A_{n-1} xi$	K	$a_n=K+I_n$	$A_{n-1}-K$
	–	$\sum_1^n I$	$\sum K$	$\sum_1^n a$	

وفيما يلي بعض العلاقات فيما بين عناصر جدول إستهلاك القرض:

- **علاقات الدفعات:**

$$a_1 = \frac{A_0}{n} + A_0 \times i = M + I_1$$
$$a_s = M + I_s = \frac{A_0}{n} + A_{s-1} \times i$$
$$a_{s+1} = M + I_{s+1} = \frac{A_0}{n} + A_s \times i$$

ولدينا:

$$A_s = A_{s-1} - \frac{A_0}{n}$$
$$a_{s+1} = \frac{A_0}{n} + \left(A_{s-1} - \frac{A_0}{n}\right) \times i = \left(\frac{A_0}{n} + A_{s-1} \times i\right) - \frac{A_0}{n} \times i$$
$$a_{s+1} = a_s - \frac{A_0}{n} \times i$$

ويُمكن الحصول أيضاً على قيمة الدفعة في أي فترة من خلال العلاقة التالية:

$$a_s = \frac{A_0}{n} + \frac{A_0 \times i}{n} \times \left(n - (s-1)\right)$$

ومن خلال العلاقة التالية نتحصل على مجموع الدفعات كما يلي:

$$\sum a = \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right) n$$

أو أيضاً من خلال العلاقة التالية:

$$\sum a = A_0 \left(1 + \left(\frac{n+1}{2}\right) i\right)$$

- **علاقات الفوائد:**

$$I_1 = A_0 \times i$$

$$I_2 = \left(A_0 - \frac{A_0}{n}\right) \times i = A_0 \times i - \frac{A_0}{n} \times i$$

$$I_3 = \left(A_0 - \frac{A_0}{n} - \frac{A_0}{n}\right) \times i = A_0 \times i - \frac{2A_0}{n} \times i$$

$$I_s = A_0 \times i - \left[\frac{(s-1) \times A_0 \times i}{n}\right]$$

ويُمكن الحصول على مجموع الفوائد من خلال العلاقة التالية:

$$\sum_{s=1}^{n} I_s = \frac{n+1}{2} \times A_0 \times i$$

- **الفرق بين دفعتين وفائدتين:**

يتساوى الفرق بين دفعتين متتاليتين والفرق بين فائدتين متتاليتين في نفس الرتبة كما يلي:

$$a_{s-1} - a_s = I_{s-1} - I_s$$

ويكون الفرق أيضا متساوي بين أي دفعتين غير متتاليتين وفائدتين غير متتاليتين في نفس الرتبة. فمن خلال جدول إستهلاك القرض السابق يُمكن تحديد الفرق بين الدفعة الأولى والثالثة والفرق بين الفائدة الأولى والثالثة كما يلي:

$$\mathrm{a}_1 - \mathrm{a}_3 = \mathrm{I}_1 - \mathrm{I}_3$$

$$K + I_1 - (K + I_3) = \mathrm{I}_1 - \mathrm{I}_3$$

$$K + I_1 - K - I_3 = \mathrm{I}_1 - \mathrm{I}_3$$

$$I_1 - I_3 = \mathrm{I}_1 - \mathrm{I}_3$$

مثال 5-3:

عقدت إحدى الشركات قرضاً بقيمة 100000 وحدة نقدية، تعهدت بتسديده بدفعات نهاية السنة ولمدة 5 سنوات بمعدل فائدة 6%.

المطلوب:

بطريقة الإستهلاكات الثابتة أوجد:

1- قيمة الإستهلاك الثابت؟

2- إعداد جدول إستهلاك القرض؟

3- حساب مجموع فوائد القرض ومجموع الدفعات؟

الحل:

1- إيجاد قيمة الإستهلاك الثابت:

$$K = \frac{A_0}{n} = \frac{100000}{5} = 20000$$

2- إعداد جدول إستهلاك القرض:

السنوات	رصيد الدين في بداية السنة	الفائدة السنوية	الإستهلاك المتساوي	الدفعة	رصيد الدين في آخر السنة
1	100000	6000=0.06x100000	20000	26000	80000
2	80000	4800=0.06x80000	20000	24800	60000
3	60000	3600=0.06x60000	20000	23600	40000
4	40000	2400=0.06x40000	20000	22400	20000
5	20000	1200=0.06x20000	20000	21200	0
المجموع		18000	100000	118000	-

3- حساب مجموع فوائد القرض ومجموع الدفعات:

يُمكن الحصول على مجموع الفوائد مباشرة من جدول إستهلاك القرض من العمود الثالث، أي :

$$\mathrm{I} = \mathbf{18000}$$ وحدة نقدية

أو من خلال العلاقة التالية:

$$\sum_{s=1}^{n} I_s = \frac{n+1}{2} \times A_0 \times i = \frac{5+1}{2} \times 100000 \times 0.06 = \mathbf{18000}$$ وحدة نقدية

ويُمكن الحصول على مجموع قيم الدفعات من جدول إستهلاك القرض من العمود الخامس، أي:

$$\sum a = \mathbf{118000}$$ وحدة نقدية

أو من خلال العلاقة التالية:

$$\sum a = A_0\left(1 + \left(\frac{n+1}{2}\right) i\right) = 100000\left(1 + \left(\frac{5+1}{2}\right) \times 0.06\right)$$

$$\sum a = \mathbf{118000}$$ وحدة نقدية

تمارين مقترحة:

التمرين رقم 1:

تحصلت إحدى المؤسسات على قرض قيمته 70000 وحدة نقدية، يُسدد بدفعات ثابتة سنوية في نهاية كل سنة ولمدة 5 سنوات بمعدل فائدة 4.25%.

المطلوب:

بطريقة الدفعات الثابتة:

1- أحسب قيمة الدفعة الثابتة؟

2- قم بإعداد جدول إستهلاك القرض؟

التمرين رقم 2:

ليكن لديك جدول إستهلاك القرض التالي:

السنوات	رصيد الدين في بداية السنة	الفائدة السنوية	الدفعة	الإستهلاك للفترة	رصيد الدين في آخر السنة
1					
2					
3			7804.74		
4					
5				7595.85	
المجموع					–

المطلوب:

بطريقة الدفعات الثابتة أكمل جدول إستهلاك القرض؟

التمرين رقم 3:

عقدت إحدى الشركات قرضاً بقيمة 150000 وحدة نقدية، تعهدت بتسديده بدفعات نهاية السنة ولمدة 5 سنوات بمعدل فائدة 4.25%.

المطلوب:

بطريقة الإستهلاكات الثابتة أوجد:

1- قيمة الإستهلاك الثابت؟

2- إعداد جدول إستهلاك القرض؟

3- حساب مجموع فوائد القرض ومجموع الدفعات؟

الفصل السادس:

التقنيات البورصية: تقييم السندات والأسهم

1- تعريف البورصة:

تنقسم السوق المالية إلى قسمين أسواق رأس المال وأسواق النقد، وتنقسم أسواق رأس المال بدورها إلى مجموعتين من الأسواق: الأسواق الحاضرة أو الفورية والأسواق المستقبلية. كما أن الأسواق الحاضرة أو الفورية تتضمن بدورها الأسواق التالية: الأسواق المنظمة، الأسواق الغير منظمة والأسواق الإحتكارية. ويُطلق أيضاً على الأسواق المنظمة بالبورصات أو الأسواق الثانوية.

والبورصة أو السوق الثانوي هي السوق الذي يتم فيه تداول الأوراق المالية الطويلة الأجل مثل الأسهم العادية، الأسهم الممتازة، السندات على مختلف أنواعها (يتم إصدار تلك الأوراق لأول مرة في الأسواق الغير منظمة، ويُطلق عليها أيضاً بالأسواق الأولية).

2- السندات وتقييمها:

2-1- تعريف وأنواع السندات

2-1-1- تعريف السندات:

يُعتبر السند (Bond) قرضاً طويل الأجل يستحق في أوقات محددة ويحمل سعر فائدة ثابت، وتلتزم الشركة بدفع قيمة السند عند الإستحقاق بالإضافة إلى دفع الفوائد سنوياً أو كل ستة شهور حسب الإتفاق.

وعادة ما يكون موعد إستحقاق السند بعد عدة سنوات قد تزيد عن الخمس سنوات إلا أن الفوائد المستحقة يتم دفعها في أوقات منتظمة ويتحتم على الشركة المقترضة دفع القيمة الإسمية للسند كاملة عند موعد الإستحقاق.

ويختلف السند عن أنواع القروض الأخرى كونه يباع إلى فئات مختلفة سواء للجمهور العادي أو للمؤسسات المالية، بينما يتم الحصول على القروض المصرفية من مصادر محدودة العدد. من ناحية أخرى يستطيع حامل السند بيعه إلى جهة أخرى حسب رغبته من خلال سوق الأوراق المالية أما القروض المصرفية فإنه بالغالب لا يجوز تحويلها إلى جهة أخرى.

ويجوز أن تتغير قيمة السند حسب الظروف السائدة في السوق المالية وفي هذه الحالة يمكن أن يتغير السند ويتخذ القيم التالية:

- **القيمة الإسمية:** وهو المبلغ الذي تلتزم الشركة بدفعه عند حلول موعد الإستحقاق.
- **القيمة السوقية:** وهو القيمة المتغيرة التي يستحقها السند في السوق المالية.

وتلتزم الشركة بدفع القيمة الإسمية للسند وليس القيمة السوقية كما أن الفوائد المحسوبة تحسب على أساس القيمة الإسمية للسند وليس القيمة السوقية.

وهناك علاقة عكسية بين القيمة السوقية للسند وسعر الفائدة السائد بالسوق فإذا إرتفعت أسعار الفوائد بالسوق بشكل يزيد عن سعر الفائدة الذي يحملها السند فإن القيمة السوقية تميل إلى الإنخفاض لأن المستثمرين يلجأون إلى بيع السندات وإستثمار أموالهم في ودائع البنوك والعكس صحيح في حال إنخفاض أسعار الفوائد بشكل يقل عن الفائدة التي يحملها السند حيث تميل القيمة السوقية للسند للإرتفاع.

ومن ناحية قانونية لا يعتبر حامل السند مالكاً للشركة بل دائناً لها بمبلغ محدد يسدد في فترة معينة ولا يحق لحامل السند الإشتراك في إدارة الشركة أو التصويت أو الإنتخاب.

ولكن في حالة تعرض الشركة للإفلاس أو التصفية فإنه يجوز لحملة السندات التدخل في إدارة الشركة لضمان حقوقهم وتُعطى الأولوية لحملة السندات ودائني الشركة في حال تصفيتها.

2-1-2- أنواع السندات:

يمكن تصنيف السندات إلى عدة أنواع: من حيث الضمانات التي تُعطى لحملة السندات ومن حيث قابلية السند للتحويل إلى أسهم عادية أو من حيث قابلية السند للإستدعاء قبل حلول مدة إستحقاقه. وفيما يلي عرض موجز لذلك:

- **السندات المضمونة Secured bonds:**

وهذا النوع من السندات يُعتبر الأكثر شيوعاً، والسندات المضمونة هي السندات التي تصدرها شركة ما بضمانة معينة إما برهن كل أو بعض موجوداتها أو غير ذلك من الضمانات ومن الضمانات الأخرى لهذه السندات ضمانة أو كفالة الحكومة للسندات التي تصدرها الشركات العامة وبعض الشركات الخاصة أو التي يكون للحكومة مساهمة فيها، وفي هذه الحالة فإن الحكومة تقوم بكفالة الشركة وضمان تسديد السندات والفوائد المستحقة عليها في وقتها وفي حالة إفلاس الشركة المصدرة للسندات تقع المسؤولية مباشرة على عاتق الحكومة لتسديد الديون.

ومن الضمانات الأخرى التي تقدمها الشركة رهن الموجودات مقابل قيمة السندات ويجوز في هذه الحالة تسمية الموجودات المرهونة وفي حالة إفلاس الشركة يجوز لحملة السندات بيع تلك الموجودات المرهونة وإستعادة أموالهم.

وقد يكون هذا الرهن من الدرجة الأولى أو من الدرجة الثانية والرهن من الدرجة الأولى يعني أن الشركة لا تستطيع إصدار سندات أخرى أو الحصول على ديون إضافية بضمانة نفس الموجودات التي تم رهنها للسندات الأولى، أما الرهن من الدرجة الثانية فيتيح للشركة إصدار سندات أخرى ورهن نفس الموجودات.

- **السندات غير المضمونة Unsecured bonds:**

وهي السندات التي تصدرها الشركات دون أن تكون مضمونة برهن عقاري أو حجز للموجودات أو أية ضمانات أخرى، وهذا النوع من السندات أكثر خطورة على حامله من السندات المضمونة وتصدر هذه السندات الشركات التي تتمتع بربحية عالية ومركز مالي ممتاز مما يغري الآخرين لشراء سنداتها.

إلا أن عدم ضمان هذا النوع من السندات لا يفقد حملتها حقهم في أولية الحصول على قيمة سنداتهم الإسمية في حالة تصفية الشركة.

ومن مميزات هذا النوع من السندات من وجهة نظر الشركة إعطاء الشركة حرية رهن موجوداتها للحصول على قروض أو إصدار سندات إضافية أخرى إذا لزم الأمر، وعادة ما تحمل هذه السندات فوائد أعلى من فوائد السندات المضمونة، وذلك بسبب عنصر المخاطرة فيها.

- **السندات القابلة للتحويل إلى أسهم Convertible bonds:**

وهي السندات التي تعطي حاملها حرية إستبدال سنداته بأسهم عادية من أسهم الشركة المصدرة لهذه السندات ويتم تحديد الوقت الذي يستطيع به حامل السند إستبدال أو تحويل السند إلى أسهم، كما يتم تحديد عدد الأسهم المستبدلة لكل سند، ومن مميزات هذا النوع من السندات هو أن كلفته أقل من كلفة السندات الأخرى وذلك لأن الفائدة التي يحملها السند القابل للتحويل إلى أسهم عادية أقل من أنواع السندات الأخرى لوجود ميزة الإستبدال، ومن وجهة نظر حامل السند فإن لميزة تحويل السند إلى أسهم أهميتها خصوصاً في فترات التضخم بسبب تآكل الفوائد الثابتة التي يدرها السند، ويصبح من مصلحة حامل هذه السندات إستبدالها بأسهم عادية كون الأسهم تحافظ على قيمتها بشكل أفضل في حالات التضخم.

كما أن حامل السند القابل للتحويل إلى أسهم يتمتع بنفس الحقوق التي يتمتع بها حملة أنواع السندات الأخرى من حيث الضمانات وأولوية الدفع عند التصفية.

- **السندات القابلة للإستدعاء Callable bonds:**

وهي السندات التي يحق للشركة التي أصدرتها تسديدها قبل حلول موعد الإستحقاق وذلك في الوقت الذي تراه الشركة مناسباً ويجوز للشركة تسديد بعض أو كل السندات التي تحمل صفة الإستدعاء قبل موعد الإستحقاق.

وميزة هذا النوع من السندات بالنسبة للشركة المصدرة لها هي أنها تستطيع الحصول على تمويل أقل كلفة خاصة إذا إنخفضت أسعار الفوائد بشكل يقل عن الفوائد التي تحملها هذه السندات.

2-2- تقييم السندات:

يُقصد بتقييم السندات معرفة القيمة التقديرية للسند الممثل للقرض في تاريخ معين وبمعدل معين، ولما كان صاحب السند ذا حق في الحصول على مبلغ إجمالي بتاريخ إستهلاك السند، وكذلك الفوائد الدورية المترتبة على السند، فإن القيمة السوقية للسند بتاريخ ما تتكون من العنصرين التاليين:

* القيمة الحالية للقيمة الإستهلاكية (الإسمية) لهذا السند أي: $P(1+i')^{-n}$

حيث:

P: القيمة الإسمية للسند؛

i' : معدل الفائدة في السوق المالية، وتسمى معدل الإستثمار.

* القيمة الحالية للفوائد الدورية الباقية لهذا السند حتى تاريخ إستحقاقه محسوبة بمعدل الإستثمار أيضاً.

ويتضح مما تقدم أن القيمة التقديرية للسند بتاريخ معين أي القيمة السوقية تساوي مجموع القيمة الحالية للقيمة الإسهلاكية لهذا السند والقيمة الحالية للفوائد.

أي أن:

$$P_m = P(1+i')^{-n} + P \times i \times \frac{1-(1+i')^{-n}}{i'}$$

حيث:

P_m: القيمة السوقية للسند؛

i': معدل الفائدة على السند.

ويتم هنا إستخدام كل من الجدول المالي رقم 2 لحساب المقدار $(1+i')^{-n}$ والجدول المالي رقم 4 لحساب المقدار $\frac{1-(1+i')^{-n}}{i'}$.

وتتغير قيمة السند السوقية صعوداً وهبوطاً بحسب إختلاف معدل فائدة السند عن معدل الفائدة في السوق المالية، فتنقص القيمة السوقية كلما كان معدل الإستثمار i' **أكبر من معدل عائد السند** i.

وبالعكس تزداد القيمة السوقية إذا كان معدل عائد السند (فائدته) أكبر من معدل الإستثمار في السوق المالية.

مثال 6-1:

سند قيمته الإسمية 7200 وحدة نقدية يُستهلك بعد 5 سنوات بنفس القيمة ويعطي فائدة سنوية بمعدل 6%.

المطلوب:

ما هو الثمن الذي يتم دفعه لشراء السند في حالة:

- معدل الإستثمار في السوق المالية 8% سنوياً؛
- معدل الإستثمار في السوق المالية 4% سنوياً؛
- معدل الإستثمار في السوق المالية 6% سنوياً؛

الحل:

P=7200 وحدة نقدية

i=6%

n=5 سنوات

1- القيمة السوقية للسند في حالة $i' = 8\%$:

$$P_m = P(1+i')^{-n} + P \times i \times \frac{1-(1+i')^{-n}}{i'}$$

$$P_m = 7200(1+0.08)^{-5} + 7200 \times 0.06 \times \frac{1-(1+0.08)^{-5}}{0.08}$$

$$P_m = 7200(0.680583197) + 7200 \times 0.06 \times (3.992710037)$$

$\boldsymbol{P_m = 6625.05}$ وحدة نقدية

2- القيمة السوقية للسند في حالة $i' = 4\%$:

$$P_m = P(1+i')^{-n} + P \times i \times \frac{1-(1+i')^{-n}}{i'}$$

$$P_m = 7200(1+0.04)^{-5} + 7200 \times 0.06 \times \frac{1-(1+0.04)^{-5}}{0.04}$$

$$P_m = 7200(0.821927107) + 7200 \times 0.06 \times (4.451822331)$$

$\boldsymbol{P_m = 7841.06}$ وحدة نقدية

3- القيمة السوقية للسند في حالة $i' = 6\%$:

$$P_m = P(1+i')^{-n} + P \times i \times \frac{1-(1+i')^{-n}}{i'}$$

$$P_m = 7200(1+0.06)^{-5} + 7200 \times 0.06 \times \frac{1-(1+0.06)^{-5}}{0.06}$$

$$P_m = 7200(0.747258173) + 7200 \times 0.06 \times (4.212363786)$$

$\boldsymbol{P_m = 7200}$ وحدة نقدية

من خلال المثال السابق يُمكن ملاحظة ما يلي:

1- إذا كان معدل الإستثمار i' أكبر من معدل فائدة السند i، يكون ثمن شراء السند (أي قيمته السوقية) أقل من القيمة الإسمية للسند. وذلك بهدف تعويض المستثمر (حامل السند) عن الخسارة الناشئة عن النقص في معدل عائد السند عن معدل الإستثمار.

2- إذا كان معدل الإستثمار i' أقل من معدل فائدة السند i، يكون ثمن شراء السند (أي قيمته السوقية) أكبر من القيمة الإسمية للسند. وذلك لأن المستثمر (حامل السند) لديه الإستعداد في سداد الربح الناشئ عن زيادة معدل فائدة السند عن معدل الإستثمار.

3- إذا كان معدل الإستثمار i' يساوي معدل فائدة السند i، يكون ثمن شراء السند (أي قيمته السوقية) مساوي إلى القيمة الإسمية للسند. وبالتالي فليس هناك أية ضرورة للمستثمر لسداد أكثر من القيمة الإسمية كما وليس هناك تعويض يجب سداده للمستثمر لتخفيض الثمن.

حالات مختلفة لتقييم السندات:

- السندات التي تدفع فوئدها أكثر من مرة في السنة:

ويُمكن توضيح هذه الحالة من خلال المثال 6-2 أدناه. حيث أن معدل الإستثمار في السوق المالي الذي قيمته 6% يُطبق كل ستة أشهر، أي مرتين في السنة وبالتالي 16 مرة في 8 سنوات أي : $16 = 2 \times 8$. كما أن دفع الفوائد على السند كل ستة أشهر بمعل فائدة سنوي 8% فلا بد هنا من تجزئة هذا المعدل إلى جزئين، أي: $\frac{8\%}{2} = 4\%$.

مثال 6-2:

سند قيمته الإسمية 5000 وحدة نقدية يُستهلك بعد 8 سنوات بنفس القيمة وتدفع فوائده كل ستة أشهر بمعدل سنوي 8%. إذا كان معدل الإستثمار في السوق المالية 6% كل ستة أشهر.

المطلوب:

ما هو الثمن الذي يتم دفعه لشراء السند؟

الحل:

P=5000 وحدة نقدية

i=8%, i'=6%

n=8 سنوات

$$P_m = P(1+i')^{-n} + P \times i \times \frac{1-(1+i')^{-n}}{i'}$$

$$P_m = 5000(1+0.06)^{-(8\times2)} + 5000 \times \frac{0.08}{2} \times \frac{1-(1+0.06)^{-(8\times2)}}{0.06}$$

$$P_m = 5000(0.393646284) + 5000 \times 0.04 \times (10.10589527)$$

$\boldsymbol{P_m = 3989.41}$ وحدة نقدية

- سداد السند بقيمة إستهلاكية تختلف عن قيمته الإسمية:

تقوم بعض الشركات برد قيمة السند بعلاوة رد أو بحسم رد. ويتم إيجاد ثمن شراء السند بنفس القانون السابق، إلا أنه في هذه الحالة فإن القيمة الإسمية والقيمة الإستهلاكية يختلفان.

مثال 6-3:

سند قيمته الإسمية 6000 وحدة نقدية يُستهلك بعد 4 سنوات بقيمة قدرها 7100 وحدة نقدية. معدل الفائدة السنوي 3%، ومعدل الإستثمار في السوق المالي 5%.

المطلوب:

ما هو الثمن الذي يتم دفعه لشراء سند؟

الحل:

P=6000 وحدة نقدية , P'=7100 وحدة نقدية

i=3%, i'=5%

n=4

$$P_m = P'(1+i')^{-n} + P \times i \times \frac{1-(1+i')^{-n}}{i'}$$

$$P_m = 7100(1+0.05)^{-4} + 6000 \times 0.03 \times \frac{1-(1+0.05)^{-4}}{0.05}$$

$$P_m = 7100(0.822702475) + 6000 \times 0.03 \times (3.545950504)$$

$\boldsymbol{P_m = 6479.46}$ وحدة نقدية

- السندات الدائمة:

هناك نوع من السندات ليس لها تاريخ إستحقاق وتصدرها عادة الحكومات لتمويل مشروعاتها، ويستطيع حامل السند إسترداد القيمة ببيع السند في السوق المالية، لذا يُمكن حساب ثمن الشراء (القيمة الشرائية) لهذه السندات بإستخدام علاقة القيمة الحالية للدفعات الدائمة.

أي أن ثمن شراء السند هو:

$$P_m = \frac{P \times i}{i'}$$

حيث يُمثل المقدار $P \times i$ قيمة الفائدة الدورية الواحدة.

مثال 6-4:

سند دائم قيمته الإسمية 8000 وحدة نقدية، معدل فائدته السنوية 3.5%. إذا كان سعر الفائدة في السوق المالي 4%.

المطلوب:

ما هو الثمن الذي يتم دفعه لشراء السند؟

الحل:

P=8000 وحدة نقدية

i=3.5%

i'=4%

$$P_m = \frac{P \times i}{i'} = \frac{8000 \times 0.035}{0.04} = \frac{280}{0.04} = \mathbf{7000}$$ وحدة نقدية

3- الأسهم وتقييمها:

3-1- تعريف وأنواع الأسهم:

يُمكن تعريف الأسهم من خلال النوعين الذين ينطوي عليهما:

3-1-1- الأسهم العادية:

وهي الأكثر شيوعاً وتمثل حصة من رأس المال وتعطي صاحبها جملة من الحقوق. وتقوم الشركات المساهمة عادة بإصدار هذه الأسهم التي يكون لها نفس القيمة الإسمية ولها نفس الحقوق والواجبات. ومن بين مزايا هذه الأسهم أن الشركة المصدرة لهذه الأسهم لا تلتزم بدفع أرباح لحملة الأسهم إلا إذا تحققت وأُتخذ قرار بتوزيعها كلها أو بعضها، ولذلك فإنها لا تمثل عبئا على الشركة. كما أن الأسهم العادية وسيلة تمويل طويلة الأجل والشركة غير ملزمة برد قيمتها في موعد محدد لأصحابها.

3-1-2- الأسهم الممتازة:

يحمل السهم الممتاز بعض صفات السهم العادي وبعض صفات السند. فالسهم الممتاز له نصيب محدد من الأرباح بحد أعلى أو أدنى وهو بذلك يشبه السند. وهو يُمثل جزءِ من الملكية يحق لحامله المشاركة في الأرباح المتحققة وبذلك فهو يشبه السهم العادي. فالسهم الممتاز يمثل وثيقة تحمل قيمة إسمية تصدرها المنشأة ويحق لحاملة بما يعادل قيمة أسهمه ملكية جزءِ من المشروع. وتمتاز الأسهم الممتازة عن الأسهم العادية بعدة مزايا: ففي حالة تصفية المشروع لسبب ما، فأولوية السداد تُعطى لحملة الأسهم الممتازة. كما أن حامل الأسهم الممتازة يحق له أن يحصل على قدر من الأرباح قبل الأسهم العادية إذا تحقق فعلاً ربحاً يسمح بذلك. أيضاً فالأسهم الممتازة تعطي ميزة للشركة المصدرة لها وتتمثل بأن حملة هذه الأسهم لا يحق لهم الإشتراك بالإدارة وهذا مما يضمن بقاء السيطرة وإدارة الشركة بيد حملة الأسهم العادية.

3-2- تقييم الأسهم:

3-2-1- تقييم الأسهم الممتازة:

إن قيمة السهم الممتاز هي القيمة الحالية للتوزيعات النقدية التي يستلمها حامل السهم، وحيث أن السهم الممتاز له نصيب محدود من الأرباح بحد أعلى أو أدنى فإن طريقة تقييمه تختلف عن طريقة تقييم السهم العادي ويمكن حساب قيمة السهم الممتاز من خلال تطبيق المعادلة التالية:

$$S_m = \frac{D}{i'}$$

و

$$D = S \times i$$

حيث:

S_m: قيمة السهم الممتاز؛

D: تمثل التوزيعات النقدية المتأتية من السهم الممتاز؛

i': تمثل معدل العائد المطلوب على الإستثمار. وهو معدل العائد الذي يطلبه حاملوا السهم والذي يعتمد على مدى المخاطرة بأن تتعرض الشركة للإفلاس، أي أنه يأخذ بعين الإعتبار خطورة الإستثمار في الشركة؛

S: تُمثل القيمة الإسمية للسهم الممتاز؛

i: معدل الفائدة على السهم الممتاز.

مثال 6-5:

أصدرت إحدى الشركات أسهماً ممتازة بقيمة إسمية قدرها 200 وحدة نقدية على أساس معدل 6%. بفرض أن معدل العائد المطلوب على الإستثمار هو 9%.

المطلوب:

أحسب قيمة السهم الممتاز؟

الحل:

S=200 وحدة نقدية

i=6%

i'=9%

نصيب السهم الممتاز من التوزيعات:

$$D = S \times i = 200 \times 0.06 = 12 \text{ وحدة نقدية}$$

$$S_m = \frac{D}{i'} = \frac{12}{0.09} = \mathbf{133.33} \text{ وحدة نقدية}$$

3-2-2- تقييم الأسهم العادية:

تعتبر عملية تقييم الأسهم العادية أكثر تعقيداً من تقييم الأسهم الممتازة وذلك يُعزى إلى أن إمكانية تذبذب أسعار الأسهم العادية صعوداً وهبوطاً أكبر منها في أسعار الأسهم الممتازة.

وهناك العديد من العوامل التي تؤثر على عملية تقييم الأسهم العادية من أهمها:

- قدرة الشركة على تحقيق الأرباح فكلما كانت قدرتها أكبر على تحقيق الأرباح كلما إتجه سعر السهم إلى الإرتفاع والعكس بالعكس.
- التوزيعات النقدية على المساهمين: تحقيق الشركة لأية أرباح لا يعني بالضرورة إجراء عملية توزيع كل هذه الأرباح أو جزء منها على المساهمين، فلكل شركة سياسة معينة خاصة بها بالنسبة لعملية التوزيعات التي تقررها للمساهمين.
- إتجاهات النمو في الأرباح: عند دراسة إتجاهات النمو في الأرباح فإنه يتوجب الأخذ بعين الإعتبار الأرباح التي تتحقق من العمليات المتعلقة بطبيعة العمل نفسه حيث يتم إستبعاد أي أرباح عرضية ناتجة عن عمليات ليست من طبيعة عمل الشركة.
- معدل العائد المطلوب على الإستثمار والذي يمثل معدل الفائدة السائد بالإضافة إلى معدل خطورة الإستثمار في الشركة وبالتالي فمعدل العائد يختلف وفقاً لمعدلات الفائدة السائدة ونسبة الخطورة التي يحملها كل سهم.

وهناك العديد من طرق التقييم المتبعة لتقدير القيمة الحقيقية للسهم العادي من أهمها:

3-2-2-1- نموذج التوزيعات Dividends Model:

يقوم هذا النموذج على أساس أن القيمة الحقيقية للسهم تعكس المكاسب التي يحصل عليها المستثمر سواء كانت في صورة توزيعات نقدية أو أرباح رأسمالية يستلمها عند بيعه للسهم.

فإذا إفترضنا أن السهم سوف يُباع بعد n سنة، فإن القيمة الحقيقية للسهم يُمكن الحصول عليها كما يلي:

$$Z_r = \frac{D_1}{(1+i')^1} + \frac{D_2}{(1+i')^2} + \cdots + \frac{D_n}{(1+i')^n} + \frac{B}{(1+i')^n}$$

حيث:

Z_r: القيمة الحقيقية للسهم؛

$D_1, D_2, \dots, D_n$: التوزيعات المتوقعة في السنة الأولى، السنة الثانية،...، السنة n؛

B: سعر بيع السهم بعد n سنة؛

i': معدل العائد المطلوب على الإستثمار.

مثال 6-6:

إذا توقع أحد المستثمرين أنه يمكن شراء سهم إحدى الشركات بمبلغ 300 وحدة نقدية، وأنه سيتمكن من بيعه بعد أربعة سنوات بمبلغ 360 وحدة نقدية، وأنه سوف يستلم توزيعات نقدية قيمتها 7 وحدات نقدية للسهم كل سنة من السنوات الأربعة. إذا علمت أن معدل العائد المطلوب على الإستثمار هو 5%.

المطلوب:

ماهي القيمة الحقيقية للسهم؟

الحل:

D=7 وحدة نقدية

B=360 وحدة نقدية

i'=5%

n= 4 سنوات

$$Z_r = \frac{D_1}{(1+i')^1} + \frac{D_2}{(1+i')^2} + \frac{D_3}{(1+i')^3} + \frac{D_4}{(1+i')^4} + \frac{B}{(1+i')^4}$$

$$Z_r = \frac{7}{(1.05)^1} + \frac{7}{(1.05)^2} + \frac{7}{(1.05)^3} + \frac{7}{(1.05)^4} + \frac{360}{(1.05)^4}$$

$$Z_r = \frac{7}{1.05} + \frac{7}{1.1025} + \frac{7}{1.157625} + \frac{7}{1.21550625} + \frac{360}{1.21550625}$$

$\boldsymbol{Z_r = 321}$ وحدة نقدية

حالات معدل نمو التوزيعات النقدية:

هناك ثلاثة حالات لمعدل نمو التوزيعات النقدية هي:

- **معدل نمو ثابت:**

تأمل الشركات أن تقوم بإجراء توزيعات نقدية في كل سنة أكثر من السنة التي قبلها، وبالتالي تأمل هذه الشركات أن يكون هنالك نموا ثابتاً في معدل التوزيعات. فإذا إفترضنا أن إحدى الشركات وزعت في السنة الأولى وحدة نقدية واحدة على مساهميها وأن معدل نمو هذه التوزيعات هو 5% في كل سنة من السنوات اللاحقة. فبفرض أن عدد السنوات اللاحقة هو سنتين، فهذا يعني أن:

التوزيعات في السنة الثانية = $1 \times 1.05 = 1.05$ وحدة نقدية

التوزيعات في السنة الثالثة = $1.05 \times 1.05 = 1.1025$ وحدة نقدية

وإذا أردنا حساب القيمة الحقيقية للسهم في حالة معدل نمو ثابت فإننا نستخدم المعادلة التالية:

$$Z_{r_1} = \frac{D}{i'-j}, Z_{r_2} = \frac{D_1}{i'-j} = \frac{D \times j}{i'-j}, \ldots, Z_{r_n} = \frac{D_n}{i'-j} = \frac{D_{n-1} \times j}{i'-j}$$

حيث:

D: تمثل التوزيعات النقدية للسنة الحالية (السنة الأولى)؛ D_2: تمثل التوزيعات النقدية للسنة الثانية؛

D_n: تمثل التوزيعات النقدية للسنة n؛

j: معدل نمو التوزيعات النقدية .

مثال 6-7:

أجرت إحدى شركات المساهمة توزيعات في السنة الحالية قيمتها 10 وحدات نقدية للسهم الواحد. إذا علمت أن معدل العائد المطلوب على الإستثمار هو 7%، وأن نمو التوزيعات كان ثابتا وبمعدل 3%.

المطلوب:

ماهي القيمة الحقيقية للسهم في السنة الحالية والسنة القادمة؟

الحل:

D=10 وحدات نقدية

i'=7%

j=3%

$$Z_{r_1} = \frac{D}{i'-j} = \frac{10}{0.07-0.03} = \frac{10}{0.04} = \mathbf{250}$$ وحدة نقدية

$$Z_{r_2} = \frac{D_1}{i'-j} = \frac{D \times 1.03}{0.07-0.03} = \frac{10 \times 1.03}{0.04} = \frac{10.3}{0.04} = \mathbf{257.5}$$ وحدة نقدية

وإذا قمنا بحساب معدل الزيادة في القيمة الحقيقية للسهم في السنة القادمة عن السنة الحالية نجد أنها تساوي:

$$\frac{257.5-250}{250} \times 100 = 3\%$$

وهو نفس معدل نمو التوزيعات.

ويُلاحظ في نموذج معدل النمو الثابت أن توزيعات السهم وسعر السهم ينموان بنفس المعدل بمرور الوقت.

- **عدم وجود نمو في التوزيعات:**

في حالة ثبات التوزيعات النقدية على المساهمين فإنه يُمكن إستخدام نفس المعادلة المستخدمة في حالة ثبات معدل نمو التوزيعات النقدية مع حذف معدل النمو j من المعادلة. ومنه:

$$Z_r = \frac{D}{i'}$$

وبهذا فإن القيمة الحقيقية للسهم لا تتغير مع مرور السنوات.

مثال 6-8:

قامت إحدى الشركات بإجراء توزيعات نقدية في السنة الحالية قيمتها 5 وحدات نقدية للسهم الواحد. إذا علمت أن معدل العائد المطلوب على الإستثمار هو 8%.

المطلوب:

ماهي القيمة الحقيقية للسهم؟

الحل:

D=5 وحدات نقدية

i'=8%

$$Z_r = \frac{D}{i'} = \frac{5}{0.08} = \mathbf{62.5}$$ وحدة نقدية

- **معدل النمو غير ثابت:**

هنالك الكثير من الشركات التي لا تقوم بإجراء توزيعات نقدية في السنوات الأولى من عمرها لأنها تفضل إستثمار الأرباح المحتجزة لديها، ولكنها قد تقوم بعد ذلك بإجراء توزيعات بمعدلات تختلف من سنة لأخرى.

وفي حالة عدم ثبات معدل نمو التوزيعات يتم الحصول على القيمة الحقيقية للسهم كما يلي:

$$Z_r = \frac{D(1+j_1)}{1+i'} + \frac{D_1(1+j_2)}{(1+i')^2} + \cdots\cdots\cdots + \left(\frac{D_n(1+j_{n+1})}{i'-j_{n+1}}\right)\left(\frac{1}{(1+i')^n}\right)$$

حيث تمثل D_n قيمة التوزيعات النقدية في السنة الاخيرة.

مثال 6-9:

بلغت التوزيعات النقدية في السنة الماضية 5 وحدات نقدية لكل سهم من الأسهم العادية، وكانت توقعات المستثمر المعني نمو معدل تلك التوزيعات بمعدل 10% في السنة التالية (الأولى)، 6% في السنة الثانية، 4% في السنة الثالثة، 3% في السنوات التالية. معدل العائد المطلوب على الإستثمار 7.5%.

المطلوب:

ماهي القيمة الحقيقية للسهم؟

الحل:

$$Z_r = \frac{D(1+j_1)}{1+i'} + \frac{D_1(1+j_2)}{(1+i')^2} + \frac{D_2(1+j_3)}{(1+i')^3} + \left(\frac{D_n(1+j_{n+1})}{i'-j_{n+1}}\right)\left(\frac{1}{(1+i')^n}\right)$$

$$Z_r = \frac{5(1.1)}{1.075} + \frac{5.5(1.06)}{(1.075)^2} + \frac{5.83(1.04)}{(1.075)^3} + \left(\frac{6.0632(1.03)}{0.075-0.03}\right)\left(\frac{1}{(1.075)^3}\right)$$

$$Z_r = 5.11627907 + 5.04488913 + 4.88063693 + (138.779911)(0.80496057)$$

$\boldsymbol{Z_r = 126.75}$ وحدة نقدية

3-2-2-2- طريقة مضاعف الأرباح:

2-1- مفهوم مضاعف الأرباح:

تعتبر طريقة مضاعف الأرباح من أكثر الطرق إستخداماً في عملية تقدير القيمة الحقيقية للأسهم. ويعكس مضاعف الأرباح معدل سعر السهم بالنسبة إلى الأرباح السنوية للشركة وبالتالي فإن:

$$M_\pi = \frac{Z_m}{Z_\pi}$$

حيث:

M_π: مضاعف الأرباح؛

Z_m: القيمة السوقية للسهم؛

Z_π: نصيب السهم من الأرباح السنوية.

وكلما كانت هذه النسبة منخفضة كلما كان السهم أكثر جاذبية للإستثمار. حيث أن المضاعف هنا يُمثل عدد السنوات التي يضطر المستثمر أن ينتظرها حتى يتمكن من إسترجاع رأس ماله. وفي الأسواق المالية عادة فإن مضاعف الأرباح الذي يتراوح بين 12–16 مرة يكون مقبولاً، وكلما كان أقل من 12 كلما كان أكثر جاذبية للإستثمار.

مثال 6−10:

تحقق إحدى الشركات ربح صافي (بعد إقتطاع الضريبة) مبلغ قيمته 200000 وحدة نقدية، وكان عدد أسهم تلك الشركة 600000 سهم بقيمة إسمية لكل سهم وحدة نقدية واحدة. القيمة السوقية للسهم 3 وحدات نقدية.

المطلوب:

إستخرج مضاعف الأرباح؟

الحل:

$$M_\pi = \frac{Z_m}{Z_\pi} = \frac{3}{\frac{200000}{600000}} = \frac{3}{\frac{1}{3}} = \mathbf{9}$$ مرات

هذا وتختلف قيمة المضاعف من يوم لآخر أو من فترة لأخرى تبعاً للتغير الذي يجري في سعر إقفال السهم حيث نأخذ بالحسبان فقط سعر إقفال السهم في نفس اليوم الذي جرت فيه عملية التقييم.

وقد يجري مقارنة قيمة مضاعف الأرباح لأي شركة من الشركات مع مضاعف الأرباح للشركات المنافسة أو مضاعف نموذجي للأرباح كما أنه قد تجري عملية المقارنة هذه بين قيمة مضاعف الأرباح للسنة الحالية مع قيمة مضاعف الأرباح للسنوات الماضية في نفس الشركة.

ويُمكن الحصول على القيمة الحقيقية للسهم من خلال المعادلة التالي:

$$Z_r = M_\pi \times Z_\pi$$

حيث:

Z_r: القيمة الحقيقية للسهم؛

M_π: مضاعف الأرباح؛

Z_π: نصيب السهم من أرباح السنة القادمة؛

مثال 6−11:

إذا علمت أن السعر الحالي لسهم شركة مدرجة في السوق المالي هو 16 وحدة نقدية، وأن مضاعف الأرباح للسهم نفسه هو 5 مرات، وأن أرباح السهم في السنة الماضية كانت 4 وحدات نقدية وأن معدل نمو أرباح الشركة هو 8%.

المطلوب:

أحسب القيمة الحقيقية للسهم؟

الحل:

نصيب السهم من أرباح السنة الحالية $= 4(1 + 0.08) = 4.32$ وحدة نقدية

$$Z_r = M_\pi \times Z_\pi = 5 \times 4.32 = \mathbf{21.6}$$ وحدة نقدية

تمارين مقترحة:

التمرين رقم 1:

سند قيمته الإسمية 8180 وحدة نقدية يُستهلك بعد 6 سنوات بنفس القيمة وتدفع فوائده كل ستة أشهر بمعدل سنوي 4.25%. إذا كان معدل الإستثمار في السوق المالية 3.75% كل ستة أشهر.

المطلوب:

ما هو الثمن الذي يتم دفعه لشراء السند؟

التمرين رقم 2:

سند دائم قيمته الإسمية 9500 وحدة نقدية، معدل فائدته السنوية 5%. إذا كان سعر الفائدة في السوق المالي 5.25%.

المطلوب:

ما هو الثمن الذي يتم دفعه لشراء السند؟

التمرين رقم 3:

أجرت إحدى شركات المساهمة توزيعات في السنة الحالية قيمتها 8 وحدات نقدية للسهم الواحد. إذا علمت أن معدل العائد المطلوب على الإستثمار هو 5%، وأن نمو التوزيعات كان ثابتا وبمعدل 2.5%.

المطلوب:

ماهي القيمة الحقيقية للسهم في السنة الحالية والسنة القادمة؟

التمرين رقم 4:

القيمة السوقية لسهم إحدى الشركات تبلغ 30 وحدة نقدية، ومضاعف الأرباح للسهم نفسه هو 7 مرات، وأرباح السهم في السنة الماضية كانت 5.2 وحدة نقدية مع معدل نمو أرباح الشركة 7.5%.

المطلوب:

أحسب القيمة الحقيقية للسهم؟

الجداول المالية

الجدول المالي رقم 1 $(1+i)^n$

المعدل / المدة	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	4.25	4.5	4.75
1	1.01	1.0125	1.015	1.0175	1.02	1.0225	1.025	1.0275	1.03	1.0325	1.035	1.0375	1.04	1.0425	1.045	1.0475
2	1.0201	1.02515625	1.030225	1.03530625	1.0404	1.04550625	1.050625	1.05575625	1.0609	1.06605625	1.071225	1.07640625	1.0816	1.08680625	1.092025	1.09725625
3	1.030301	1.037970703	1.045678375	1.053424109	1.061208	1.069030141	1.076890625	1.084789547	1.092727	1.100703078	1.108717875	1.116771484	1.124864	1.132995516	1.141166125	1.149375922
4	1.04060401	1.050945337	1.061363551	1.071859031	1.08243216	1.093083319	1.103812891	1.114621259	1.12550881	1.136475928	1.147523001	1.158650415	1.16985856	1.181147825	1.192518601	1.203971278
5	1.05101005	1.064082154	1.077284004	1.090616564	1.104080803	1.117677693	1.131408213	1.145273344	1.159274074	1.173411396	1.187686306	1.202099806	1.216652902	1.231346608	1.246181938	1.261159914
6	1.061520151	1.077383181	1.093443264	1.109702354	1.126162419	1.142825442	1.159693418	1.176768361	1.194052297	1.211547266	1.229255326	1.247178548	1.265319018	1.283678838	1.302260125	1.32106501
7	1.072135352	1.09085047	1.109844913	1.129122145	1.148685668	1.168539014	1.188685754	1.209129491	1.229873865	1.250922552	1.272279263	1.293947744	1.315931779	1.338235189	1.36086183	1.383815598
8	1.082856706	1.104486101	1.126492587	1.148881783	1.171659381	1.194831142	1.218402898	1.242380552	1.266770081	1.291577535	1.316809037	1.342470784	1.36856905	1.395110185	1.422100613	1.449546839
9	1.093685273	1.118292177	1.143389975	1.168987214	1.195092569	1.221714843	1.24886297	1.276546017	1.304773184	1.333553805	1.362897353	1.392813439	1.423311812	1.454402367	1.48609514	1.518400313
10	1.104622125	1.13227083	1.160540825	1.18944449	1.21899442	1.249203426	1.280084544	1.311651033	1.343916379	1.376894304	1.410598761	1.445043943	1.480244285	1.516214468	1.552969422	1.590524328
11	1.115668347	1.146424215	1.177948937	1.210259769	1.243374308	1.277310504	1.312086658	1.347721436	1.384233871	1.421643369	1.459969717	1.49923309	1.539454056	1.580653583	1.622853046	1.666074234
12	1.12682503	1.160754518	1.195618171	1.231439315	1.268241795	1.30604999	1.344888824	1.384783775	1.425760887	1.467846778	1.511068657	1.555454331	1.601032219	1.64783136	1.695881433	1.74521276
13	1.13809328	1.175263949	1.213552444	1.252989503	1.29360663	1.335436115	1.378511045	1.422865329	1.468533713	1.515551799	1.56395606	1.613783869	1.665073507	1.717864193	1.772196097	1.828110366
14	1.149474213	1.189954749	1.231755731	1.274916819	1.319478763	1.365483427	1.412973821	1.461994126	1.512589725	1.564807232	1.618694522	1.674300764	1.731676448	1.790873421	1.851944922	1.914945609
15	1.160968955	1.204829183	1.250232067	1.297227864	1.345868338	1.396206804	1.448298166	1.502198964	1.557967417	1.615663467	1.675348831	1.737087043	1.800943506	1.866985542	1.935282443	2.005905525
16	1.172578645	1.219889548	1.268985548	1.319929351	1.372785705	1.427621457	1.484505621	1.543509436	1.604706439	1.66817253	1.73398604	1.802227807	1.872981246	1.946332427	2.022370153	2.101186037
17	1.184304431	1.235138167	1.288020331	1.343028115	1.400241419	1.45974294	1.521618261	1.585955945	1.652847632	1.722388137	1.794675551	1.869811349	1.947900496	2.029051555	2.11337681	2.200992374
18	1.196147476	1.250577394	1.307340636	1.366531107	1.428246248	1.492587156	1.559658718	1.629569734	1.702433061	1.778365751	1.857489196	1.939929275	2.025816515	2.115286246	2.208478766	2.305539512
19	1.20810895	1.266209612	1.326950745	1.390445401	1.456811173	1.526170367	1.598650186	1.674382901	1.753506053	1.836162638	1.922501317	2.012676623	2.106849176	2.205185912	2.307860311	2.415052639
20	1.22019004	1.282037232	1.346855007	1.414778196	1.485947396	1.560509201	1.63861644	1.720428431	1.806111235	1.895837924	1.989788863	2.088151996	2.191123143	2.298906313	2.411714025	2.529767639

المعدل / المدة	5	5.25	5.5	5.75	6	6.25	6.5	6.75	7	7.25	7.5	7.75	8	8.25	8.5	8.75
1	1.05	1.0525	1.055	1.0575	1.06	1.0625	1.065	1.0675	1.07	1.0725	1.075	1.0775	1.08	1.0825	1.085	1.0875
2	1.1025	1.10775625	1.113025	1.11830625	1.1236	1.12890625	1.134225	1.13955625	1.1449	1.15025625	1.155625	1.16100625	1.1664	1.17180625	1.177225	1.18265625
3	1.157625	1.165913453	1.174241375	1.182608859	1.191016	1.199462891	1.207949625	1.216476297	1.225043	1.233649828	1.242296875	1.250984234	1.259712	1.268480266	1.277289125	1.286138672
4	1.21550625	1.227123909	1.238824651	1.250608869	1.26247696	1.274429321	1.286466351	1.298588447	1.31079601	1.323089441	1.335469141	1.347935513	1.36048896	1.373129888	1.385858701	1.398675806
5	1.276281563	1.291547915	1.306960006	1.322518879	1.338225578	1.354081154	1.370086663	1.386243167	1.402551731	1.419013425	1.435629326	1.452400515	1.469328077	1.486413103	1.50365669	1.521059939
6	1.340095641	1.35935418	1.378842807	1.398563714	1.418519112	1.438711226	1.459142297	1.479814581	1.500730352	1.521891898	1.543301526	1.564961555	1.586874323	1.609042184	1.631467509	1.654152683
7	1.407100423	1.430720275	1.454679161	1.478981128	1.503630259	1.528630678	1.553986546	1.579702065	1.605781476	1.632229061	1.65904914	1.686246075	1.713824269	1.741788164	1.770142247	1.798891043
8	1.477455444	1.505833089	1.534686515	1.564022543	1.593848075	1.624170095	1.654995671	1.686331954	1.71818618	1.750565668	1.783477826	1.816930146	1.85093021	1.885485688	1.920604338	1.956294009
9	1.551328216	1.584889326	1.619094273	1.653953839	1.689478959	1.725680726	1.76257039	1.800159361	1.838459212	1.877481679	1.917238662	1.957742232	1.999004627	2.041038257	2.083855707	2.127469735
10	1.628894627	1.668096016	1.708144458	1.749056185	1.790847697	1.833535771	1.877137465	1.921670118	1.967151357	2.013599101	2.061031562	2.109467255	2.158924997	2.209423914	2.260983442	2.313623337
11	1.710339358	1.755671057	1.802092404	1.849626915	1.898298558	1.948131757	1.999151401	2.051382851	2.104851952	2.159585035	2.215608929	2.272950968	2.331638997	2.391701386	2.453167034	2.516065379
12	1.795856326	1.847843787	1.901207486	1.955980463	2.012196472	2.069889992	2.129096242	2.189851194	2.252191589	2.316154951	2.381779599	2.449104668	2.518170117	2.589016751	2.661686232	2.7362211
13	1.885649142	1.944855586	2.005773897	2.068449339	2.13292826	2.199258116	2.267487497	2.337666149	2.409845	2.484076184	2.560413069	2.638910279	2.719623726	2.802610633	2.887929562	2.975640446
14	1.979931599	2.046960504	2.116091462	2.187385177	2.260903956	2.336711749	2.414874185	2.495458614	2.57853415	2.664171708	2.752444049	2.843425826	2.937193624	3.03382601	3.133403575	3.236008985
15	2.078928179	2.154425931	2.232476492	2.313159824	2.396558193	2.482756233	2.571841007	2.663902071	2.759031541	2.857324157	2.958877353	3.063791327	3.172169114	3.284116656	3.399742879	3.519159771
16	2.182874588	2.267533292	2.355262699	2.446166514	2.540351685	2.637928497	2.739010672	2.843715461	2.952163749	3.064480158	3.180793154	3.301235155	3.425942643	3.55505628	3.688721024	3.827086251
17	2.292018318	2.38657879	2.484802148	2.586821089	2.692772786	2.802799028	2.917046366	3.035666254	3.158815211	3.286654969	3.419352641	3.55708088	3.700018055	3.848348423	4.002262311	4.161956298
18	2.406619234	2.511874176	2.621466266	2.735563301	2.854339153	2.977973968	3.106654379	3.240573726	3.379932276	3.524937455	3.675804089	3.832754648	3.996019499	4.165837168	4.342454607	4.526127474
19	2.526950195	2.643747571	2.765646911	2.892858191	3.025599502	3.164097341	3.308586914	3.459312453	3.616527535	3.78049542	3.951489396	4.129793133	4.315701059	4.509518734	4.711563249	4.922163628
20	2.653297705	2.782544318	2.917757491	3.059197537	3.207135472	3.361853425	3.523645064	3.692816043	3.869684462	4.054581338	4.2478511	4.449852101	4.660957144	4.88155403	5.112046125	5.352852945

الجدول المالي رقم 2 $(1+i)^{-n}$

المعدل / المدة	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	4.25	4.5	4.75
1	0.99009901	0.987654321	0.985221675	0.982800983	0.980392157	0.97799511	0.975609756	0.97323601	0.970873786	0.968523002	0.966183575	0.963855422	0.961538462	0.959232614	0.956937799	0.954653938
2	0.980296049	0.975461058	0.970661749	0.965897772	0.961168781	0.956474435	0.951814396	0.947188331	0.942595909	0.938036806	0.9335107	0.929017274	0.924556213	0.920127208	0.915729951	0.911364141
3	0.970590148	0.963418329	0.956316994	0.949285279	0.942322335	0.935427321	0.928599411	0.921837791	0.915141659	0.908510224	0.901942706	0.895438336	0.888996359	0.882616026	0.876296604	0.870037366
4	0.960980344	0.951524275	0.94218423	0.932958506	0.923845426	0.914843345	0.905950645	0.897165734	0.888487048	0.87991305	0.871442228	0.863073095	0.854804191	0.846634078	0.838561344	0.830584598
5	0.951465688	0.939777062	0.928260325	0.916912536	0.90573081	0.894712318	0.883854288	0.873153999	0.862608784	0.852216029	0.841973167	0.831877682	0.821927107	0.81211902	0.802451047	0.792920857
6	0.942045235	0.928174876	0.914542193	0.901142542	0.887971382	0.875024272	0.862296866	0.849784914	0.837484257	0.825390827	0.813500644	0.801809814	0.790314526	0.77901105	0.767895738	0.756965019
7	0.932718055	0.916715927	0.901026791	0.885643776	0.870560179	0.855769459	0.841265235	0.827041278	0.813091511	0.799410002	0.785990961	0.772828737	0.759917813	0.747252806	0.734828458	0.722639636
8	0.923483222	0.905398446	0.887711124	0.870411573	0.853490371	0.836938346	0.820746571	0.804906354	0.789409234	0.774246975	0.759411556	0.744895168	0.730690205	0.716789262	0.703185127	0.689870774
9	0.914339824	0.894220688	0.87459224	0.855441349	0.836755266	0.81852161	0.800728362	0.783363848	0.766416732	0.749876005	0.733730972	0.717971246	0.702586736	0.687567638	0.672904428	0.658587851
10	0.905286955	0.883180926	0.861667232	0.840728599	0.8203483	0.800510132	0.781198402	0.762397906	0.744093915	0.72627216	0.708918814	0.692020478	0.675564169	0.659537302	0.643927682	0.628723486
11	0.896323718	0.872277458	0.848933233	0.826268893	0.804263039	0.782894995	0.762144782	0.741993095	0.722421277	0.703411293	0.684945714	0.66700769	0.649580932	0.63264969	0.616198739	0.600213352
12	0.887449225	0.8615086	0.836387422	0.81205788	0.788493176	0.765667477	0.743555885	0.722134399	0.70137988	0.681270017	0.661783298	0.642898978	0.62459705	0.606858216	0.589663865	0.57299604
13	0.878662599	0.850872692	0.824027017	0.798091283	0.773032525	0.748819048	0.725420376	0.702807201	0.68095134	0.659825683	0.639404153	0.619661666	0.600574086	0.582118193	0.564271641	0.547012926
14	0.86996297	0.840368091	0.811849277	0.784364897	0.757875025	0.732341367	0.707727196	0.683997276	0.661117806	0.639056351	0.61778179	0.597264256	0.577475083	0.558386756	0.539972862	0.522208044
15	0.861349475	0.829993176	0.799851505	0.770874592	0.74301473	0.716226276	0.690465557	0.66569078	0.641861947	0.618940776	0.596890619	0.575676391	0.555264503	0.535622787	0.516720442	0.498527965
16	0.852821262	0.819746347	0.788031039	0.757616307	0.728445814	0.700465796	0.673624934	0.647874238	0.623166939	0.599458379	0.576705912	0.554868811	0.533908176	0.513786847	0.494469323	0.475921685
17	0.844377487	0.809626021	0.77638526	0.744586051	0.714162562	0.685052123	0.657195057	0.630534538	0.605016446	0.580589229	0.557203779	0.534813312	0.513373246	0.4928411	0.473176385	0.454340511
18	0.836017314	0.799630638	0.764911587	0.731779902	0.700159375	0.669977626	0.641165909	0.613658918	0.587394608	0.562314023	0.53836114	0.51548271	0.493628121	0.472749256	0.452800369	0.433737958
19	0.827739915	0.789758655	0.753607474	0.719194007	0.68643076	0.655234842	0.625527716	0.597234957	0.570286027	0.544614066	0.52015569	0.496850805	0.474642424	0.453476505	0.433301788	0.41406965
20	0.81954447	0.780008548	0.742470418	0.706824577	0.672971333	0.640816472	0.610270943	0.581250566	0.553675754	0.52747125	0.502565884	0.478892342	0.456386946	0.434989453	0.41464286	0.395293222

المعدل / المدة	5	5.25	5.5	5.75	6	6.25	6.5	6.75	7	7.25	7.5	7.75	8	8.25	8.5	8.75
1	0.952380952	0.950118765	0.947867299	0.945626478	0.943396226	0.941176471	0.938967136	0.93676815	0.934579439	0.932400932	0.930232558	0.928074246	0.925925926	0.923787529	0.921658986	0.91954023
2	0.907029478	0.902725667	0.898452416	0.894209435	0.88999644	0.885813149	0.881659283	0.877534567	0.873438728	0.869371499	0.865332612	0.861321806	0.85733882	0.853383398	0.849455287	0.845554234
3	0.863837599	0.857696596	0.851613664	0.845588118	0.839619283	0.833706493	0.827849092	0.822046432	0.816297877	0.810602796	0.80496057	0.799370586	0.793832241	0.788344941	0.782908098	0.777521135
4	0.822702475	0.81491363	0.807216743	0.799610514	0.792093663	0.784664935	0.777323091	0.770066916	0.762895212	0.755806803	0.74880053	0.741875253	0.735029853	0.728263225	0.721574284	0.714961963
5	0.783526166	0.774264732	0.765134354	0.756132873	0.747258173	0.738508174	0.729880837	0.72137416	0.712986179	0.704714968	0.696558632	0.688515316	0.680583197	0.672760485	0.665045423	0.657436288
6	0.746215397	0.735643451	0.725245833	0.715019266	0.70496054	0.695066516	0.685334119	0.675760337	0.666342224	0.657076893	0.647961518	0.638993333	0.630169627	0.621487746	0.612945091	0.604539115
7	0.71068133	0.698948647	0.687436809	0.67614115	0.665057114	0.654180251	0.643506215	0.633030761	0.622749742	0.612659108	0.602754901	0.593033256	0.583490395	0.574122629	0.564926351	0.555898037
8	0.676839362	0.664084225	0.651598871	0.639376974	0.627412371	0.61569906	0.604231188	0.593003055	0.582009105	0.571243923	0.560702233	0.550378892	0.540268885	0.530367325	0.520669448	0.511170609
9	0.644608916	0.630958884	0.617629261	0.604611795	0.591898464	0.579481468	0.567353228	0.555506374	0.543933743	0.532628367	0.521583473	0.510792475	0.500248967	0.48994672	0.479879675	0.470041939
10	0.613913254	0.599485875	0.585430579	0.571736922	0.558394777	0.545394323	0.532726036	0.520380678	0.508349292	0.496623186	0.485193928	0.474053341	0.463193488	0.45260667	0.442285415	0.432222473
11	0.584679289	0.569582779	0.554910502	0.540649572	0.526787525	0.513312304	0.50021224	0.487476045	0.475092796	0.463051921	0.451343189	0.439956697	0.428882859	0.418112397	0.407636327	0.397445952
12	0.556837418	0.541171287	0.525981518	0.51125255	0.496969364	0.483117462	0.469682854	0.456652033	0.444011959	0.431750043	0.419854129	0.40831248	0.397113759	0.386247018	0.375701684	0.365467542
13	0.530321351	0.514176995	0.498560681	0.483453948	0.468839022	0.454698788	0.441016765	0.42777708	0.414964448	0.402564143	0.390561981	0.378944297	0.367697925	0.356810178	0.346268833	0.336062108
14	0.505067953	0.488529211	0.472569366	0.457166854	0.442300964	0.4279518	0.414100249	0.400727944	0.387817241	0.375351182	0.363313471	0.351688442	0.340461041	0.329616793	0.319141782	0.309022628
15	0.481017098	0.464160771	0.447933048	0.432309082	0.417265061	0.402778165	0.388826524	0.375389175	0.36244602	0.349977792	0.337966019	0.326392986	0.315241705	0.304495883	0.294139891	0.284158738
16	0.458111522	0.441007858	0.424581088	0.408802914	0.393646284	0.379085332	0.365095328	0.351652623	0.338734598	0.32631962	0.314386995	0.302916924	0.291890468	0.281289499	0.271096674	0.261295391
17	0.436296688	0.419009841	0.402446529	0.38657486	0.371364419	0.356786195	0.342812515	0.329416977	0.31657439	0.304260718	0.292453018	0.281129396	0.270268951	0.259851731	0.249858686	0.240271624
18	0.415520655	0.398109113	0.381465904	0.365555423	0.350343791	0.335798772	0.321889685	0.308587332	0.295863916	0.283692977	0.272049319	0.260908952	0.250249029	0.240047789	0.230284503	0.220939425
19	0.395733957	0.378250939	0.361579056	0.345678887	0.33051301	0.316045903	0.302243836	0.289074784	0.276508333	0.264515596	0.253069134	0.242142879	0.231712064	0.221753153	0.212243781	0.203162689
20	0.376889483	0.359383315	0.342728963	0.326883108	0.311804727	0.297454967	0.283797029	0.270796051	0.258419003	0.246634589	0.235413148	0.22472657	0.214548207	0.204852798	0.195616388	0.186816266

الجدول المالي رقم 3

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

المعدل / المدة	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	4.25	4.5	4.75
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2.01	2.0125	2.015	2.0175	2.02	2.0225	2.025	2.0275	2.03	2.0325	2.035	2.0375	2.04	2.0425	2.045	2.0475
3	3.0301	3.03765625	3.045225	3.05280625	3.0604	3.06800625	3.075625	3.08325625	3.0909	3.09855625	3.106225	3.11390625	3.1216	3.12930625	3.137025	3.14475625
4	4.060401	4.075626953	4.090903375	4.106230359	4.121608	4.137036391	4.152515625	4.168045797	4.183627	4.199259328	4.214942875	4.230677734	4.246464	4.262301766	4.278191125	4.294132172
5	5.10100501	5.12657229	5.152266926	5.178089391	5.20404016	5.230119709	5.256328516	5.282667056	5.30913581	5.335735256	5.362465876	5.389328149	5.41632256	5.443449591	5.470709726	5.49810345
6	6.15201506	6.190654444	6.22955093	6.268705955	6.308120963	6.347797403	6.387736729	6.4279404	6.468409884	6.509146652	6.550152181	6.591427955	6.632975462	6.674796198	6.716891663	6.759263364
7	7.213535211	7.268037624	7.322994193	7.378408309	7.434283382	7.490622844	7.547430147	7.604708761	7.662462181	7.720693918	7.779407508	7.838606503	7.898294481	7.958475037	8.019151788	8.080328374
8	8.285670563	8.358888095	8.432839106	8.507530455	8.58296905	8.659161858	8.7361159	8.813838252	8.892336046	8.971616471	9.05168677	9.132554247	9.21422626	9.296710226	9.380013619	9.464143971
9	9.368527268	9.463374196	9.559331693	9.656412238	9.754628431	9.853993	9.954518798	10.0562188	10.15910613	10.26319401	10.36849581	10.47502503	10.58279531	10.69182041	10.80211423	10.91369081
10	10.46221254	10.58166637	10.70272167	10.82539945	10.949721	11.07570784	11.20338177	11.33276482	11.46387931	11.59674781	11.73139316	11.86783847	12.00610712	12.14622278	12.28820937	12.43209112
11	11.56683467	11.7139372	11.86326249	12.01484394	12.16871542	12.32491127	12.48346631	12.64441585	12.80779569	12.97364212	13.14199192	13.31288241	13.48635141	13.66243725	13.84117879	14.02261545
12	12.68250301	12.86036142	13.04121143	13.22510371	13.41208973	13.60222177	13.79555297	13.99213729	14.19202956	14.39528548	14.60196164	14.8121155	15.02580546	15.24309083	15.46403184	15.68868969
13	13.80932804	14.02111594	14.2368296	14.45654303	14.68033152	14.90827176	15.14044179	15.37692107	15.61779045	15.86313226	16.1130303	16.36756983	16.62683768	16.89092219	17.15991327	17.43390245
14	14.94742132	15.19637988	15.45038205	15.70953253	15.97393815	16.24370788	16.51895284	16.79978639	17.08632416	17.37868406	17.67698636	17.9813537	18.29191119	18.60878638	18.93210937	19.26201281
15	16.09689554	16.38633463	16.68213778	16.98444935	17.29341692	17.6091913	17.93192666	18.26178052	18.59891389	18.94349129	19.29568088	19.65565447	20.02358764	20.3996598	20.78405429	21.17695842
16	17.25786449	17.59116382	17.93236984	18.28167721	18.63928525	19.00539811	19.38022483	19.76397948	20.1568813	20.55915476	20.97102971	21.39274151	21.82453114	22.26664534	22.71933673	23.18286395
17	18.43044314	18.81105336	19.20135539	19.60160656	20.01207096	20.43301957	20.86473045	21.30748892	21.76158774	22.22732729	22.70501575	23.19496932	23.69751239	24.21297777	24.74170689	25.28404998
18	19.61474757	20.04619153	20.48937572	20.94463468	21.41231238	21.89276251	22.38634871	22.89344487	23.41443537	23.94971543	24.4996913	25.06478067	25.64541288	26.24202933	26.8550837	27.48504236
19	20.81089504	21.29676893	21.79671636	22.31116578	22.84055863	23.38534966	23.94600743	24.5230146	25.11686844	25.72808118	26.3571805	27.00470994	27.6712294	28.35731557	29.06356246	29.79058187
20	22.01900399	22.56297854	23.1236671	23.70161119	24.2973698	24.91152003	25.54465761	26.1973975	26.87037449	27.56424382	28.27968181	29.01738656	29.77807858	30.56250149	31.37142277	32.20563451

المعدل / المدة	5	5.25	5.5	5.75	6	6.25	6.5	6.75	7	7.25	7.5	7.75	8	8.25	8.5	8.75
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2.05	2.0525	2.055	2.0575	2.06	2.0625	2.065	2.0675	2.07	2.0725	2.075	2.0775	2.08	2.0825	2.085	2.0875
3	3.1525	3.16025625	3.168025	3.17580625	3.1836	3.19140625	3.199225	3.20705625	3.2149	3.22275625	3.230625	3.23850625	3.2464	3.25430625	3.262225	3.27015625
4	4.310125	4.326169703	4.342266375	4.358415109	4.374616	4.390869141	4.407174625	4.423532547	4.439943	4.456406078	4.472921875	4.489490484	4.506112	4.522786516	4.539514125	4.556294922
5	5.52563125	5.553293613	5.581091026	5.609023978	5.63709296	5.665298462	5.693640976	5.722120994	5.75073901	5.779495519	5.808391016	5.837425997	5.86660096	5.895916403	5.925372826	5.954970728
6	6.801912813	6.844841527	6.888051032	6.931542857	6.975318538	7.019379616	7.063727639	7.108364161	7.153290741	7.198508944	7.244020342	7.289826512	7.335929037	7.382329506	7.429029516	7.476030666
7	8.142008453	8.204195707	8.266893839	8.330106571	8.39383765	8.458090842	8.522869936	8.588178742	8.654021093	8.720400842	8.787321867	8.854788066	8.92280336	8.991371691	9.060497025	9.130183349
8	9.549108876	9.634915982	9.721573	9.809087699	9.897467909	9.986721519	10.07685648	10.16788081	10.25980257	10.3526299	10.44637101	10.54103414	10.63662763	10.73315986	10.83063927	10.92907439
9	11.02656432	11.14074907	11.25625951	11.37311024	11.49131598	11.61089161	11.73185215	11.85421276	11.97798875	12.10319557	12.22984883	12.35796429	12.48755784	12.61864554	12.75124361	12.8853684
10	12.57789254	12.7256384	12.87535379	13.02706408	13.18079494	13.33657234	13.49442254	13.65437212	13.81644796	13.98067725	14.1470875	14.31570652	14.48656247	14.6596838	14.83509932	15.01283814
11	14.20678716	14.39373441	14.58349825	14.77612027	14.97164264	15.17010811	15.37156001	15.57604224	15.78359932	15.99427635	16.20811906	16.42517377	16.64548746	16.86910771	17.09608276	17.32646147
12	15.91712652	16.14940547	16.38559065	16.62574718	16.8699412	17.11823987	17.37071141	17.62742509	17.88845127	18.15386139	18.42372799	18.69812474	18.97712646	19.2608091	19.54924979	19.84252685
13	17.71298285	17.99724926	18.28679814	18.58172764	18.88213767	19.18812986	19.49980765	19.81727629	20.14064286	20.47001634	20.80550759	21.14722941	21.49529658	21.84982585	22.21093603	22.57874795
14	19.59863199	19.94210484	20.29257203	20.65017698	21.01506593	21.38738798	21.76729515	22.15494244	22.55048786	22.95409252	23.36592066	23.78613969	24.2149203	24.65243648	25.09886559	25.5543884
15	21.57856359	21.98906535	22.4086635	22.83756216	23.27596988	23.72409973	24.18216933	24.65040105	25.12902201	25.61826423	26.1183647	26.62956552	27.15211393	27.68626249	28.23226916	28.79039738
16	23.65749177	24.14349128	24.64113999	25.15072198	25.67252808	26.20685596	26.75401034	27.31430312	27.88805355	28.47558839	29.07724206	29.69335684	30.32428304	30.97037915	31.63201204	32.30955715
17	25.84036636	26.41102457	26.99640269	27.5968885	28.21287976	28.84478446	29.49302101	30.15801858	30.8402173	31.54006854	32.25803521	32.994592	33.75022569	34.52543543	35.32073306	36.13664341
18	28.13238467	28.79760336	29.48120483	30.18370959	30.90565255	31.64758348	32.41006738	33.19368484	33.99903251	34.82672351	35.67738785	36.55167288	37.45024374	38.37378385	39.32299538	40.2985997
19	30.53900391	31.30947754	32.1026711	32.91927289	33.7599917	34.62555745	35.51672176	36.43425856	37.37896479	38.35166097	39.35319194	40.38442753	41.44626324	42.53962102	43.66544998	44.82472718
20	33.0659541	33.95322511	34.86831801	35.81213108	36.7855912	37.78965479	38.82530867	39.89357101	40.99549232	42.13215639	43.30468134	44.51422066	45.7619643	47.04913975	48.37701323	49.74689081

الجدول المالي رقم 4

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

المعدل / المدة	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	4.25	4.5	4.75
1	0.99009901	0.987654321	0.985221675	0.982800983	0.980392157	0.97799511	0.975609756	0.97323601	0.970873786	0.968523002	0.966183575	0.963855422	0.961538462	0.959232614	0.956937799	0.954653938
2	1.970395059	1.963115379	1.955883424	1.948698755	1.941560938	1.934469545	1.927424152	1.92042434	1.913469696	1.906559809	1.899694275	1.892872696	1.886094675	1.879359821	1.87266775	1.866018079
3	2.940985207	2.926533707	2.912200417	2.897984034	2.883883273	2.869896866	2.856023563	2.842262132	2.828611355	2.815070033	2.801636981	2.788311032	2.775091033	2.761975848	2.748964354	2.736055446
4	3.901965552	3.878057983	3.854384648	3.83094254	3.807728699	3.784740211	3.761974208	3.739427865	3.717098403	3.694983082	3.673079209	3.651384127	3.629895224	3.608609926	3.587525698	3.566640043
5	4.853431239	4.817835045	4.782644973	4.747855076	4.713459509	4.679452529	4.645828496	4.612581864	4.579707187	4.547199111	4.515052375	4.483261809	4.451822331	4.420728946	4.389976744	4.359560901
6	5.795476475	5.746009921	5.697187165	5.648997617	5.601430891	5.554476801	5.508125362	5.462366778	5.417191444	5.372589938	5.32855302	5.285071623	5.242136857	5.199739996	5.157872483	5.11652592
7	6.728194529	6.662725847	6.598213956	6.534641393	6.471991069	6.41024626	6.349390597	6.289408056	6.230282955	6.17199994	6.11454398	6.05790036	6.00205467	5.946992802	5.89270094	5.839165556
8	7.651677752	7.568124294	7.48592508	7.405052966	7.32548144	7.247184607	7.170137167	7.09431441	7.01969219	6.946246915	6.873955537	6.802795528	6.732744875	6.663782064	6.595886067	6.52903633
9	8.566017576	8.462344982	8.36051732	8.260494316	8.162236706	8.065706217	7.970865529	7.877678258	7.786108922	7.696122921	7.607686509	7.520766774	7.435331611	7.351349702	7.268790495	7.187624181
10	9.471304531	9.345525908	9.222184552	9.101222915	8.982585006	8.866216349	8.752063931	8.640076163	8.530202837	8.42239508	8.316605323	8.212787252	8.110895779	8.010887004	7.912718177	7.816347667
11	10.36762825	10.21780337	10.07111779	9.927491808	9.786848045	9.649111344	9.514208713	9.382069259	9.252624113	9.125806373	9.001551036	8.879794941	8.760476711	8.643536695	8.528916916	8.416561019
12	11.25507747	11.07931197	10.90750521	10.73954969	10.57534122	10.41477882	10.2577646	10.10420366	9.954003994	9.807076391	9.663334335	9.522693919	9.38507376	9.250394911	9.118580781	8.989557058
13	12.13374007	11.93018466	11.73153222	11.53764097	11.34837375	11.16359787	10.98318497	10.80701086	10.63495533	10.46690207	10.30273849	10.14235558	9.985647847	9.832513104	9.682852422	9.536569984
14	13.00370304	12.77055275	12.5433815	12.32200587	12.10624877	11.89593924	11.69091217	11.49100814	11.29607314	11.10595842	10.92052028	10.73961984	10.56312293	10.39089986	10.22282528	10.05877803
15	13.86505252	13.60054592	13.34323301	13.09288046	12.8492635	12.61216551	12.38137773	12.15669892	11.93793509	11.7248992	11.5174109	11.31529623	11.11838743	10.92652265	10.73954573	10.55730599
16	14.71787378	14.42029227	14.13126405	13.85049677	13.57770931	13.31263131	13.05500266	12.80457315	12.56110203	12.32435758	12.09411681	11.87016504	11.65229561	11.44030949	11.23401505	11.03322768
17	15.56225127	15.22991829	14.90764931	14.59508282	14.29187188	13.99768343	13.71219772	13.43510769	13.16611847	12.90494681	12.65132059	12.40497835	12.16566885	11.93315059	11.70719143	11.48756819
18	16.39826858	16.02954893	15.67256089	15.32686272	14.99203125	14.66766106	14.35336363	14.04876661	13.75351308	13.46726083	13.18968173	12.92046106	12.65929697	12.40589985	12.1599918	11.92130615
19	17.2260085	16.81930759	16.42616837	16.04605673	15.67846201	15.3228959	14.97889134	14.64600157	14.32379911	14.0118749	13.70983742	13.41731187	13.1339394	12.85937636	12.59329359	12.3353758
20	18.04555297	17.59931613	17.16863879	16.7528813	16.35143334	15.96371237	15.58916229	15.22725213	14.87747486	14.53934615	14.2124033	13.89620421	13.59032634	13.29436581	13.00793645	12.73066902

المعدل / المدة	5	5.25	5.5	5.75	6	6.25	6.5	6.75	7	7.25	7.5	7.75	8	8.25	8.5	8.75
1	0.952380952	0.950118765	0.947867299	0.945626478	0.943396226	0.941176471	0.938967136	0.93676815	0.934579439	0.932400932	0.930232558	0.928074246	0.925925926	0.923787529	0.921658986	0.91954023
2	1.859410431	1.852844432	1.846319714	1.839835913	1.833392666	1.826989619	1.820626419	1.814302717	1.808018168	1.801772431	1.79556517	1.789396052	1.783264746	1.777170927	1.771114273	1.765094464
3	2.723248029	2.710541028	2.697933378	2.685424031	2.673011949	2.660696112	2.648475511	2.636349149	2.624316044	2.612375227	2.60052574	2.588766638	2.577096987	2.565515868	2.554022371	2.542615599
4	3.545950504	3.525454659	3.505150122	3.485034544	3.465105613	3.445361047	3.425798602	3.406416065	3.387211256	3.36818203	3.34932627	3.330641891	3.31212684	3.293779093	3.275596656	3.257577563
5	4.329476671	4.299719391	4.270284476	4.241167418	4.212363786	4.183869221	4.155679438	4.127790224	4.100197436	4.072896998	4.045884902	4.019157207	3.992710037	3.966539578	3.940642079	3.915013851
6	5.075692067	5.035362841	4.995530309	4.956186684	4.917324326	4.878935737	4.841013557	4.803550562	4.76653966	4.729973891	4.69384642	4.65815054	4.622879664	4.588027324	4.55358717	4.519552966
7	5.786373397	5.734311488	5.682967117	5.632327833	5.58238144	5.533115988	5.484519772	5.436581322	5.389289402	5.342632998	5.296601321	5.251183796	5.206370059	5.162149953	5.11851352	5.075451003
8	6.463212759	6.398395713	6.334565988	6.271704807	6.209793811	6.148815047	6.088750959	6.029584377	5.971298506	5.913876921	5.857303555	5.801562688	5.746638944	5.692517277	5.639182968	5.586621612
9	7.107821676	7.029354597	6.952195249	6.876316602	6.801692274	6.728296515	6.656104187	6.585090751	6.515232249	6.446505288	6.378887028	6.312355163	6.246887911	6.182463997	6.119062643	6.056663552
10	7.721734929	7.628840472	7.537625829	7.448053525	7.360087051	7.273690838	7.188830223	7.10547143	7.023581541	6.943128474	6.864080956	6.786408504	6.710081399	6.635070667	6.561348058	6.488886024
11	8.306414218	8.198423251	8.09253633	7.988703097	7.886874577	7.787003141	7.689042463	7.592947475	7.498674337	7.406180395	7.315424145	7.226365201	7.138964258	7.053183065	6.968984386	6.886331976
12	8.863251636	8.739594538	8.618517849	8.499955647	8.38384394	8.270120604	8.158725317	8.049599508	7.942686297	7.837930438	7.735278275	7.634677681	7.536078017	7.439430083	7.34468607	7.251799519
13	9.393572987	9.253771533	9.11707853	8.983409595	8.852682963	8.724819392	8.599742082	8.477376589	8.357650744	8.240494581	8.125840255	8.013621977	7.903775942	7.796240261	7.690954903	7.587861626
14	9.89864094	9.742300744	9.589647895	9.440576449	9.294983927	9.152771192	9.01384233	8.878104533	8.745467985	8.615845763	8.489153726	8.36531042	8.244236983	8.125857054	8.010096685	7.896884254
15	10.37965804	10.20646151	10.03758094	9.872885531	9.712248988	9.555549357	9.402668855	9.253493707	9.107914005	8.965823556	8.827119745	8.691703406	8.559478688	8.430352937	8.304236576	8.181042992
16	10.83776956	10.64746937	10.46216203	10.28168845	10.10589527	9.934634689	9.767764183	9.60514633	9.446648603	9.292143175	9.14150674	8.99462033	8.851369155	8.711642436	8.57533325	8.442338384
17	11.27406625	11.06647921	10.86460856	10.66826331	10.47725969	10.29142088	10.1105767	9.934563307	9.763222993	9.596403893	9.433959758	9.275749726	9.121638107	8.971494167	8.825191935	8.682610008
18	11.6895869	11.46458833	11.24607447	11.03381873	10.82760348	10.62721966	10.43246638	10.24315064	10.05908691	9.88009687	9.706009077	9.536658679	9.371887136	9.211541956	9.055476438	8.903549433
19	12.08532086	11.84283926	11.60765352	11.37949762	11.15811649	10.94326556	10.73471022	10.53222542	10.33559524	10.14461247	9.959078211	9.778801558	9.6035992	9.433295109	9.267720219	9.106712122
20	12.46221034	12.20222258	11.95038248	11.70638072	11.46992122	11.24072053	11.01850725	10.80302147	10.59401425	10.39124705	10.19449136	10.00352813	9.818147407	9.638147907	9.463336608	9.293528388

الجدول المالي رقم 5

$$\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

المعدل / المدة	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	4.25	4.5	4.75
1	1.01	1.0125	1.015	1.0175	1.02	1.0225	1.025	1.0275	1.03	1.0325	1.035	1.0375	1.04	1.0425	1.045	1.0475
2	0.507512438	0.50939441	0.511277916	0.513162949	0.515049505	0.516937577	0.51882716	0.520718249	0.522610837	0.52450492	0.526400491	0.528297546	0.530196078	0.532096083	0.533997555	0.535900488
3	0.340022111	0.341701173	0.34338296	0.345067464	0.346754673	0.348444577	0.350137167	0.351832433	0.353530363	0.355230949	0.356934181	0.358640047	0.360348539	0.362059647	0.36377336	0.365489669
4	0.256281094	0.257861023	0.259444786	0.261032367	0.262623753	0.264218928	0.265817878	0.267420588	0.269027045	0.270637234	0.272251139	0.273868748	0.275490045	0.277115017	0.278743648	0.280375925
5	0.2060398	0.207562108	0.209089323	0.210621425	0.212158394	0.213700213	0.215246861	0.21679832	0.218354571	0.219915595	0.221481373	0.223051886	0.224627113	0.226207038	0.22779164	0.229380899
6	0.172548367	0.17403381	0.175525215	0.177022557	0.178525812	0.180034958	0.181549971	0.183070826	0.1845975	0.186129969	0.187668209	0.189212195	0.190761903	0.192317308	0.193878388	0.195445116
7	0.148628283	0.150088721	0.151556165	0.153030586	0.154511956	0.156000247	0.15749543	0.158997475	0.160506354	0.162022037	0.163544494	0.165073696	0.166609612	0.168152213	0.169701468	0.171257347
8	0.130690292	0.132133136	0.133584025	0.135042923	0.136509799	0.137984618	0.139467346	0.140957948	0.142456389	0.143962634	0.145476647	0.146998391	0.148527832	0.150064932	0.151609653	0.15316196
9	0.116740363	0.118170555	0.119609823	0.121058131	0.122515437	0.123981704	0.12545689	0.126940955	0.128433857	0.129935555	0.131446005	0.132965166	0.134492993	0.136029442	0.13757447	0.139128031
10	0.105582077	0.107003074	0.108434178	0.109875344	0.111326528	0.112787683	0.114258763	0.11573972	0.117230507	0.118731072	0.120241368	0.121761342	0.123290944	0.124830122	0.126378822	0.127936991
11	0.096454076	0.097868393	0.099293844	0.100730378	0.102177943	0.103636487	0.105105956	0.106586295	0.108077448	0.109579358	0.111091966	0.112615213	0.114149039	0.115693383	0.117248182	0.118813373
12	0.088848789	0.090258312	0.091679993	0.093113774	0.094559597	0.096017402	0.097487127	0.09896871	0.100462085	0.101967188	0.103483949	0.105012301	0.106552173	0.108103493	0.109666189	0.111240186
13	0.08241482	0.083820999	0.085240357	0.08667283	0.088118353	0.089576856	0.091048271	0.092532525	0.094029544	0.095539252	0.097061573	0.098596425	0.100143728	0.101703399	0.103275353	0.104859504
14	0.076901172	0.078305146	0.079723319	0.081155618	0.08260197	0.084062299	0.085536525	0.087024566	0.088526339	0.090041756	0.091570729	0.093113166	0.094668973	0.096238056	0.097820316	0.099415654
15	0.07212378	0.07352646	0.074944356	0.076377387	0.077825472	0.079288525	0.080766456	0.082259173	0.08376658	0.08528858	0.086825069	0.088375945	0.0899411	0.091520425	0.093113808	0.094721134
16	0.067944597	0.069346722	0.070765078	0.072199576	0.073650126	0.07511663	0.076598989	0.078097098	0.079610849	0.081140132	0.082684831	0.084244827	0.085819999	0.087410223	0.089015369	0.090635309
17	0.064258055	0.065660234	0.067079657	0.068516226	0.069969841	0.071440393	0.07292777	0.074431856	0.075952529	0.077489665	0.079043132	0.080612797	0.082198522	0.083800166	0.085417583	0.087050626
18	0.060982048	0.062384787	0.063805782	0.065244924	0.066702102	0.068177196	0.069670081	0.071180626	0.072708696	0.07425415	0.075816841	0.077396619	0.078993328	0.080606809	0.082236898	0.083883426
19	0.058051754	0.05945548	0.06087847	0.062320607	0.063781766	0.065261815	0.066760615	0.068278021	0.069813881	0.071368037	0.072940325	0.074530577	0.076138618	0.077764269	0.079407344	0.081067656
20	0.055415315	0.05682039	0.058245736	0.059691225	0.061156718	0.062642071	0.064147129	0.065671731	0.067215708	0.068778884	0.070361077	0.071962097	0.07358175	0.075219835	0.076876144	0.078550467

المعدل / المدة	5	5.25	5.5	5.75	6	6.25	6.5	6.75	7	7.25	7.5	7.75	8	8.25	8.5	8.75
1	1.05	1.0525	1.055	1.0575	1.06	1.0625	1.065	1.0675	1.07	1.0725	1.075	1.0775	1.08	1.0825	1.085	1.0875
2	0.537804878	0.539710719	0.541618005	0.543526731	0.545436893	0.547348485	0.549261501	0.551175937	0.553091787	0.555009047	0.556927711	0.558847774	0.560769231	0.562692077	0.564616307	0.566541916
3	0.367208565	0.368930036	0.370654075	0.37238067	0.374109813	0.375841493	0.377575702	0.379312429	0.381051666	0.382793402	0.384537628	0.386284335	0.388033514	0.389785155	0.391539249	0.393295786
4	0.282011833	0.283651358	0.285294485	0.286941202	0.288591492	0.290245343	0.29190274	0.29356367	0.295228117	0.296896068	0.298567509	0.300242426	0.301920804	0.303602631	0.305287893	0.306976574
5	0.230974798	0.232573317	0.234176436	0.235784137	0.2373964	0.239013207	0.240634538	0.242260373	0.243890694	0.245525482	0.247164718	0.248808382	0.250456455	0.252108918	0.253765752	0.255426938
6	0.197017468	0.19859542	0.200178948	0.201768025	0.203362628	0.204962732	0.206568312	0.208179343	0.2097958	0.211417658	0.213044891	0.214677476	0.216315386	0.217958597	0.219607084	0.221260821
7	0.172819818	0.174388852	0.175964418	0.177546483	0.179135018	0.180729991	0.182331369	0.183939123	0.18555322	0.187173628	0.188800315	0.190433251	0.192072401	0.193717736	0.195369221	0.197026826
8	0.154721814	0.156289177	0.157864012	0.15944628	0.161035943	0.162632961	0.164237297	0.165848911	0.167467762	0.169093813	0.170727023	0.172367352	0.174014761	0.175669208	0.177330653	0.178999057
9	0.14069008	0.142260571	0.143839458	0.145426695	0.147022235	0.14862603	0.150238033	0.151858196	0.15348647	0.155122808	0.156767159	0.158419476	0.160079709	0.161747808	0.163423723	0.165107405
10	0.129504575	0.131081519	0.132667769	0.134263267	0.135867958	0.137481785	0.13910469	0.140736615	0.142377503	0.144027293	0.145685927	0.147353346	0.149029489	0.150714295	0.152407705	0.154109657
11	0.120388891	0.121974674	0.123570653	0.125176764	0.126792938	0.128419108	0.130055206	0.131701161	0.133356905	0.135022366	0.136697474	0.138382156	0.140076342	0.141779958	0.143492932	0.145215189
12	0.11282541	0.114421784	0.116029231	0.117647673	0.119277029	0.120917221	0.122568166	0.124229783	0.125901989	0.1275847	0.129277831	0.130981299	0.132695017	0.134418899	0.136152858	0.137896807
13	0.106455765	0.108064047	0.109684259	0.111316309	0.112960105	0.114615553	0.116282557	0.117961021	0.119650848	0.12135194	0.123064196	0.124787518	0.126521805	0.128266955	0.130022866	0.131789435
14	0.101023969	0.102645158	0.104279115	0.105925735	0.107584909	0.109256528	0.110940481	0.112636655	0.114344939	0.116065216	0.117797372	0.11954129	0.121296853	0.123063942	0.124842438	0.126632222
15	0.096342288	0.097977149	0.099625598	0.101287511	0.102962764	0.104651231	0.106352783	0.108067291	0.109794625	0.111534651	0.113287236	0.115052246	0.116829545	0.118618996	0.120420461	0.122233803
16	0.092269908	0.09391903	0.095582538	0.09726029	0.098952144	0.100657954	0.102377574	0.104110855	0.105857648	0.107617799	0.109391157	0.111177567	0.112976872	0.114788917	0.116613544	0.118450594
17	0.088699142	0.090362976	0.092041972	0.093735969	0.095444804	0.097168312	0.098906327	0.100658677	0.102425193	0.104205702	0.106000028	0.107807997	0.109629431	0.111464153	0.113311983	0.115172742
18	0.085546222	0.087225112	0.088919916	0.090630454	0.092356541	0.094097989	0.09585461	0.097626212	0.099412602	0.101213583	0.103028958	0.104858529	0.106702096	0.108559458	0.110430413	0.112314758
19	0.08274501	0.084439211	0.086150056	0.087877342	0.08962086	0.091380401	0.093155752	0.094946695	0.096753015	0.09857449	0.100410899	0.10226202	0.104127627	0.106007497	0.107901401	0.109809115
20	0.080242587	0.081952283	0.08367933	0.085423499	0.087184557	0.088962269	0.090756395	0.092566696	0.094392926	0.09623484	0.098092192	0.099964731	0.101852209	0.103754374	0.105670974	0.107601759

جملة الوحدة النقدية للشهور $(1+i)^{\frac{m}{12}}$

الشهر \ المعدل	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	4.25	4.5	4.75
1	1.000829538	1.001035746	1.001241488	1.001446765	1.001651581	1.001855938	1.002059836	1.00226328	1.00246627	1.002668809	1.002870899	1.003072542	1.00327374	1.003474495	1.003674809	1.003874685
2	1.001659764	1.002072565	1.002484517	1.002895624	1.00330589	1.00371532	1.004123915	1.004531682	1.004938622	1.00534474	1.005750039	1.006154524	1.006558197	1.006961062	1.007363123	1.007764383
3	1.002490679	1.003110457	1.003729089	1.004346579	1.004962932	1.005578153	1.006192246	1.006805218	1.007417072	1.008027813	1.008637446	1.009245976	1.009853407	1.010459743	1.01106499	1.011669153
4	1.003322284	1.004149425	1.004975206	1.005799633	1.00662271	1.007444443	1.008264838	1.0090839	1.009901634	1.010718046	1.011533142	1.012346926	1.013159404	1.013970581	1.014780462	1.015589052
5	1.004154578	1.005189469	1.006222871	1.007254789	1.008285229	1.009314197	1.010341698	1.011367739	1.012392324	1.01341546	1.014437151	1.015457404	1.016476224	1.017493616	1.018509586	1.01952414
6	1.004987562	1.00623059	1.007472084	1.00871205	1.009950494	1.011187421	1.012422837	1.013656747	1.014889157	1.016120072	1.017349497	1.018577439	1.019803903	1.021028893	1.022252415	1.023474475
7	1.005821238	1.007272789	1.008722848	1.01017142	1.011618509	1.013064121	1.014508262	1.015950935	1.017392147	1.018831902	1.020270205	1.021707061	1.023142475	1.024576453	1.026008998	1.027440116
8	1.006655605	1.008316068	1.009975165	1.011632901	1.013289279	1.014944305	1.016597983	1.018250316	1.01990131	1.021550969	1.023199297	1.024846299	1.026491978	1.028136338	1.029779385	1.031421123
9	1.007490664	1.009360427	1.011229037	1.013096496	1.014962809	1.016827978	1.018692008	1.020554902	1.022416662	1.024277293	1.026136799	1.027995182	1.029852445	1.031708593	1.033563628	1.035417554
10	1.008326416	1.010405868	1.012484465	1.014562209	1.016639103	1.018715148	1.020790347	1.022864703	1.024938218	1.027010894	1.029082734	1.03115374	1.033223914	1.035293259	1.037361778	1.039429471
11	1.009162861	1.011452392	1.013741452	1.016030043	1.018318165	1.020605819	1.022893008	1.025179732	1.027465992	1.029751789	1.032037126	1.034322003	1.03660642	1.038890381	1.041173884	1.043456933
12	1.01	1.0125	1.015	1.0175	1.02	1.0225	1.025	1.0275	1.03	1.0325	1.035	1.0375	1.04	1.0425	1.045	1.0475

الشهر \ المعدل	5	5.25	5.5	5.75	6	6.25	6.5	6.75	7	7.25	7.5	7.75	8	8.25	8.5	8.75
1	1.004074124	1.004273128	1.004471699	1.004669839	1.004867551	1.005064835	1.005261694	1.00545813	1.005654145	1.005849741	1.006044919	1.006239681	1.00643403	1.006627967	1.006821493	1.007014612
2	1.008164846	1.008564515	1.008963394	1.009361486	1.009758794	1.010155322	1.010551074	1.010946052	1.01134026	1.011733701	1.012126379	1.012518297	1.012909457	1.013299864	1.01368952	1.014078428
3	1.012272234	1.01287424	1.013475174	1.014075042	1.014673846	1.015271592	1.015868285	1.016463928	1.017058525	1.017652081	1.018244601	1.018836088	1.019426547	1.020015981	1.020604396	1.021191794
4	1.016396357	1.017202381	1.01800713	1.018810609	1.019612822	1.020413775	1.021213473	1.02201192	1.022809122	1.023605082	1.024399807	1.025193301	1.025985568	1.026776613	1.027566442	1.028355058
5	1.020537281	1.021549017	1.022559352	1.023568291	1.024575839	1.025582003	1.026586786	1.027590195	1.028592233	1.029592907	1.030592221	1.03159018	1.03258679	1.033582055	1.03457598	1.035568569
6	1.024695077	1.025914226	1.027131929	1.02834819	1.029563014	1.030776406	1.031988372	1.033198916	1.034408043	1.035615759	1.036822068	1.038026975	1.039230485	1.040432602	1.041633333	1.042832681
7	1.028869811	1.030298089	1.031724954	1.033150411	1.034574464	1.035997119	1.037418379	1.03883825	1.040256737	1.041673843	1.043089573	1.044503932	1.045916925	1.047328555	1.048738828	1.050147747
8	1.033061554	1.034700684	1.036338517	1.037975057	1.039610308	1.041244273	1.042876958	1.044508365	1.0461385	1.047767365	1.049394965	1.051021304	1.052646386	1.054270214	1.055892793	1.057514126
9	1.037270375	1.039122093	1.040972711	1.042822234	1.044670663	1.046518004	1.048364257	1.050209428	1.052053519	1.053896533	1.055738473	1.057579342	1.059419144	1.061257882	1.063095558	1.064932176
10	1.041496343	1.043562394	1.045627628	1.047692046	1.049755651	1.051818445	1.05388043	1.055941608	1.058001982	1.060061554	1.062120326	1.0641783	1.066235479	1.068291864	1.070347458	1.072402262
11	1.045739528	1.04802167	1.05030336	1.052584599	1.054865389	1.057145731	1.059425626	1.061705075	1.063984079	1.06626264	1.068540758	1.070818434	1.07309567	1.075372467	1.077648826	1.079924747
12	1.05	1.0525	1.055	1.0575	1.06	1.0625	1.065	1.0675	1.07	1.0725	1.075	1.0775	1.08	1.0825	1.085	1.0875

قائمة المراجع:

- د. حسني علي خريوش وآخرون: الأسواق المالية (بورصة الأسهم والسندات المالية)، دار زهران للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، الطبعة الأولى، 2013.

- د. شقيري نوري موسى وآخرون: الرياضيات المالية، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، عمان، الأردن، الطبعة الأولى، 2009.

- د. شقيري نوري موسى وآخرون: إدارة الإستثمار، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، عمان، الأردن، الطبعة الأولى، 2012.

- د. عدنان كريم نجم الدين: الرياضيات المالية، الأكاديميون للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، الطبعة الأولى، 2009.

- منصور بن عوف عبد الكريم: مدخل إلى الرياضيات المالية، ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة الخامسة، 2009.

- ناصر دادي عدون: الرياضيات المالية: نهائي وجامعي، الجزء الأول (دروس وتمارين)، دار المحمدية العامة، الجزائر، بدون سنة نشر.

- د. زعيبط نور الدين: محاضرات في الرياضيات المالية، دار الفجر للطباعة والنشر، بدون سنة نشر.