<u>Exercice 1 :</u> Classificateur de Bayes Naïve (10 points)

Supposons que nous ayons l'ensemble de données suivant qui enregistre dans une période de 25 jours si une personne a joué au tennis ou non en fonction des conditions du ciel et de vent.

Date	Ciel	Vent	Jouer au Tennis
1	Ensoleillé	Faible	Non
2	Ensoleillé	Fort	Non
3	Couvert	Faible	Oui
4	Pluie	Faible	Oui
5	Couvert	Faible	Oui
6	Pluie	Fort	Non
7	Couvert	Fort	Oui
8	Ensoleillé	Faible	Non
9	Ensoleillé	Faible	Oui
10	Couvert	Faible	Oui
11	Ensoleillé	Fort	Oui
12	Couvert	Fort	Oui
13	Couvert	Faible	Oui
14	Pluie	Fort	Non
15	Ensoleillé	Fort	Oui
16	Couvert	Fort	Non
17	Couvert	Faible	Oui
18	Pluie	Faible	Non
19	Ensoleillé	Faible	Non
20	Pluie	Fort	Oui
21	Ensoleillé	Faible	Oui
22	Couvert	Faible	Non
23	Couvert	Faible	Oui
24	Ensoleillé	Fort	Oui
25	Couvert	Faible	Non

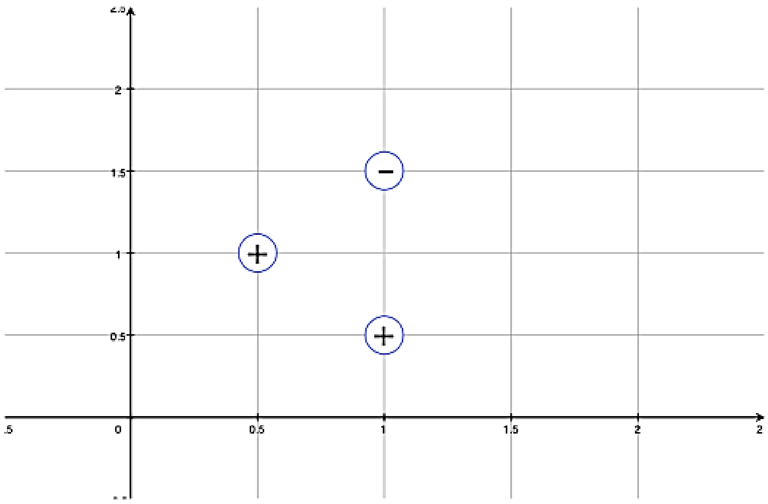
Nous voulons prédire si la personne jouera au tennis dans les trois jours à venir.

1) **Jour 26: (Ciel = Ensoleillé, Vent = Fort) → Jouer au Tennis =?**
2) **Jour 27: (Ciel = Couvert, Vent = faible) → Jouer au Tennis =?**
3) **Jour 28: (Ciel = Pluie, Vent = Faible) → Jouer au Tennis =?**

Calculez manuellement les prédictions (c'est-à-dire que la personne jouera au tennis ou non) pour les trois jours à venir (c'est-à-dire les jours 26 à 28) en utilisant l'approche de classification de Bayes Naïve (CBN).

<u>Exercice 2 :</u> Machines à vecteurs de support (10 points)

1. Quel est le but de l'algorithme SVM? Quand peut-il être appliqué avec succès?
2. Si les exemples d'apprentissage sont linéairement séparables, combien de limites de décision peuvent séparer les points de données positifs des points de données négatifs? Quelle limite de décision l'algorithme SVM calcule-t-il? Pourquoi?
3. Nous savons que les frontières de décision ne sont pas linéaires pour la plupart des ensembles de données réelles. Comment traiter cette non-linéarité est-elle par les SVM?
4. Résumer les principaux avantages et limites des algorithmes SVM.
5. Considérons les trois vecteurs d'entrée bidimensionnels linéairement séparables de la figure suivante. Trouvez le SVM linéaire qui sépare de manière optimale les classes en maximisant la marge.



6. Démontrer pour la fonction du noyau polynomial $\boldsymbol{K}(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ suivante

$$\boldsymbol{K}(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = (\langle \mathbf{x} \cdot \mathbf{z} \rangle + \boldsymbol{v})^{\boldsymbol{d}}, \boldsymbol{d} = \mathbf{2}, \boldsymbol{v} = \mathbf{1}, \mathbf{x} = (\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2), \mathbf{z} = (\boldsymbol{z}_1, \boldsymbol{z}_2)$$

que :

$$\boldsymbol{K}(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \langle \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{x}) \cdot \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{z}) \rangle \text{ , avec } \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{y}) = \left(\mathbf{1}, \sqrt{\mathbf{2}}\boldsymbol{y}_1, \sqrt{\mathbf{2}}\boldsymbol{y}_2, {\boldsymbol{y}_1}^2, {\boldsymbol{y}_2}^2, \sqrt{\mathbf{2}}\boldsymbol{y}_1\boldsymbol{y}_2\right)$$