المركز الجامعي عبد الحفيظ بوالصوف
معهد العلوم الاقتصادية و التجارية وعلوم التسيير

مسؤول المقياس: أ. حجاج مراد

المحور الأول

التحليل التوفيقي

المحاضرة : 01

التحليل التوفيقي هو فرع من فروع الرياضيات يهتم بدراسة عد الأشياء ، وتكمن أهميته في توفير طرق عد مناسبة وسهلة لا سيما تلك المتعلقة بنظرية الإحتمالات

أ- المبدأ الأساسي للعد

لتكن E تجربة عشوائية مركبة من $\mathbf{r}$ تجربة متتالية بحيث التجربة الأولى يمكن أن تسفر عن نتيجة من n_1 نتيجة ممكنة، الثانية يمكن أن تسفر عن نتيجة من n_2 نتيجة ممكنة، ....، التجربة رقم $\mathbf{r}$ يمكن أن تسفر عن نتيجة من n_r نتيجة ممكنة

إذن يكون العدد الكلي لإمكانيات تحقق التجربة العشوائية E هو الجداء $\boldsymbol{n_1 \times n_2 \times n_3 \times \ldots \times n_r}$

مثال:

لنحسب عدد لوحات الترقيم الممكن إنجازها بحيث كل لوحة تحوي على أربعة أرقام أولهم يختلف عن الصفر و أخرهم عدد زوجي ، هذه الأرقام الأربعة متبوعة بحرفين مختلفين من أصل 26 حرف

الجواب: نعطي خانة لكل رقم و خانة لكل حرف

25 حرف	26 حرف	5 أرقام	10 أرقام	10 أرقام	9 أرقام
الحرف الثاني	الحرف الأول	الرقم الرابع	الرقم الثالث	الرقم الثاني	الرقم الأول

عدد اللوحات الممكن إنجازها هو : $9 \times 10 \times 10 \times 5 = 4500$

ب/ ترتيبة

ب1/ ترتيبة بدون تكرار

نسمي ترتيبه بدون تكرار لـ p عنصر من n عنصر مشكلة لمجموعة E كل تصفيف مرتب لـ p عنصر من E من غير تكرار العنصر أكثر من مرة

مثال:

الترتيبات المكونة بعنصرين بدون تكرار من المجموعة $\{1, 2, 3\}$ هي $(1,2),\ (1,3),\ (2,1),\ (2,3),\ (3,1),\ (3,2)$

ب.2.1/ قضية

عددالترتيبات بدون تكرار لـ p عنصر من n عنصر هو :

$$A_n^p = n(n-1)(n-2) \ldots \ldots (n-p+1)$$

البرهان

يمكن إختيار العنصر الأول بـ n طريقة

يمكن إختيار العنصر الثاني بـ $(n-1)$ طريقة لأنه لأنه لا يمكن تكرار العنصر المسحوب سابقا

يمكن إختيار العنصر الثالث بـ $(n-2)$ طريقة، و هكذا بالتراجع .... إلى غاية

يمكن إختيار العنصر رقم p بـ $(n-p+1)$ طريقة

و العدد الإجمالي إذن هو

$$n(n-1)(n-2)\dots\dots(n-p+1)$$

مثال

بكم طريقة يمكن إسكان 3 عائلات في عمارة تحوي 15شقة

الجواب:

لدينا : 15 طريقة مختلفة لإسكان العائلة الأولى

14 طريقة مختلفة لإسكان العائلة الثانية

13 طريقة مختلفة لإسكان العائلة الثالثة

العدد الإجمالي هو : $15 \times 14 \times 13 = 2730$ طريقة مختلفة

ب.2.1/ مفهوم العاملي

$$\boldsymbol{n}! = n(n-1)(n-2)\dots\dots\times 2 \times 1$$

$$\mathbf{1}! = \mathbf{1}$$

إصطلاح /: $\mathbf{0}! = \mathbf{1}$

بتطبيق مفهوم العاملي على عبارة الترتيبة بدون إرجاع نجد :

$$A_n^p = n(n-1)(n-2)\dots\dots(n-p+1) = \frac{\boldsymbol{n}!}{(n-p)!}$$

مثال :

بالنسبة إلى مثال المجموعة $\{1,2,3\}$: $n=3\ ,\ p=2\ , A_n^p = A_3^2 = \frac{\mathbf{3}!}{(3-2)!} = 6$

بالنسبة إلى مثال العائلات : $n=15\ ,\ p=3\ , A_n^p = A_{15}^3 = \frac{\mathbf{15}!}{(15-3)!} = 15 \times 14 \times 13 = 2730$

ب. 2- ترتيبة بتكرار

نسمي ترتيبه بتكرار لـ p عنصر من n عنصر مشكلة لمجموعة E كل تصفيف مرتب لـ p عنصر من E مع إمكانية تكرار نفس العنصر أكثر من مرة

مثال:

الترتيبات بتكرار المكونة بعنصرين من المجموعة $\{1, 2, 3\}$ هي

(3,3) (2,2), (1,1), (3,2), (3,1), (2,3), (2,1), (1,3), (1,2),

ب.2.1/ قضية

عددالترتيبات بتكرار لـ p عنصر من n عنصر هو :

$$a_n^p = n^p$$

البرهان

يمكن إختيار العنصر الأول بـ n طريقة

يمكن إختيار العنصر الثاني بـ nطريقة لأنه لأنه يمكن تكرار العنصر المسحوب سابقا

يمكن إختيار العنصر الثالث بـ nطريقة، و هكذا بالتراجع .... إلى غاية

يمكن إختيار العنصر رقم p بـ n طريقة

والعددالإجمالي إذن هو : $\underbrace{n.n\ldots.n}_{p\text{ مرة}}=n^p$

مثال

- عدد الترتيبات بتكرار المكونة بعنصرين من المجموعة $\{1, 2, 3\}$ هو : $a_n^p = a_3^2 = 3^2 = 9$
- كم عدد من 4 أرقام يمكن تشكيله من الأرقام $\{2,3, 4\}$

الجواب:

يمكن إختيار الرقم الأول بـ 3 طرق

يمكن إختيار الرقم الثاني بـ 3 طرق لأنه يمكن تكرار الرقم المختار سابقا

يمكن إختيار الرقم الثالث بـ 3 طرق

يمكن إختيار الرقم رقم p بـ 3 طرق

والعددالإجمالي إذن هو $a_n^p = a_3^4 = 3^4 = 81$