

CHAPITRE V: ONDES DE CHOCS OBLIQUES

Lorsqu'on place un obstacle fixe dans un écoulement de gaz en régime supersonique, l'arrêt non isentropique du fluide se caractérise par l'apparition d'une onde de choc. Le choc droit étudié au chapitre précédent est un cas particulier d'une famille beaucoup plus large, les chocs obliques. Ceux-ci peuvent revêtir différentes formes.

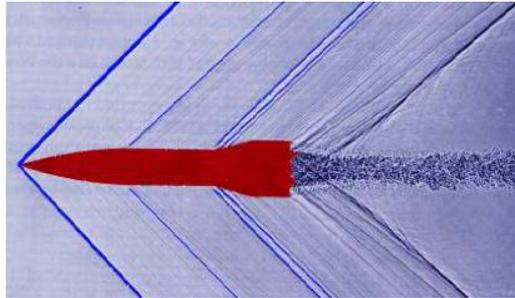


Figure 1: Ondes de chocs attachées et détachées sur des objets de forme différente.

1 Relations de saut à la traversée du choc oblique

Nous allons nous intéresser à une onde de choc, $\Sigma(t)$ créée dans l'écoulement qui contrairement au chapitre IV n'est plus perpendiculaire à l'écoulement amont, l'onde est dite **oblique**. Sur la figure (2) nous présentons les différentes notations introduites pour son étude. Ces notations nous permettent de projeter les équations de saut sur la normale \vec{N} à l'onde de choc et sur la tangente \vec{t} comme vu au chapitre IV. Nous rappelons ci-dessous les équations de saut de masse (1)(a), de

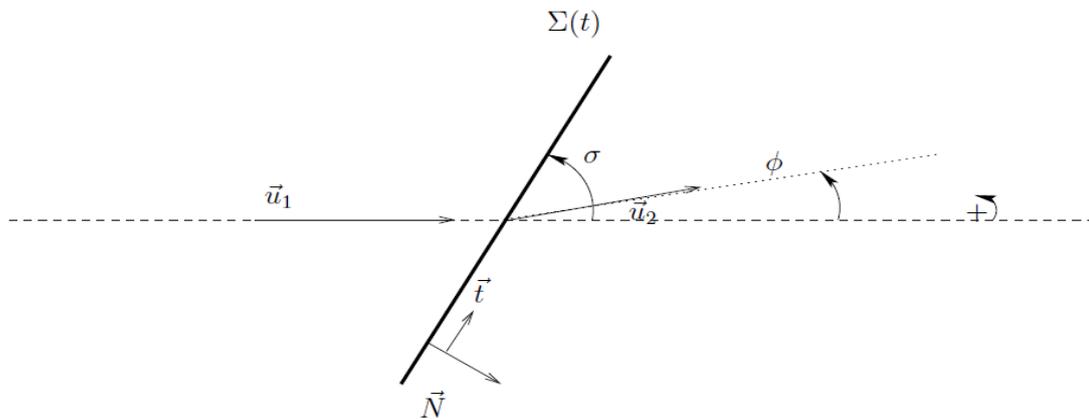


Figure 2: Notations pour le choc oblique.

quantités de mouvement (1)(b),(c) et d'énergie (1)(d) vues au chapitre IV, avec W la vitesse de la discontinuité.

$$\begin{cases} \rho_1 (u_{1n} - W) = \rho_2 (u_{2n} - W) & (a) \\ \rho_1 u_{1n} (u_{1n} - W) + p_1 = \rho_2 u_{2n} (u_{2n} - W) + p_2 & (b) \\ u_{1t} = u_{2t} & (c) \\ h_1 + \frac{(u_{1n}-W)^2}{2} = h_2 + \frac{(u_{2n}-W)^2}{2} & (d) \end{cases} \quad (1)$$

Le premier membre de (1)(b) peut être réécrit différemment compte tenu de (1)(a):

$$\rho_1 u_{1n} (u_{1n}-W) + p_1 = \rho_1 (u_{1n}-W)^2 + p_1 + \rho_1 W (u_{1n}-W) = \rho_1 (u_{1n}-W)^2 + p_1 + \rho_2 W (u_{2n}-W) \quad (2)$$

Le système (1)(a), (b), (d) devient alors:

$$\begin{cases} \rho_1 (u_{1n} - W) = \rho_2 (u_{2n} - W) & (a) \\ \rho_1 (u_{1n} - W)^2 + p_1 = \rho_2 (u_{2n} - W)^2 + p_2 & (b) \\ h_1 + \frac{(u_{1n}-W)^2}{2} = h_2 + \frac{(u_{2n}-W)^2}{2} & (c) \end{cases} \quad (3)$$

Il faut rajouter à ce système une équation d'évolution qui s'écrit:

$$s_2 > s_1 \quad (4)$$

Le système (3), (4) est formellement identique à celui étudié au chapitre IV pour le choc droit, (12),(13), (14) et (15). La résolution est donc identique en remplaçant u_1 par $u_{1n} - W$ et u_2 par $u_{2n} - W$. Pour simplifier nous allons supposer le choc oblique stationnaire $W = 0$ et nous placer dans le cas d'un gaz parfait polytropique. Ainsi tous les résultats vus au chapitre IV équations

(27), (28), (29), (30), (32), (33), (34) et (35) restent valables en remplaçant dans ces expressions M_1 par $M_{1n} = \frac{u_{1n}}{c_1}$ et M_2 par $M_{2n} = \frac{u_{2n}}{c_2}$. On a donc:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{(2 + (\gamma - 1)M_{1n}^2) (1 - \gamma + 2\gamma M_{1n}^2)}{(\gamma + 1)^2 M_{1n}^2} \quad (5)$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{u_2}{u_1} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} + \frac{2}{(\gamma + 1)M_{1n}^2} \quad (6)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1 - \gamma + 2\gamma M_{1n}^2}{1 + \gamma} \quad (7)$$

$$M_{2n}^2 = \frac{2 + (\gamma - 1) M_{1n}^2}{1 - \gamma + 2\gamma M_{1n}^2} \quad (8)$$

Avec les notations de la figure (2) on a :

$$M_{1n} = \frac{u_{1n}}{c_1} = \sin\sigma \frac{u_1}{c_1} = \sin\sigma M_1 \quad (9)$$

$$M_{2n} = \frac{u_{2n}}{c_2} = \sin(\sigma - \phi) \frac{u_2}{c_2} = \sin(\sigma - \phi) M_2 \quad (10)$$

Dans le cas du gaz parfait polytropique, le saut d'entropie Δs s'exprime (cf aussi chapitre IV):

$$\Delta s = s_2 - s_1 = C_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{1-\gamma} \right) \quad (11)$$

Ce saut devant être positif (5), cela implique tout comme au chapitre IV:

$$M_{1n} > 1 \quad \text{et} \quad M_{2n} < 1 \quad (12)$$

On obtient donc le résultat suivant compte tenu des expressions (9) et (10):

$$M_{1n} > 1 \rightarrow M_1 > 1 \quad \text{et} \quad M_{2n} < 1 \rightarrow M_2 < 1 \quad \text{ou} \quad M_2 > 1 \quad (13)$$

Une onde de choc oblique ne peut apparaître qu'en écoulement supersonique, par contre l'écoulement après le choc peut être subsonique ou supersonique, il y a toutefois diminution du nombre de Mach, augmentation de la pression, de la température et de la masse volumique

2 La polaire de choc

Connaissant l'écoulement avant le choc. Nous cherchons à déterminer en outre σ ou ϕ afin de compléter la résolution. En exploitant (1)(c), avec les notations de la figure (2) on obtient :

$$u_1 \cos \sigma = u_2 \cos(\sigma - \phi) \quad (14)$$

De même l'équation (1)(a) donne:

$$\rho_1 u_1 \sin \sigma = \rho_2 u_2 \sin(\sigma - \phi) \quad (15)$$

On en déduit les relations suivantes:

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{\cos(\sigma - \phi)}{\cos(\sigma)} \quad (16)$$

et,

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\tan(\sigma - \phi)}{\tan(\sigma)} \quad (17)$$

Le rapport de masse volumique est donné en (6) en fonction de M_{1n} défini en (9), on obtient alors une relation entre σ , ϕ et M_1 :

Le rapport de masse volumique est donné en (6) en fonction de M_{1n} défini en (9), on obtient alors une relation entre σ , ϕ et M_1 :

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} + \frac{2}{(\gamma + 1)M_1^2 \sin^2 \sigma} = \frac{\tan(\sigma - \phi)}{\tan(\sigma)} \quad (18)$$

Pour des raisons de symétrie, nous supposons $0 < \sigma < \pi/2$. Pour M_1 donné, compte tenu de (13), σ est supérieur à $\arcsin(\frac{1}{M_1})$. Ainsi:

$$\arcsin\left(\frac{1}{M_1}\right) \leq \sigma \leq \frac{\pi}{2} \quad (19)$$