**Centre Universitaire de Mila** **Nom**

**3ème année Licence Mathématiques** **Prénom**

**Module : Transformations intégrales dans les espaces Lp** **Groupe**

---

# Intérogation

---

1** Soit $f : ]0, +\infty[ \to \mathbb{R}$ une fonction définie par $f(x) = \exp^{-x}$. Montrer que $f \in L^p(]0, +\infty[)$ pour tout $p \in [1, +\infty]$. (2 pts)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2** Soit $f : ]0, +\infty[ \to \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \dfrac{1}{x(1 + |\ln x|)^2}$. Montrer que $f \in L^1(]0, 1])$. (1.5 pts)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3** Soit $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction définie par $f_n(x) = \sqrt{n}\mathbf{1}_{]0,\frac{1}{n}[}, \quad n \in \mathbb{N}^*$.

a* Montrer que $f_n \in L^1, \quad \forall\, n \in \mathbb{N}^*$. (1 pts)

.....

.....

.....

b* Montrer que $f_n \to 0$ dans $L^1$. (1 pts)

.....

.....

.....

4** Soit $p \in [1, +\infty[$. Montrer que $L^\infty(]1,2[) \subset \bigcap_{p\geq 1} L^p(]1,2[)$. (2.5 pts)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5** Soit $(E, \Sigma, \mu)$ un espace mesuré, $(f_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset L^1(E, \Sigma, \mu)$, $(g_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset L^\infty(E, \Sigma, \mu)$, $f \in L^1(E, \Sigma, \mu)$ et $g \in L^\infty(E, \Sigma, \mu)$ tels que $f_n \to f$ *dans* $L^1(E, \Sigma, \mu)$ *et* $g_n \to g$ *dans* $L^\infty(E, \Sigma, \mu)$.

Montrer que $f_n\, g_n \to f\, g$ dans $L^1(E, \Sigma, \mu)$. (2.5 pts)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6** Donner la transformeé de Fourier d'une fonction intégrable puis montrer son existence.(1.5pts)

.....

.....

.....

.....

**N.Haddad**