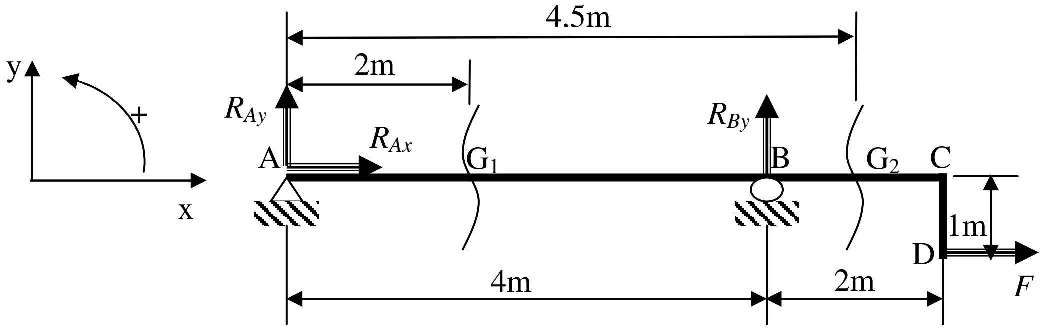
CORRECTION TD1 : TORSEUR DE COHÉSION

EXERCICE 1



1) Calcul des réactions d'appui.

Appliquons le principe fondamental de la statique à la poutre il en résulte :

Σ $F/_x$=0 → $R_{Ax} + F = 0$ → $R_{Ax} = -F$ = -5000N (le signe - veut dire que le sens de R_{Ax} est opposé à celui choisis)

Σ $M/_{z(A)}$ =0 → R_{By} (4)+ F (1)= 0 → $R_{By} = -F/4$ = -1250N

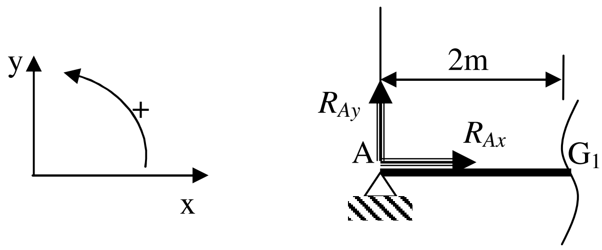
Σ $M/_{z(B)}$ =0 → $-R_{Ay}$ (4)+ F (1)= 0 → $R_{Ay} = F/4$ = 1250N

Verification

Σ $F/_y$=0 → $R_{Ay} + R_{By} = 0$ → 1250 -1250 = 0 (condition vérifiée)

2) Calcul des torseurs de cohésion dans les sections droites G_1 et G_2.

a) section G_1



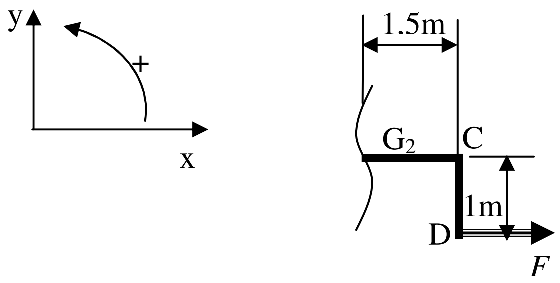
Par définition on a : $\{\tau_i\} = \begin{Bmatrix} N & M_t \\ T_y & M_{fy} \\ T_z & M_{fz} \end{Bmatrix}$

la convention de signe adopté dans le cours est : $\{\tau_i\} = -\{\tau_{(Aext \to partie\ de\ gauche)}\}$ ou $\{\tau_i\} = \{\tau_{(Aext \to parie\ de\ droite)}\}$

Ici on a considéré la partie de gauche donc : $\{\tau_i\} = -\begin{Bmatrix} \Sigma F/x & \Sigma M/x \\ \Sigma F/y & \Sigma M/y \\ \Sigma F/z & \Sigma M/z \end{Bmatrix}$

$$\{\tau_i\}_{G1} = -\begin{Bmatrix} R_{Ax} & 0 \\ R_{Ay} & 0 \\ 0 & -R_{Ay}.(2) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5000N & 0 \\ -1250N & 0 \\ 0 & 2500Nm \end{Bmatrix}$$

b) section G_2



Ici on a considéré la partie de droite donc : $\{\tau_i\} = \begin{Bmatrix} \Sigma F/x & \Sigma M/x \\ \Sigma F/y & \Sigma M/y \\ \Sigma F/z & \Sigma M/z \end{Bmatrix}$

$$\{\tau_i\}_{G2} = \begin{Bmatrix} F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & F.(1) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5000N & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 5000Nm \end{Bmatrix}$$

EXERCICE2

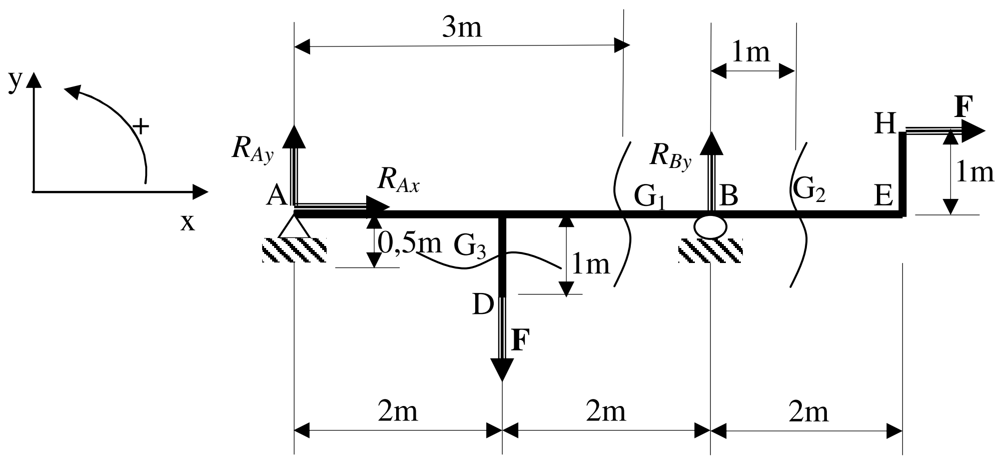
Une poutre en appui simple en B et articulée en A supporte la force F en D et en H.

1) Calculer les réactions d'appuis

2) Calculer le torseur de cohésion dans les sections droites : G_1, G_2 et G_3

3) En déduire le type de sollicitation dans ces sections

On donne : F=5000N



1) Calcul des réactions d'appui.

Appliquons le principe fondamental de la statique à la poutre il en résulte :

$\Sigma F/_x=0 \rightarrow R_{Ax} + F = 0 \rightarrow R_{Ax} = -F = -5000N$ (le signe - veut dire que le sens de R_{Ax} est opposé à celui choisis)

$\Sigma M/_{z(A)} = 0 \rightarrow R_{By}(4) - F(2) - F(1) = 0 \rightarrow R_{By} = 3F/4 = 3750N$

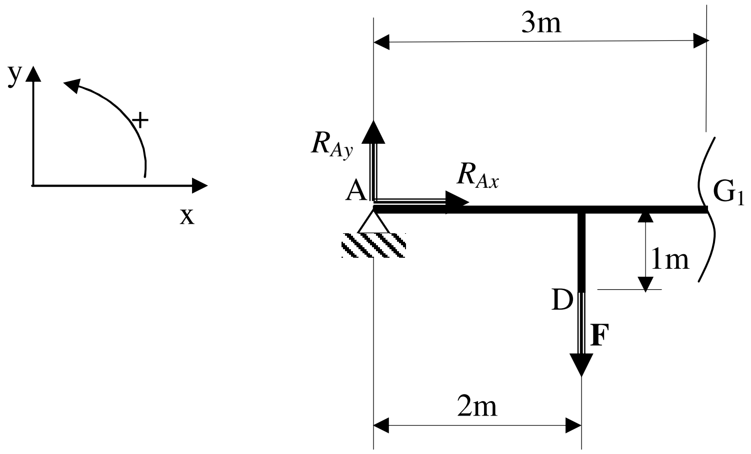
$\Sigma M/_{z(B)} = 0 \rightarrow -R_{Ay}(4) + F(2) - F(1) = 0 \rightarrow R_{Ay} = F/4 = 1250N$

Verification

$\Sigma F/_y=0 \rightarrow R_{Ay} - F + R_{By} = 0 \rightarrow 1250 - 5000 + 3750 = 0$ (condition vérifiée)

2) Calcul des torseurs de cohésion dans les sections droites G_1 , G_2 et G_3.

a) section G_1



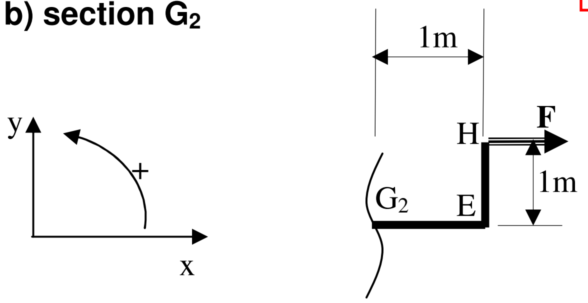
Ici on a considéré la partie de gauche donc : $\{\tau_i\} = -\begin{Bmatrix} \Sigma F/x & \Sigma M/x \\ \Sigma F/y & \Sigma M/y \\ \Sigma F/z & \Sigma M/z \end{Bmatrix}$

$$\{\tau_i\}_{G1} = -\begin{Bmatrix} R_{Ax} & 0 \\ R_{Ay} - F & 0 \\ 0 & -R_{Ay}.(3) + F\cancel{(1{,}5)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5000N & 0 \\ 3750N & 0 \\ 0 & -\cancel{3750}Nm \end{Bmatrix}$$

1

-1250 Nm

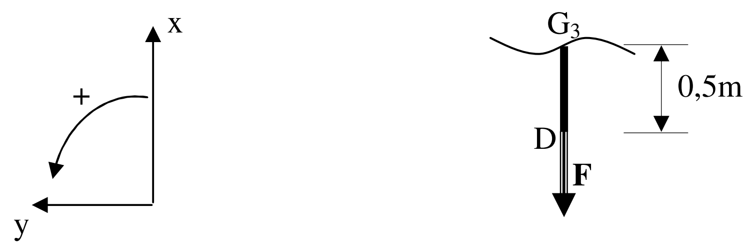
b) section G_2



Ici on a considéré la partie de droite donc : $\{\tau_i\} = \begin{Bmatrix} \Sigma F/x & \Sigma M/x \\ \Sigma F/y & \Sigma M/y \\ \Sigma F/z & \Sigma M/z \end{Bmatrix}$

$$\{\tau_i\}_{G2} = \begin{Bmatrix} F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -F.(1) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5000N & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -5000Nm \end{Bmatrix}$$

c) section G_3



On remarque que le repère local est tourné car par convention l'axe x doit suivre la fibre moyenne de la poutre.

la partie de gauche donc : $\{\tau_i\} = -\begin{Bmatrix} \Sigma F/x & \Sigma M/x \\ \Sigma F/y & \Sigma M/y \\ \Sigma F/z & \Sigma M/z \end{Bmatrix}$

$$\{\tau_i\}_{G3} = -\begin{Bmatrix} -F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5000N & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

-1250 Nm

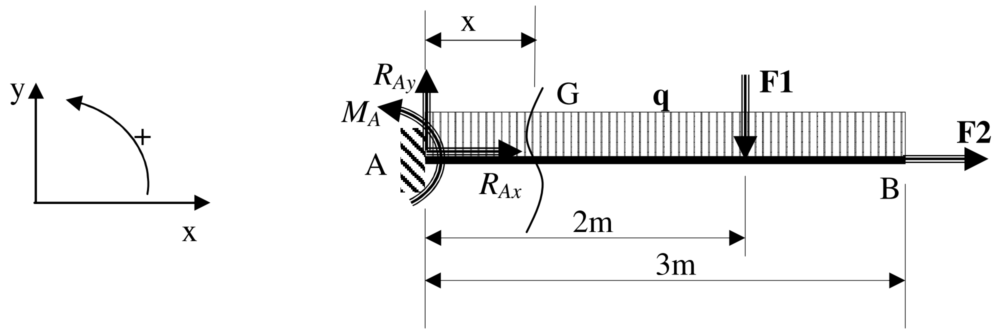
3) Nature des sollicitations dans les sections droites G_1 , G_2 et G_3.

La section G_1 est sollicitée par: un effort normal N=5000N (traction), un effort tranchant T_y=3750N et un moment de flexion M_{fz}=~~-3750Nm~~, elle est donc soumise à une flexion composée.

La section G_2 est sollicitée par: un effort normal N=5000N (traction) et un moment de flexion M_{fz}=-5000Nm, elle est donc soumise à une flexion composée.

La section G1 est sollicitée seulement par à un effort normal N=5000N, donc elle est soumise à une traction simple.

Exercice 3



1) Calcul de la valeur de la charge répartie q par mètre linaire due au poids propre.

q = ρ .S = 25000. 0,3. 0,2 = 1500 N/m

ρ est le poids volumique du béton armé

S la surface de la section droite de la poutre

2) Calcul des réactions d'appui.

Appliquons le principe fondamental de la statique à la poutre il en résulte :

$\Sigma F/_x=0 \rightarrow R_{Ax} + F_2 = 0 \rightarrow R_{Ax} = -F_2 = -2500N$ (le signe - veut dire que le sens de R_{Ax} est opposé à celui choisis)

$\Sigma M/_{z(A)} = 0 \rightarrow M_A - q\,(3)\,(1{,}5) - F_1\,(2) = 0 \rightarrow M_A = 4{,}5\,q + 2\,F_1 = 12750Nm$

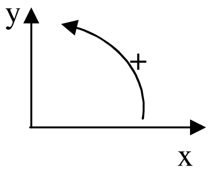
$\Sigma M/_{z(B)} = 0 \rightarrow M_A - R_{Ay}\,(3) + F_1\,(1) + q\,(3)\,(1{,}5) = 0 \rightarrow R_{Ay} = (M_A + F_1 + 4{,}5\,q)/3 = 7500N$

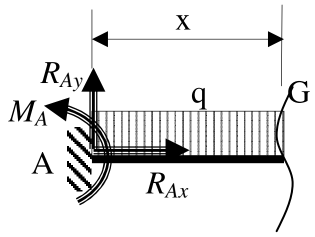
Verification

$\Sigma F/_y=0 \rightarrow R_{Ay} - F_1 - q\,(3) = 0 \rightarrow 7500 - 3000 - 4500 = 0$ (condition vérifiée)

3) Calcul en fonction de x du torseur de cohésion dans la section G.

a) Section G_1 telle que $0 \le x \le 2m$



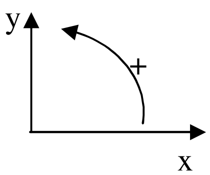


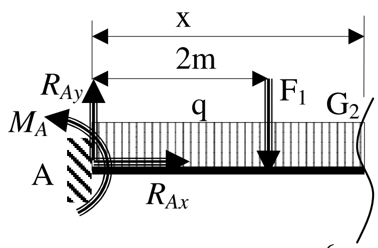
Ici on a considéré la partie de gauche donc : $\{\tau_i\} = -\begin{Bmatrix} \Sigma F/x & \Sigma M/x \\ \Sigma F/y & \Sigma M/y \\ \Sigma F/z & \Sigma M/z \end{Bmatrix}$

$$\{\tau_i\}_{G1} = -\begin{Bmatrix} R_{Ax} & 0 \\ R_{Ay} - q\,x & 0 \\ 0 & M_A - R_{Ay}.(x) + q(\frac{x^2}{2}) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -R_{Ax} & 0 \\ q\,x - R_{Ay} & 0 \\ 0 & R_{Ay}.(x) - M_A - q(\frac{x^2}{2}) \end{Bmatrix}$$

$$\{\tau_i\}_{G1} = \begin{Bmatrix} 2500N & 0 \\ 1500\,x - 7500 & 0 \\ 0 & 7500\,x - 12750 - 750\,x^2 \end{Bmatrix}$$

b) Section G_2 telle que 2m ≤ x ≤ 3m





Ici on a considéré la partie de gauche donc : $\{\tau_i\} = -\begin{Bmatrix} \Sigma F/x & \Sigma M/x \\ \Sigma F/y & \Sigma M/y \\ \Sigma F/z & \Sigma M/z \end{Bmatrix}$

$$\{\tau_i\}_{G2} = -\begin{Bmatrix} R_{Ax} & 0 \\ R_{Ay} - q\,x - F_1 & 0 \\ 0 & M_A - R_{Ay}.(x) + q(\frac{x^2}{2}) + F_1.(x-2) \end{Bmatrix}$$

$$\{\tau_i\}_{G2} = \begin{Bmatrix} -R_{Ax} & 0 \\ q\,x + F_1 - R_{Ay} & 0 \\ 0 & (R_{Ay} - F_1)\,x - M_A + 2\,F_1 - q(\frac{x^2}{2}) \end{Bmatrix}$$

C

$$\{\tau_i\}_{G2} = \begin{Bmatrix} 2500N & 0 \\ 1500x - 4500 & 0 \\ 0 & 4500x - 6750 - 750x^2 \end{Bmatrix}$$

4) Tracer des diagrammes des composantes non nulles du torseur de cohésion le long de la poutre.

x=0 → $\{\tau_i\}_{G1} = \begin{Bmatrix} 2500N & 0 \\ -7500N & 0 \\ 0 & -12750Nm \end{Bmatrix}$

x=2 → $\{\tau_i\}_{G1} = \begin{Bmatrix} 2500N & 0 \\ -4500N & 0 \\ 0 & -750Nm \end{Bmatrix}$

x=2 → $\{\tau_i\}_{G2} = \begin{Bmatrix} 2500N & 0 \\ -1500N & 0 \\ 0 & -750Nm \end{Bmatrix}$

x=3 → $\{\tau_i\}_{G2} = \begin{Bmatrix} 2500N & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$