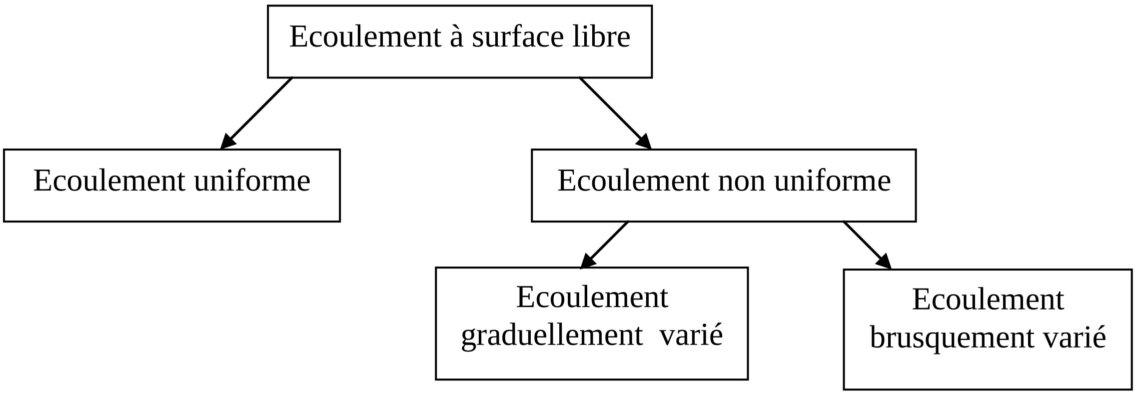
CHAPITRE IV: ÉCOULEMENT A SURFACE LIBRE EN REGIME UNIFORME.

IV.1 Définition:

Les écoulements à surface libre sont des écoulements qui comportent une surface libre en contacte avec l'aire, généralement soumise à la pression atmosphérique. L'écoulement à surface libre se fait gravitairement.

Si la pente longitudinale (c.à.d dans le sens d'écoulement) et la section transversale (section perpendiculaire à l'écoulement) sont constantes tout le long de la masse liquide, donc le régime est **uniforme**.

Dans le cas contraire, le régime est **non uniforme**.



IV.2 Régime uniforme: (Fig. **IV**.1)

- L'écoulement considéré comme uniforme si la hauteur h constante le long de l'écoulement.
- La pente de la surface libre égale (i_p), égale à la pente du radier (i_r), égale à la pente hydraulique (I) , I =v i_p = i_r .

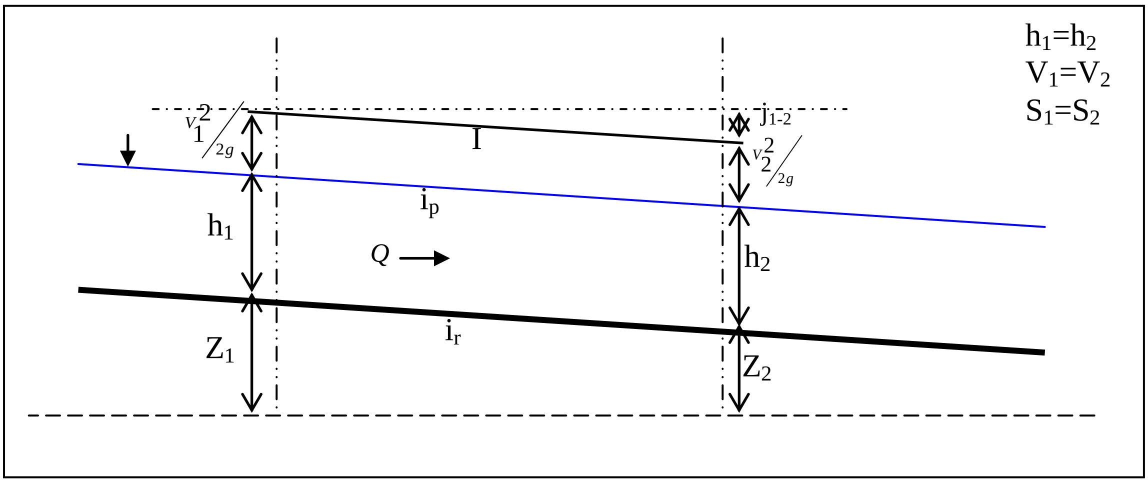


Fig. **IV**.1

L'écoulement uniforme doit remplir les conditions suivantes:

1. le débit de l'eau dans le lit est constant.
2. le canal est prismatique.

   $S_{mouillé}$= constante, $P_{mouilé}$= constant, $R_h = \dfrac{S_m}{P_m} = \text{constant}$, $I = i_p = i_r$, h= constant.

3. la profondeur du courant h est constante le long de l'écoulement.
4. la pente du radier est constante.
5. la rugosité du canal est constante le long de l'écoulement.
6. Les lignes de l'écoulement sont parallèles.

IV.2.1 Formules de calcul principales:

1- <u>Vitesse moyenne de l'écoulement:</u>

La formule principale de calcul pour un écoulement à surface libre est celle de Chezy:

$$V = C\sqrt{R.i} \text{................IV.1}$$

Où: V: vitesse d'écoulement.

C: coefficient de Chezy.

R: rayon hydraulique.

i: la pente du fond du canal (pente du radier)

Pour déterminer C, voir Chap.VI "courant liquide", on peut utiliser l’une des formules suivantes :

$$C = \frac{87\sqrt{R}}{\gamma + \sqrt{R}} \text{...............IV.2 Bazin}$$

$$C = \frac{100\sqrt{R}}{\eta + \sqrt{R}} \text{................IV.3 Kutter.}$$

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} \text{..................IV.4 Maning.}$$

γ, η Et n sont des coefficients qui dépendent de la rugosité des parois

$\gamma = 0{,}16$, $\eta = 0{,}2$, n = 0,0125 $\Rightarrow$ canaux en brique, pierre ou planche.

$\gamma = 1{,}8$, $\eta = 1{,}3$, n = 0,0167 $\Rightarrow$ canaux en terre.

Formule de Manning-Strickler:

$$V = C\sqrt{R.i} = \frac{1}{n} R^{1/6} R^{1/2} i^{1/2} = K_S . R^{2/3} i^{1/2}, \ K_s = \frac{1}{n}$$

$$V = K_s R^{2/3} i^{1/2} \text{...............IV.5}$$

***** *Répartition des vitesses:*

La répartition des vitesses dans les canaux à ciel ouvert est plus compliquée que dans conduites fermées. La vitesse max se trouve à certaine profondeur de la surface libre.

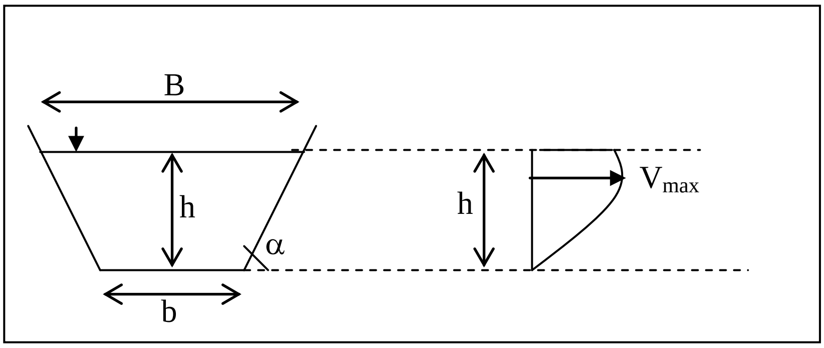


Fig. (**IV**.2).

2. *Le débit de l'écoulement :*

$Q = V \times S$, $V = C\sqrt{R.i}$

$\Rightarrow Q = C.S.\sqrt{R.i}$.....................IV.6

$\Rightarrow Q = C.S\sqrt{R}.\sqrt{i} \Rightarrow Q = K.\sqrt{i}$, K = module du débit, $K = C.S\sqrt{R}$

3. *Sections composées ou hétérogènes:*

Ce cas peut présenter lors de débordement d'un canal ou de l'inondation d'un cours d'eau. (Fig. IV.3).

Il est nécessaire de décomposer la section donc $Q = Q_I + Q_{II} + Q_{III}$

$Q = C_1 S_1 \sqrt{R_1.i} + C_2 S_2 \sqrt{R_2.i} + C_3 S_3 \sqrt{R_3.i}$

Pour déterminer les P_m: P_{m1} = ABCD, P_{m2} = DEF, P_{m3} = FGH

La pente: $V = C\sqrt{R.i} \Rightarrow i = \dfrac{V^2}{C^2}\dfrac{P_m}{S_m}$

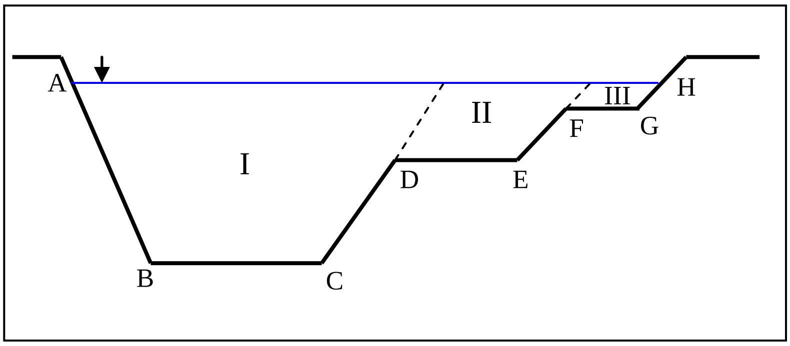


Fig. **IV**.3

On peut utiliser la formule de Bazin:

$$i = \frac{V^2}{S_m 87^2}[P_{m1}(1+\frac{\gamma_1}{\sqrt{R_1}})^2 + P_{m2}(1+\frac{\gamma_2}{\sqrt{R_2}})^2 + ... + P_{mn}(1+\frac{\gamma_n}{\sqrt{R_n}})^2]$$

4. ***caractéristiques géométriques d'un canal trapézoïdal et rectangulaire:***

a/ section rectangulaire:

$S_m = b.h$

$P_m = b + 2h$

$R = \frac{S_m}{P_m} = \frac{bh}{b+2h}$

Si b >> h $\Rightarrow R \approx h$ / $R = \lim_{b \to \alpha} \frac{bh}{b+2h} = h$

b/ section trapézoïdale:

$S_m = (b+mh)h$, $m = \frac{1}{tg\alpha}$

$P_m = b + 2h\sqrt{1+m^2}$

$R = \frac{S_m}{P_m} = \frac{(b+mh)h}{b+2h\sqrt{1+m^2}}$

Si b >> h $\Rightarrow R \approx h$

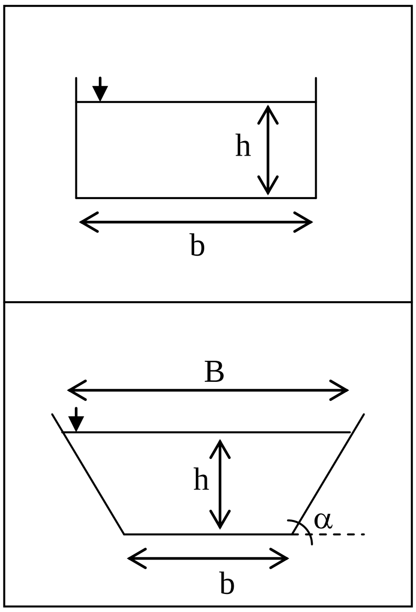


Fig. **IV**.4

Remarque: les sections transversales les plus utilisées sont : triangulaire, trapézoïdale, rectangulaire et semis circulaire.

Si la section du canal donne une valeur minimum du périmètre mouillé (P_m) et un débit maximum (Q), donc cette section s'appelle: *"Section hydraulique la plus avantageuse"*

($S_m = 2h^2, P_m = 4h, R = \frac{S_m}{P_m} = h/2$)

IV.2.3 Principaux problèmes à résoudre pour les canaux à ciel ouvert:

1- Calculer le débit : $Q = CS\sqrt{Ri}$ (connaissant b, h, i, m et h)

2- Calculer la pente: $i = \frac{Q^2}{C^2 S^2 R}$ (connaissant b, h, Q, m, n)

3- Calculer la section mouillée S (connaissant b, h et m).

Les deux premiers problèmes ne présentent pas des difficultés particulières par contre le troisième problème peut présenter certaines difficultés.

Prenons par exemple la section trapézoïdale de pente i, de rugosité n, et transite un débit $Q = CS\sqrt{Ri}$ (i et n donnés). Il reste deux inconnue b et h, ce qui nécessite de joindre une autre solution, qui est $B = \frac{b}{h}$.

Il existe une autre résolution pour ce genre de problème, elle est grapho-analytique.

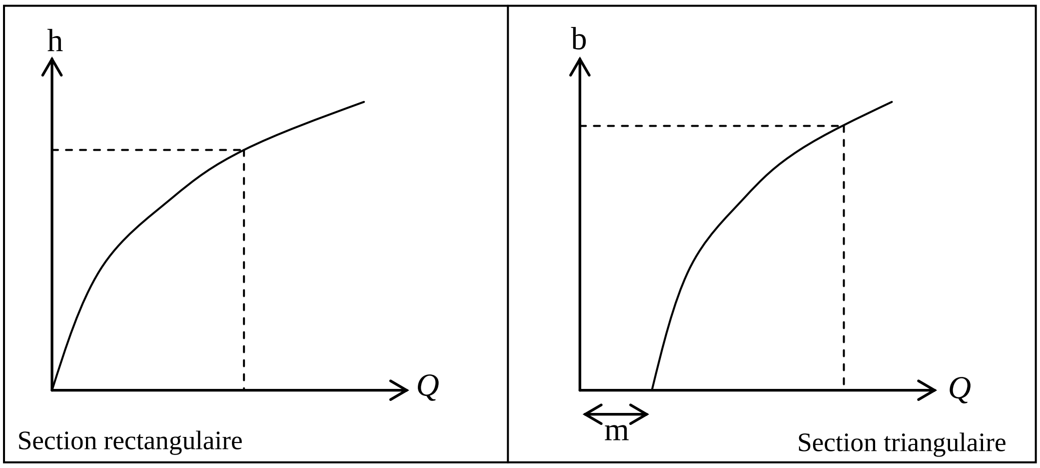


Fig.(**IV**.5)

IV.2.3 Aqueducs:

L'aqueduc c'est un canal qui transporte l'eau et se compose de tronçons successif. La pente et la section dans chacune des tronçons sont constantes, donc le régime est uniforme.

On trouve les aqueducs sous différentes formes, parmi elles:

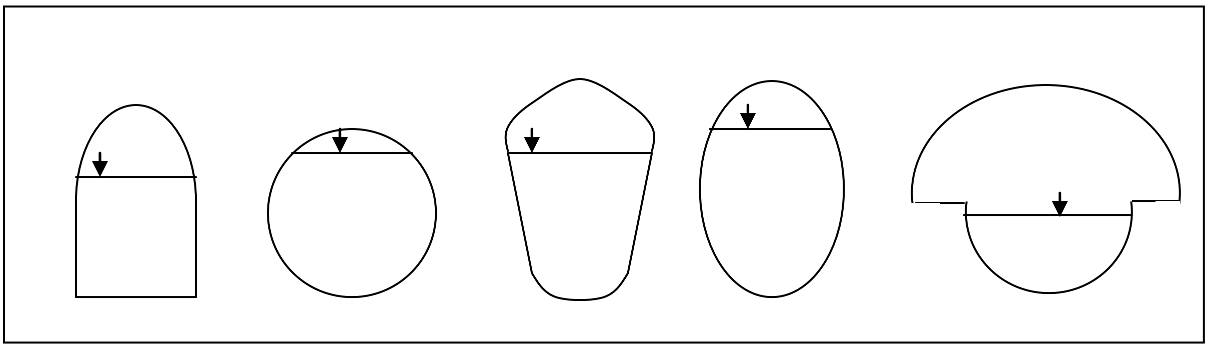


Fig. (**IV**.6)

IV.2.2.1 Conditions de débit max et vitesse moyenne max:

* débit maximal $Q\max$ **:**

$$\frac{dQ}{dS} = 0$$

$$Q = V.S = SC\sqrt{Ri} = C\sqrt{i}\sqrt{\frac{S^3}{P}}$$

On dérive / S: (i=Cte, C=Cte)

$$\frac{dQ}{dS} = C\sqrt{i}\,\frac{1}{2\sqrt{\frac{S^3}{P}}}.\frac{3PS^2 - S^3\frac{dP}{dS}}{P^2} = 0$$

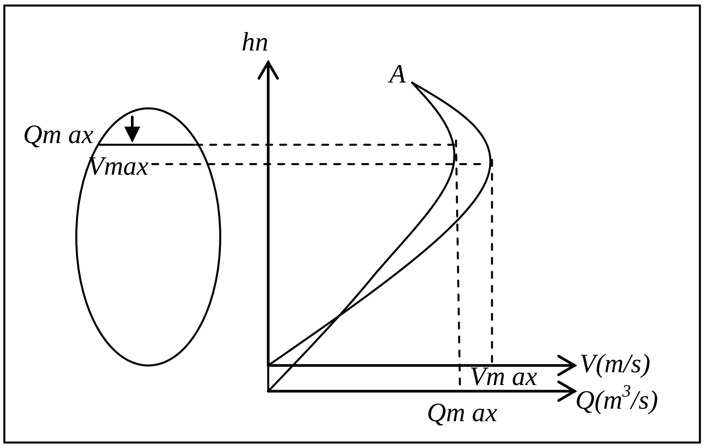


Fig. (IV.7)

$3PS^2 dS = S^3 dP \quad \Rightarrow \; 3PdS - SdP = 0$ …………IV.7

Telle est l'équation différentielle qui donne la condition du débit maximal.

*****Vitesse moyenne maximale V moy max**:**

$$V = C\sqrt{Ri} = C\sqrt{\frac{S}{P}i}$$

La condition de Vmoy max s'obtient: $\frac{dV}{dS} = 0$

on dérive par S (i et C = constant). $\frac{dV}{dS} = C\sqrt{Ri}\,\frac{1}{2\sqrt{\frac{S}{P}}}.\frac{P - \frac{dP}{dS}\times S}{P^2} = 0$

La condition cherchée est donc: $PdS - SdP = 0$ …………….. **IV**.8