

Interrogation

Exercice 01 (05pts)

Etudier la nature des séries numériques suivantes

$$1. \sum_{n \geq 0} \frac{n-1}{n+1}, \quad 2. \sum_{n \geq 0} \frac{n}{n^3+1}, \quad 3. \sum_{n \geq 1} \ln \left(\frac{n^2+1}{n^2} \right)$$

Exercice 02 (09.5pts)

I. Soit pour tout $n \geq 0$, la série de fonctions de terme général:

$$f_n(x) = x^n \ln^2(x), \quad x \in]0, 1].$$

1. Montrer que la série de fonctions $\sum_{n \geq 0} f_n(x)$ converge simplement sur $]0, 1]$ et calculer sa somme S .

2. Etudier la convergence normale de cette série sur $]0, 1]$.

II. Soit la série entière suivante

$$f(x) = \sum_{n \geq 2} \frac{x^n}{n-1}.$$

1. Trouver le rayon et le domaine de convergence de cette série ainsi que sa somme.

2. En passant à la limite convenablement justifié, calculer $f(-1)$.