

**Introduction au système dynamique**  
**Série d'exercice 2**

## Exercice 1

Calculer l'exponentiel des matrices suivants et donner les valeurs propres:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

## Exercice 2

Calculer l'exponentiel des matrices suivants:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

## Exercice 3

Soit la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

Calculer  $e^{tA}$  et résoudre l'équation  $\dot{x} = Ax$ .

## Exercice 4

Trouver les solutions de l'équation  $\dot{x} = Ax$ , avec:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

## Exercice 5

Résoudre les systèmes différentiels suivants:

$$\begin{aligned} 1. \quad & x_1'(t) = 6x_1(t) + 2x_2(t) - 3t + 4e^{3t} \\ & x_2'(t) = -4x_1(t) - x_2(t) + 3t - 4e^{3t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad & x' = 2tx - y + t \cos t \\ & y' = x + 2ty + t \sin t \end{aligned}$$

Pour le système homogène on effectuera le changement de fonctions inconnues en posant  $u = xe^{-t^2}$  et  $v = ye^{-t^2}$