Exercice 01 :
Prouvez la validité du théorème de convolution discrète à une variable. Voir les équations suivantes :

$$g(t) * h(t) \Leftrightarrow G(u)H(u)$$

$$g(t)h(t) \Leftrightarrow G(u) * H(u)$$

$$g(t) * h(t) = \sum_{m=0}^{M-1} f(m)h(t-m)$$

Vous devrez utiliser les propriétés de la translation et inversement,

Exercice 02 :
Ecrire une expression pour la convolution continue 2D.

Exercice 03 :
(a) Prouver la validité de la propriété de translation dans l'équation suivante :

$$f(x,y)e^{i2\pi\left(\frac{u_0x}{M}+\frac{v_0y}{N}\right)} \Leftrightarrow F(u-u_0, v-v_0)$$

(b) Prouver la validité de l'équation :

$$f(x-x_0, y-y_0) \Leftrightarrow F(u,v)e^{-i2\pi\left(\frac{ux_0}{M}+\frac{vy_0}{N}\right)}$$

Exercice 04 :
Montrer que la transformée Radon de la forme gaussienne $f(x,y) = A.exp(-x^2 - y^2)$ est $g(\rho,\theta) = A\sqrt{\pi}exp(-\rho^2)$ (Indice: utiliser la symétrie pour simplifier l'intégration.)

Exercice 05 :
(a) Montrer que la transformée de Radon de l'impulsion unitaire $\delta(x,y)$ est une droite verticale dans le plan-$\rho\theta$ passant par l'origine.
(b) Montrer que la transformée radon de l'impulsion $\delta(x-x_0, y-y_0)$ est une courbe sinusoïdale dans le plan-ρθ.

Exercice 06 :
Prouvez la validité des propriétés suivantes de la transformée de Radon:
(a) Linéarité: La transformée de Radon est un opérateur linéaire.
(b) Propriété de translation: La transformée radon de $f(x-x_0, y-y_0)$ est $g(\rho - x_0cos\theta - y_0sin\theta, \theta)$
(c) Propriété de convolution: Montrer que la transformée de Radon de la convolution de deux fonctions est égale à la convolution des transformées de Radon des deux fonctions.