Exercice 01 :

1) La détection de ligne droite dans une image en utilisant la transformée de Hough :

Algorithme :
1. Appliquer une détection de contours (Canny)
2. Discrétiser le plan des paramètres (ρ , θ)
3. Initialiser un accumulateur
4. Pour chaque point sur un contour :
   4.1. Déterminer sa courbe image dans l'espace des paramètres
   4.2. Incrémenter l'accumulateur sur les points de cette courbe
5. Recherche de maxima → paramètres

2) La détection des coins par le principe de Harris :

- Un coin est caractérisé par une grande variation de **H** dans toutes les directions du vecteur (x, y). En analysant **les valeurs propres** de **H**, cette caractérisation peut être exprimée de la manière suivante :
- Une fois la matrice Hessienne calculée, on extrait deux valeurs propres de la matrice **H** ($\boldsymbol{\lambda_1}$ et $\boldsymbol{\lambda_2}$) comme suit :

$$\mathbf{det}(\boldsymbol{H}-\boldsymbol{\lambda I})=\mathbf{0} \Longrightarrow (\boldsymbol{A}-\boldsymbol{\lambda})(\boldsymbol{C}-\boldsymbol{\lambda})-\boldsymbol{B}^{\mathbf{2}}=\mathbf{0} \textbf{ (Polynôme caractéristique)}$$

- Soit $\boldsymbol{\lambda_1}$ et $\boldsymbol{\lambda_2}$ les solutions de ce polynôme ($\boldsymbol{\lambda_1} > \boldsymbol{\lambda_2}$).
- Une fois $\boldsymbol{\lambda_1}$ et $\boldsymbol{\lambda_2}$ calculées ($\boldsymbol{\lambda_1} > \boldsymbol{\lambda_2}$), on peut conclure que :
  - Si $\boldsymbol{\lambda_1} \approx \mathbf{0}$ et $\boldsymbol{\lambda_2} \approx \mathbf{0}$ alors le point (x, y) est sur **une région uniforme**.
  - Si $\boldsymbol{\lambda_1} \gg \mathbf{0}$ et $\boldsymbol{\lambda_2} \approx \mathbf{0}$ alors le point (x, y) est sur **un contour**.
  - Si $\boldsymbol{\lambda_1} \gg \mathbf{0}$ et $\boldsymbol{\lambda_2} \gg \mathbf{0}$ alors le point (x, y) est sur **un coin**.
- Pour simplifier les calculs (et ainsi éviter de calculer les racines du polynôme caractéristique) Harris suggère de calculer le terme « $\boldsymbol{M_c}$ » à chaque pixel:

$$\boldsymbol{M_c}=\boldsymbol{\lambda_1\lambda_2}-\boldsymbol{k}(\boldsymbol{\lambda_1}+\boldsymbol{\lambda_2})^{\mathbf{2}}$$
$$\boldsymbol{M_c}=\boldsymbol{det}(\boldsymbol{H})-\boldsymbol{k}\big(\boldsymbol{trace}(\boldsymbol{H})\big)^{\mathbf{2}}$$

  - Si $\boldsymbol{M_c} \approx \mathbf{0}$ alors le point (x,y) est **une région uniforme**.
  - Si $\boldsymbol{M_c} \ll \mathbf{0}$ alors le point (x,y) est **un contours**,
  - Si $\boldsymbol{M_c} \gg \mathbf{0}$ alors le point (x,y) est **un coins**,

Avec

$$\boldsymbol{trace}(\boldsymbol{H})=\boldsymbol{A}+\boldsymbol{C}$$
$$\boldsymbol{det}(\boldsymbol{H})=\boldsymbol{AC}-\boldsymbol{B}^{\mathbf{2}}$$

- $\boldsymbol{k}$ prend généralement une valeur entre 0.02 et 0.1.

Exercice 02 :

Développez $f(x+\Delta x)$ en une série de Taylor autour de x:

$$f(x+\Delta x)=f(x)+\Delta x\frac{\partial f(x)}{\partial x}+\frac{(\Delta x)^2}{2!}\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2}+\frac{(\Delta x)^3}{3!}\frac{\partial^3 f(x)}{\partial x^3}+\cdots$$

L'incrément de la variable spatiale x est défini comme étant 1, donc en laissant $\Delta x=1$ et en ne gardant que les termes linéaires, nous obtenons le résultat demandé:

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x}=f'(x)=f(x+1)-f(x)$$

Exercice 03 :

Les masques auraient les coefficients indiqués sur la figure suivante.

0	0	0
1	−2	1
0	0	0

Horizontal

0	1	0
0	−2	0
0	1	0

Vertical

0	0	1
0	−2	0
1	0	0

$+45^{\circ}$

1	0	0
0	−2	0
0	0	1

-45°

Chaque masque va donner une valeur de **0** lorsqu'il est centré sur un pixel d'un segment ininterrompu de 3 pixels orienté dans la direction favorisée par ce masque. Inversement, la réponse serait un $\mathbf{+2}$ lorsqu'un masque est centré sur un espace d'un pixel dans un segment de **3** pixels orienté dans la direction privilégiée par ce masque.

Exercice 04 :

(a) Exprimer $xcos\theta + ysin\theta = \rho$ sous la forme $y = -(cot\theta)x + \rho/sin\theta$. L'équivalence des termes avec la forme linéaire, $y = ax + b$, donne $a = -(cot\theta)$ et $b = \rho/sin\theta$. Cela donne $\theta = \cot^{-1}(-a)$ et $\rho = bsin\theta$. Une fois obtenus à partir de a et b d'une ligne donnée, les paramètres θ et ρ spécifient complètement la représentation polaire de cette ligne.
(b) $\theta = \cos^{-1}(2) = 26{,}6°$ et $\rho = (1).sin\theta = 0{,}45$.

Note : $cot = cotangente = \frac{cos(\theta)}{sin(\theta)}$

Exercice 05 :

(a) Le point 1 a les coordonnées $x = 0$ et $y = 0$.
(b) Seule l'origine $(0{,}0)$ donnerait ce résultat. Substituer dans l'équation $xcos\theta + ysin\theta = \rho$ donne $\rho = 0$, qui représente une ligne droite dans un graphe de ρ par rapport à θ.
(c) À $\theta = +90°$, il découle de l'équation $xcos\theta + ysin\theta = \rho$ que $x(0) + y(1) = \rho$, ou $y = \rho$.
À $\theta = -90°$, $x(0) + y(-1) = \rho$, ou $-y = \rho$. Ainsi l'adjacence réflective.