Centre Universitaire de Mila | Travaux dirigées en « Traitement d'images »
Institut: ST, Département: MI | Solutions de la série d'exercices N°01
Master 1 – STIC | Année universitaire 2021-2022

Exercice 01 :

La médiane, ζ, d'un ensemble de nombres est telle que la moitié des valeurs de l'ensemble sont inférieures à ζ et l'autre moitié au-dessus. Un exemple simple suffira pour montrer que la définition des opérateurs linéaires n'est pas vérifiée par l'opérateur médian.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{H}\big(\boldsymbol{a}\boldsymbol{f_1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})+\boldsymbol{b}\boldsymbol{f_2}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\big) &= \boldsymbol{a}\boldsymbol{H}\big(\boldsymbol{f_1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\big)+\boldsymbol{b}\boldsymbol{H}\big(\boldsymbol{f_2}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\big) \\ &= \boldsymbol{a}\boldsymbol{g_1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})+\boldsymbol{b}\boldsymbol{g_2}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) \end{aligned}$$

Soit S1 = {1, −2, 3}, S2 = {4, 5, 6} et a = b = 1. Dans ce cas, H est l'opérateur médian. On a alors H(S1 + S2) = médiane{5, 3, 9} = 5, où l'on comprend que S1 + S2 est la somme du tableau de S1 et S2. Ensuite, nous calculons H(S1) = médiane{1, −2,3} = 1 et H(S2) = médiane{4, 5,6} = 5. Ensuite, parce que H(aS1 + bS2) ≠ aH(S1) + bH(S2), il s'ensuit que l'Eq. (2.6-1) n'est pas vérifiée et la médiane est un opérateur non linéaire.

Exercice 02 :

(a) Lorsque V = {0,1}, un 4-chemin n'existe pas entre p et q car il est impossible d'aller de p à q en voyageant le long de points qui sont tous deux 4-adjacents et qui ont également des valeurs de V. La figure **Fig. 1-(a)** montre cette condition; il n'est pas possible d'accéder à q. Le plus court 8-chemin est illustré sur la figure **Fig. 1-(b)**; sa longueur est de 4. La longueur du plus court m-chemin (montré en tirets) est 5. Ces deux plus courts chemins sont uniques dans ce cas.

(b) Une possibilité pour le plus court 4-chemin lorsque V = {1,2} est représentée sur la figure **Fig. 1-(c)**; sa longueur est de 6. Il est facile de vérifier qu'un autre 4-chemin de même longueur existe entre p et q. Une possibilité pour le plus court 8-chemin (elle n'est pas unique) est représentée sur la figure **Fig. 1-(d)**; sa longueur est de 4. La longueur d'un plus court m-chemin (en tirets) est de 6. Ce chemin n'est pas unique.

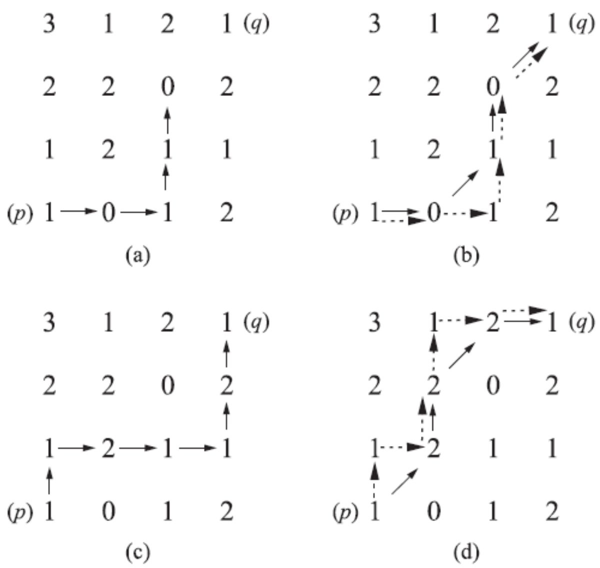

Fig. 1

Exercice 03 :

(a) le plus court 4-chemin entre un point p avec des coordonnées (x, y) et un point q avec des coordonnées (s, t) est montré sur la figure **Fig. 2**, où l'hypothèse est que tous les points le long du chemin sont à partir de V. La longueur des segments du chemin est |x - s| et |y - t|, respectivement. La longueur totale du chemin est |x - s| + |y - t|, que nous connaissons comme la définition de la distance D4, comme donnée dans l'équation. (2.5-2). (Rappelez-vous que cette distance est indépendante de tout chemin qui peut exister entre les points.) La distance D4 est évidemment égale à la longueur du plus court 4-chemins lorsque la longueur du chemin est |x - s| + |y - t|. Cela se produit chaque fois que nous pouvons aller de p à q en suivant un chemin dont les éléments (1) sont de V, et (2) sont disposés de telle manière que nous pouvons parcourir le chemin de p à q en effectuant des tours dans au plus deux directions (par exemple, vers la droite et vers le haut).

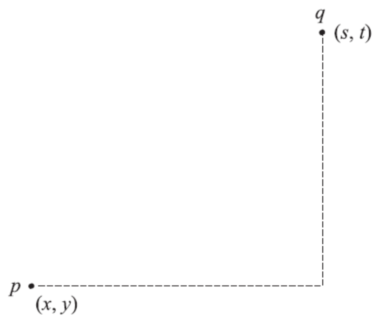

Fig. 2

(b) Le chemin peut être unique ou non, en fonction de V et des valeurs des points le long du chemin.

Exercice 04 :

(a) La distance D8 entre p et q [Voir la figure Fig. 2] est

$$D_8(p,q) = \max\left(|x-s|,\left|y-t\right|\right).$$

Rappelons que la distance D8 (contrairement à la distance euclidienne) compte les segments diagonaux de la même manière que les segments horizontaux et verticaux et, comme dans le cas de la distance D4, est indépendante du fait qu'un chemin existe ou non entre p et q. Comme dans le problème précédent, le plus court 8-chemin est égal à la distance D8 lorsque la longueur du chemin est max.

Cela se produit lorsque nous pouvons aller de p à q en suivant un chemin dont les éléments (1) sont de V, et (2) sont disposés de telle manière que nous pouvons parcourir le chemin de p à q en voyageant en diagonale dans une seule direction et, chaque fois qu'un déplacement diagonal n'est pas possible, en effectuant des virages dans le sens horizontal ou vertical (mais pas dans les deux) directions.

(b) Le chemin peut ou non être unique, en fonction de V et des valeurs des points le long du chemin.