***CHAPITRE 2 : SIMILITUDES* dans les turbomachines**

1. **Introduction :**

Dans ce chapitre nous appliquons la théorie de la similitude aux turbomachines. Cette application est particulièrement importante dans l’étude des turbomachines car elle peut apporter des solutions aux problèmes suivants :

- La conception d’une nouvelle machine est une opération très difficile au vu de la complexité des phénomènes physiques intervenant dans les performances de celles-ci (écoulement tridimensionnel instationnaire, écoulements décollés par endroit, écoulement turbulents en général, phénomènes diphasiques dans certaines circonstances...). Pour simplifier cette conception on peut procéder par comparaison avec des machines existantes, ce qui nécessite des critères de comparaison adimensionnels.

- Il est important de posséder des informations sur la variation des propriétés d’une machine lorsque l’on fait varier certains paramètres comme la vitesse de rotation.

- Il est primordial également de posséder une procédure permettant d’extrapoler les performances d’une machine à partir d’un essai sur une maquette de dimension réduite.

Pour toutes ces raisons une analyse dimensionnelle des turbomachines s’impose.

**2 Études modèles**

Lorsque les turbomachines sont conçues pour s’adapter aux conditions du terrain, les valeurs d’efficacité supposées doivent être très proches des valeurs possibles. Les prototypes ainsi conçus sont énormes. Les coûts de fabrication, de transport et d'installation de telles machines sont également élevés. Toute erreur dans la conception peut entraîner des pertes énormes.

Afin de garantir les performances des machines prototypes, des études de modèles sont entreprises. Tout d'abord, un prototype est conçu. Ensuite, un modèle du prototype est conçu et construit. Lors de la conception du modèle, toutes les dimensions géométriques sont réduites par rapport aux dimensions correspondantes de la machine prototype, les angles des pales étant identiques à ceux de la machine prototype. Cela garantit la similitude géométrique entre le modèle et la machine prototype. De plus, la "similarité cinématique" et la "similarité dynamique" entre le modèle et le prototype sont également garanties lors des tests du modèle, à savoir la cinétique (vitesses) et les efforts sont maintenus proportionnels. Étant petit, le modèle coûte beaucoup moins cher. Ensuite, des tests sont effectués sur ce modèle et les caractéristiques de performance sont obtenues. Ensuite, les performances sont extrapolées à celles de la machine prototype. Lorsque les similitudes géométriques, cinématiques et dynamiques sont assurées entre le modèle et la machine prototype, les performances extrapolées peuvent être considérées comme des performances valables de la machine prototype. Si cette performance n'est pas satisfaisante, des modifications de conception peuvent être apportées et les étapes peuvent être répétées. Les études modèles peuvent donc éviter des erreurs coûteuses.

Les méthodes d'extrapolation de la performance sont soumises à certaines règles formulées par l'analyse dimensionnelle.

**2.1 Analyse dimensionnelle**

L'analyse dimensionnelle est une approche simple d'extrapolation de tout paramètre de performance d'une machine à une autre machine géométriquement similaire dans le contexte le plus général. Le contexte particulier d'extrapolation, à l'heure actuelle, va du modèle au prototype.

Pour commencer, il est nécessaire d'identifier les paramètres de performance, afin que ces paramètres ne soient pas affectés par la taille des machines, lors de leur mise à l'échelle (ou de leur réduction). Certains de ces paramètres sont obtenus comme décrit ci-dessous:

1. Le débit volumétrique d'un fluide dans une turbomachine est de Q (m3/ s). Donc,

$$Q \left(m^{3}/s\right)=V (m/s) X S (m^{2})$$

Pour une machine géométriquement similaire, la zone d'écoulement peut être écrite en tant que C1D2 (C1: constante, D: diamètre) et la vitesse peut être proportionnelle à $π$DN / 60 (N: tr/min de la machine). Par conséquent

$$Q α C\_{1}D^{2}x \frac{πDN}{60}==>Q α N D^{3}==>Q= π\_{1}N D^{3}$$

où $π$1 est la constante de proportionnalité, y compris d'autres constantes telles que C1 ci-dessus, $π$/ 60, les facteurs d'échelle, etc. Ce $π$1 est appelé coefficient de débit. Les coefficients de débit doivent avoir la même valeur pour toutes les machines géométriquement similaires à un point de fonctionnement correspondant. Ainsi

$$π\_{1}= \frac{Q}{N D^{3}}= \frac{Q\_{1}}{N\_{1}D\_{1}^{3}}= \frac{Q\_{2}}{N\_{2}D\_{2}^{3}}= \frac{Q\_{3}}{N\_{3}D\_{3}^{3}}…….$$

Les indices sur le côté droit, à savoir 1, 2, 3,…, signifient différentes machines similaires.

2. La tête de la turbomachine (entrée ou sortie) est H m. La tête H est proportionnelle au carré de la vitesse V2. Une vitesse représentative étant $π$ DN / 60, il est possible d'écrire

$$H α \left(\frac{π D N}{60}\right)^{2}$$

En référence à toutes les machines à similitude cinématique, il est également possible d’écrire

$$H α N^{2} D^{2}==> π\_{2}= \frac{H}{N^{2} D^{2}}$$

où $π$2 est la constante de proportionnalité, y compris d'autres constantes telles que ($π$ / 60)2, les facteurs d'échelle, etc. Ce facteur $π$2 est appelé coefficient de chute. Les coefficients de hauteur doivent avoir la même valeur pour toutes les machines géométriquement similaires présentant une similarité cinématique aux points de fonctionnement correspondants. Ainsi

$π\_{2}= \frac{H}{N^{2} D^{2}}==> π\_{2}=\frac{H\_{1}}{N\_{1 }^{2} D\_{1}^{2} }=\frac{H\_{2}}{N\_{2 }^{2} D\_{2}^{2} }=\frac{H\_{3}}{N\_{3 }^{2} D\_{3}^{2} }$ ………..

Les indices sur le côté droit, à savoir 1, 2, 3,…, signifient différentes machines similaires.

3. La puissance d'une turbomachine est ω . Q . H, comme on l'a déjà vu. En exprimant Q et H comme ci-dessus, il est maintenant possible d'écrire

$$P α Q H==>P α \left(ND^{3}\right) \left(N^{2} D^{2}\right)$$

$$ ==>P α N^{3} D^{5}==>π\_{3}=\frac{P}{N\_{ }^{3} D^{5} }$$

où $π$3 est la constante de proportionnalité, y compris d'autres constantes, facteurs d'échelle, etc. Ce $π$3 est appelé coefficient de puissance. Les coefficients de puissance doivent avoir la même valeur pour toutes les machines géométriquement similaires avec des similitudes cinématiques et dynamiques aux points de fonctionnement correspondants. Ainsi

$$π\_{3}=\frac{P}{N\_{ }^{3} D^{5} }=\frac{P\_{1}}{N\_{1}^{3} D\_{1}^{5}}=\frac{P\_{2}}{N\_{2}^{3} D\_{2}^{5}} =\frac{P\_{3}}{N\_{3}^{3} D\_{3}^{5}} …$$

Les indices sur le côté droit, à savoir 1, 2, 3,…, signifient différentes machines similaires.

Les trois coefficients ci-dessus (à savoir, $π$1, $π$2 et $π$3) sont les constantes de proportionnalité. Un exemple est donné ci-dessous pour illustrer comment utiliser ces coefficients pour extrapoler les performances d'une machine à celles d'une autre.



**FIG. I-**  Extrapolation de la performance.

Supposons que l’une des caractéristiques de performance soit un graphique de la puissance P en fonction du débit Q, tel qu’il a été obtenu expérimentalement sur un modèle à une vitesse Nm, courbe M de la figure 1. Il est nécessaire de projeter la valeur de la puissance Pp du prototype, à une livraison Qp du prototype à la vitesse Np du prototype. À partir des valeurs de modèle au point x, on peut écrire:

$$π\_{1}= \frac{Q\_{m}}{N\_{m}D\_{m}^{3}}= \frac{Q\_{P}}{N\_{P}D\_{P}^{3}}$$

Donc,

$$Q\_{P}= Q\_{m} X \frac{N\_{P}}{N\_{m}} \left(\frac{D\_{P}}{D\_{m}}\right)^{3}$$

Ainsi, Qp est établi lorsque le facteur d'échelle (Dp / Dm) est connu. Plus loin

$$π\_{3}= \frac{P\_{m}}{N\_{m}^{3} D\_{m}^{5}}= \frac{P\_{P}}{N\_{P}^{3} D\_{P}^{5}}$$

Donc,

$$P\_{P}= P\_{m} X \left(\frac{N\_{P}}{N\_{m}}\right)^{3}\left(\frac{D\_{P}}{D\_{m}}\right)^{3}$$

Ainsi, la valeur de Pp est également établie lorsque le facteur d'échelle est connu. La caractéristique de la machine prototype comporte un point y (*QP*, *PP*), comme indiqué. En choisissant une série de points sur la courbe M, vous pouvez obtenir un ensemble complet de points sur la courbe P, ce qui donne les caractéristiques du prototype. Il est facile d'obtenir une famille de courbes, en prenant la vitesse Np comme paramètre variable, *NP1*, *NP2*, *NP3*,…, pour la machine prototype.

Le débit Q, la hauteur de la tête H, la vitesse de fonctionnement N et la puissance d'entrée ou de sortie P sont les paramètres importants à prendre en compte dans la conception de la machine prototype ainsi que du modèle. Lors des expériences sur le modèle, les mêmes paramètres doivent être étudiés. Un autre paramètre important est l'efficacité des machines. L'objectif d'un ingénieur de conception est de maximiser l'efficacité. Par conséquent, l'efficacité du modèle est également étudiée avec les paramètres ci-dessus (Q, H, N, P) et l'efficacité de la machine prototype est extrapolée.

Une corrélation suggérée par Moody et al. Pour connecter l'efficacité du modèle et du prototype, procédez comme suit:

$$\frac{1- η\_{P}}{1- η\_{m}}= \left(\frac{D\_{m}}{D\_{P}}\right)^{1/5}$$

Lors de la réalisation des expériences sur le modèle, les valeurs d’efficacité du modèle (m) peuvent également être évaluées avec Q, H, N, P à différents points de fonctionnement. En utilisant la corrélation ci-dessus, les valeurs des rendements de la machine prototype (p) peuvent également être calculées dans le cadre d'une extrapolation.

Il est suggéré de faire preuve de prudence dans la procédure en raison de certaines incertitudes:

1. Le rapport entre la rugosité de surface et une macrodimension peut ne pas être le même entre le modèle et le prototype. En conséquence, les caractéristiques de débit peuvent être différentes.

2. Même entre deux macrodimensions, les proportions peuvent varier, telles que les rapports jeu-diamètre.

3. Si le fluide manipulé est totalement différent (avec des viscosités très variables) entre le modèle et le prototype, il est possible que la projection soit erronée. Cependant, l'extrapolation ou la prévision peut être considérée comme une estimation juste de la performance du prototype.

Comme on l'a vu plus haut, π1, π2 et 3 sont les constantes de la proportionnalité. Bien qu’il s’agisse de constantes dimensionnelles (car elles incluent des facteurs tels que π/60, etc.), leur utilisation se limite à l’extrapolation des performances, c’est-à-dire à

$$\frac{Q\_{1}}{N\_{1}D\_{1}^{3}}= \frac{Q\_{2}}{N\_{2}D\_{2}^{3}}=> \frac{H\_{1}}{N\_{1}D\_{1}^{2}}= \frac{H\_{2}}{N\_{2}D\_{2}^{2}}… $$

Par conséquent, leurs valeurs numériques ne caractérisent pas directement une turbomachine. Même s'il est possible de ne pas dimensionner les coefficients, leur utilisation reste limitée. Cependant, pour caractériser véritablement une turbomachine, il faut identifier certains groupes de variables non dimensionnels. Une méthode formelle adoptée pour une telle identification de paramètres non dimensionnels est l'analyse dimensionnelle utilisant le théorème de Buckingham.

**2.2 Unité et Quantités Spécifiques :**

Il existe de nombreuses entités liées à une turbomachine. Certaines d’entre elles sont aussi simples que les dimensions physiques, telles que le diamètre du rotor, l’épaisseur des pales, etc. Certaines entités sont les conditions dans lesquelles les turbomachines fonctionnent, telles que la tête (entrée ou la sortie), la vitesse du moteur, etc. machine, les rapports de pression, etc.

Le rapport de pression est l’un des paramètres importants influant sur le fonctionnement des turbomachines fonctionnant avec des fluides compressibles (gaz, vapeur, air). De même, la tête est le paramètre important des turbomachines travaillé avec des fluides incompressibles, c'est-à-dire des turbines à eau et des pompes. Ainsi, la tête d'eau (disponible pour une turbine ou devant être produite par une pompe) a été le paramètre le plus important à prendre en compte dans la conception d'une turbomachine. Actuellement, l'effet de la variation de la tête sur d'autres paramètres est intéressant. Par conséquent, bon nombre des autres paramètres sont calculés, pour la valeur unitaire de la tête. Ces valeurs réduites de vitesse, débit, puissance, etc. sont appelées vitesse unitaire, débit d'unité, puissance d'unité, etc. lorsque la tête de l'unité (égale à 1 m d'eau) agit sur la machine. La machine n’est pas une machine hypothétique ou «altérée» (c’est-à-dire mise à l’échelle ou à l’échelle). C'est la même machine sur laquelle agit la tête de l'unité, donnant lieu à la vitesse de l'unité, au flux de l'unité, etc. Ainsi, les quantités unitaires suivantes sont définies:

1. La vitesse unitaire, N1, d'une turbomachine donnée est la vitesse de la même machine lorsque la tête de la machine a 1 m d'eau. Lorsque la vitesse du rotor est N (tr/min), la vitesse périphérique est U=π D N/60.

avec D étant le diamètre.

Comme on le sait, $U ∝ \sqrt{2 g H} =>N∝U ∝\sqrt{H} =>N= C\_{1} \sqrt{H}$ .

Maintenant, N=N1 lorsque H=1, par définition. Par conséquent, en utilisant ces valeurs, dans cette équation ci-dessus,

$$C\_{1}=N\_{1}=> N\_{1}=\frac{N}{\sqrt{H}}$$

1. Le débit unitaire Q1 d'une turbomachine donnée est le flux traversant la même machine lorsque la tête de la machine a 1 m d'eau. Lorsque le débit d'écoulement dans la machine est Q et que la vitesse d'écoulement est Vm, nous avons

$$Q ∝Vm∝ \sqrt{2 g H}=>Q ∝ \sqrt{H} =>Q=C\_{2}\sqrt{H} $$

Maintenant, Q=Q1 quand H=1. Donc $C\_{2}= Q\_{1} => Q\_{1}= \frac{Q}{\sqrt{H}}$

1. La puissance unitaire, P1, d'une turbomachine donnée est la puissance de la même machine lorsque la tête de la machine a 1 m d'eau.

$$P ∝Q H ∝ \sqrt{H} .H ∝ H^{3/2} =>P= C\_{3 }. H^{3/2}$$

Maintenant P = P1, quand H = 1. Donc $C\_{3}= P\_{1} => P\_{1}= \frac{P}{H^{3/2}}$

Les quantités unitaires permettent de comparer les différentes machines travaillant avec différentes têtes.

Outre les quantités unitaires, une autre série de quantités est constituée par les «quantités spécifiques». Dans ce cas, avec la tête d'une machine, la taille de la machine peut également être réduite à la taille de l'unité à des fins de comparaison. Les quantités ainsi obtenues sont appelées quantités spécifiques. Ainsi, les quantités spécifiques suivantes sont définies.

1. Le débit spécifique, Q11, d'une turbomachine donnée est le débit correspondant à une machine similaire d'une dimension unitaire et fonctionnant avec une tête d'unité. La dimension de l'unité est 1 m de diamètre du rotor ou, dans le cas d'une turbine Pelton, il s'agit du diamètre de l'unité du jet. On peut voir que

$Q ∝ D^{2} \sqrt{H}=>Q= C\_{4} D^{2} \sqrt{H}=> C\_{4}= Q\_{11}= \frac{Q}{D^{2} \sqrt{H}}$

1. La puissance spécifique, P11, d'une turbomachine donnée est la puissance d'une machine similaire, de dimension unitaire et fonctionnant avec une tête d'unité. On peut voir que

 $P ∝ Q H =>P ∝\left(D^{2}\sqrt{H}\right) H=>P= C\_{5} D^{2} H^{3/2}$

Maintenant P = P11, quand D = 1, H = 1. D'où

$$C\_{5}= P\_{11}=> P\_{11}= \frac{P}{D^{2} H^{3/2}}$$

Mais dans la suite, la vitesse spécifique est une exception à la définition ci-dessus.